

$b = (b_1, b_2, \dots, b_m)$, т.е. композицию $B \circ A$ оператора B с оператором $A = (A_1, A_2, \dots, A_m)$. Так как $a_1, a_2, \dots, a_m$ — n -мерные импульсные характеристики, то имеем

$$a_1 = (a_{11}, a_{12}, \dots, a_{1n}), a_2 = (a_{21}, a_{22}, \dots, a_{2n}), \dots, a_m = (a_{m1}, a_{m2}, \dots, a_{mn}).$$

Матрицу

$$a = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

будем называть импульсной характеристикой вектор-оператора $A = (A_1, A_2, \dots, A_m)$.

Доказано, что композиция $C = B \circ A$ является мультиполярным эволюционным оператором с импульсной характеристикой

$$c = (c_1, c_2, \dots, c_n) = b * a = (b_1, b_2, \dots, b_m) * a,$$

где a — импульсная характеристика оператора A , b — импульсная характеристика мультиполярного эволюционного оператора B .

Литература

1. Вувуникян Ю.М. *Эволюционные операторы с обобщёнными импульсными и спектральными характеристиками*: монография. — Гродно: ГрГУ, 2007. — 224 с.
2. Каллан Р. *Основные концепции нейронных сетей*. — М.: «Вильямс», 2001. — 288 с.

ИНТЕГРО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ И ЭВОЛЮЦИОННЫЙ ОПЕРАТОР ВТОРОЙ КРАТНОСТИ

Вувуникян Ю.М., Трифонова И.В.

Гродненский государственный университет имени Янки Купалы, Ожешко 22, 230023 Гродно, Беларусь
vuv64@mail.ru, itrif08@mail.ru

Рассмотрим системный нелинейный эволюционный оператор второй кратности для описания системы интегро-дифференциальных уравнений следующего вида:

$$\begin{aligned} & \int_0^t \int_0^t K_{11}(t-s_1, t-s_2)x(s_1)x(s_2)ds_1ds_2 + \int_0^t K_1(t-s_1)x(s_1)ds_1 + x'(t) + x(t) + y(t) + \\ & + x^2(t) + x(t)y(t) + y^2(t) = f_1(t), \\ & \int_0^t \int_0^t K_{22}(t-s_1, t-s_2)y(s_1)y(s_2)ds_1ds_2 + \int_0^t K_2(t-s_2)y(s_2)ds_2 + y'(t) + x(t) + y(t) + \\ & + x^2(t) + x(t)y(t) + y^2(t) = f_2(t), \end{aligned}$$

где f_1, f_2 — обобщенные функции с носителем на замкнутой полуоси.

Системный эволюционный оператор A второй кратности определяется равенством:

$$A(x, y) = \sum_{n_1, n_2} S_{n_1+n_2}(a_{n_1, n_2} * (x^{\otimes n_1} \otimes y^{\otimes n_2})), (x, y) \in X^2,$$

где a_{n_1, n_2} – обобщенная функция с носителем $[0; +\infty)^n$, $S_{n_1+n_2}$ – оператор сокращения переменных n порядка $n = n_1 + n_2$, $x^{\otimes n_1}$ – тензорная степень n_1 -го порядка, $*$ – n -мерная свертка обобщенных функций. В работах [1-2] описаны основные принципы теории нелинейных эволюционных операторов второй кратности, в качестве ядер которых выступают векторные обобщенные функции, представлен операторный подход, основанный на построении компонент эволюционного оператора второй кратности. Для представленной выше системы сопоставляют нелинейный эволюционный оператор второй кратности A , с компонентами в виде матриц A_i . К этим матрицам применяем обобщенное преобразование Лапласа и получим матрицы обобщенных спектральных характеристик $\tilde{A}_i$ операторных компонент системного оператора. Строим обратные матрицы, к ним применяем обобщенное преобразование Лапласа. Таким образом, строится асимптотически обратный нелинейный эволюционный оператор второй кратности, который описывает систему двух интегро-дифференциальных уравнений.

Литература

1. Вувуникян Ю.М., Трифонова И.В. *Эволюционный оператор второй степени кратности, порожденный системой интегро-дифференциальных уравнений* // Весн. Гродз. дзярж. ун-та імя Янкі Купалы. Сер. 2. Матэматыка. Фізіка. Інфарматыка, вылічальная тэхніка і кіраванне. 2020. № 3(10). С. 50–60.
2. Вувуникян Ю.М. *Методы построения импульсных и спектральных характеристик системных операторов, порожденных нелинейными интегро-дифференциальными уравнениями* // Системы компьютерной математики и их приложения: материалы XXII Междунар. науч. конф. Смоленск: СмолГУ. 2021. С. 221–226.

АСИМПТОТИЧЕСКИ ОБРАТНЫЙ ЭВОЛЮЦИОННЫЙ ОПЕРАТОР, ПОРОЖДЕННЫЙ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫМ УРАВНЕНИЕМ ОСЦИЛЛЯТОРА

Вувуникян¹ Ю.М., Шпак² Д.С.

Гродненский государственный университет имени Янки Купалы, Гродно, Беларусь

¹vuv64@mail.ru, ²d.s.shpak@grsu.by

Осциллятор — это физическая система, совершающая колебания. В случае классического осциллятора колебания совершаются около положения устойчивого равновесия (например, груз на пружине, маятник). Продемонстрируем операторный подход в исследовании уравнения осциллятора с нелинейной восстанавливающей силой cx^2 и затуханием, совершающим вынужденные колебания при произвольном внешнем воздействии $f(t)$:

$$x'' + x + cx^2 = f(t). \quad (1)$$

Правую часть уравнения (1) определим как финитную непрерывно дифференцируемую функцию.

$$f(t) = \omega_\varepsilon(t) * \theta(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \omega_\varepsilon(s) \theta(t-s) dt = \int_{-\infty}^{+\infty} \theta(t-s) dt = t,$$

где $\theta(t)$ — функция Хевисайда, $\omega_\varepsilon(t)$ — бесконечно-дифференцируемая функция с компактным носителем на отрезке $[-\varepsilon; \varepsilon]$ (или «шапочка»).

В статье [1] определен асимптотически обратный оператор и представлен алгоритм для построения импульсных характеристик эволюционных операторов.