

1. Антипова И.А., Михалкин Е.Н., Цих А.К. *Рациональные выражения для кратных корней алгебраических уравнений*. // Математический сборник. 2018. Т. 209. № 10. С. 3–30.
2. Чернявский М.М., Трубников Ю.В. *Модификация формул Эйджена и алгоритмы аналитического нахождения кратных корней полиномов* // Веснік Віцебскага дзяржаўнага ўніверсітэта. 2021. № 1(110). С. 13–25.

О РЕШЕНИИ ОДНОГО ИНТЕГРО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ ПЕРВОГО ПОРЯДКА НА ДЕЙСТВИТЕЛЬНОЙ ОСИ

Шилин А.П.¹

¹Белгосуниверситет, физический факультет,
Независимости 4, 220030 Минск, Беларусь a.p.shilin@gmail.com

На действительной оси $-\infty < t < \infty$ зададим H -непрерывные (т.е. удовлетворяющие условию Гельдера) комплекснозначные функции $a(t) \neq 0, b(t) \neq 0, f(t)$. Зададим также H -непрерывно дифференцируемые функции $p_+(t), p_R(t)$, причем функция $p_+(t)$ аналитически продолжима в верхнюю полуплоскость, а функция $p_R(t)$ является действительной. Будем искать H -непрерывно дифференцируемую функцию $\varphi(t)$, удовлетворяющую уравнению

$$ia(t) (p'_+(t) \operatorname{Im} \varphi(t) - p_+(t) \operatorname{Im} \varphi'(t)) + b(t) \operatorname{Re} (p'_R(t) \varphi(t) - p_R(t) \varphi'(t)) + \quad (1)$$

$$+ \frac{a(t)p'_+(t) - b(t)p'_R(t)}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\operatorname{Im} \varphi(\tau) d\tau}{\tau - t} - \frac{a(t)p_+(t) - b(t)p_R(t)}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\operatorname{Im} \varphi(\tau) d\tau}{(\tau - t)^2} = f(t), \quad -\infty < t < \infty,$$

в котором интеграл с $\tau - t$ понимается в смысле главного значения по Коши, а с $(\tau - t)^2$ — в смысле конечной части по Адамару. Все свойства функций, определенных на действительной оси, считаем справедливыми вплоть до бесконечно удаленной точки.

На действительной оси введем две функции

$$\Phi_+(t) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\operatorname{Im} \varphi(\tau) d\tau}{\tau - t} + i \operatorname{Im} \varphi(t),$$

$$\Psi_+(t) = p'_+(t) \Phi_+(t) - p_+(t) \Phi'_+(t), \quad (2)$$

аналитически продолжимые в верхнюю полуплоскость, и еще две действительные функции

$$\Phi_R(t) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\operatorname{Im} \varphi(\tau) d\tau}{\tau - t} - \operatorname{Re} \varphi(t),$$

$$\Psi_R(t) = p'_R(t) \Phi_R(t) - p_R(t) \Phi'_R(t). \quad (3)$$

Теорема. *Решение уравнения (1) сводится к последовательному решению краевой задачи Гильберта для верхней полуплоскости*

$$\Psi_+(t) = \frac{b(t)}{a(t)} \Psi_R(t) + \frac{f(t)}{a(t)}, \quad -\infty < t < \infty, \quad (4)$$

и двух линейных дифференциальных уравнений (2), (3). В случае разрешимости уравнения (1) его решение записывается по формуле $\varphi(t) = \Phi_+(t) - \Phi_R(t)$.

Доказательство теоремы основано на использовании классических и обобщенных формул Сохоцкого [1]. Задача Гильберта в постановке (4) изучена в [2]. В [3] указан неочевидный

частный случай уравнения (1), когда $a(t) = b(t) = 1$, $p_+(t) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{p(\tau)d\tau}{\tau - t} + i \operatorname{Im} p(t)$, $p_R(t) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{p(\tau)d\tau}{\tau - t} - \operatorname{Re} p(t)$, $p(t)$ – заданная H -непрерывная функция.

Литература

1. Зверович Э.И. *Обобщение формул Сохоцкого* // Вест. Нац. акад. наук Беларуси. Сер. физ.-мат. наук. 2012. № 2. С. 24–28.
2. Шилин А.П. *Краевая задача Гильберта для полуплоскости*. Мн.: Белгосуниверситет, 1984. 18 с. Деп. в БелНИИТИ, №839 Бе-D84.
3. Шилин А.П. *Интегро-дифференциальное уравнение на действительной оси, связанное с задачей Гильберта для полуплоскости* // AMADE: 10-ый международный семинар 13-17 сентября 2021. Мн.: ИВЦ Минфина, 2021. С. 92–93.

ФУНКЦИОНАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ И ОПЕРАТОРНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Правосторонняя обратимость некоторых функциональных операторов в пространствах вектор-функций

А.Б. Антоневиц, Н.В. Солопов

Белгосуниверситет, механико-математический факультет
Независимости 4, 220050 Минск, Беларусь

При исследовании задачи об ограниченных на полуоси оси решениях системы m линейных дифференциальных уравнений О.Перроном было обнаружено, что это свойство имеет место тогда и только тогда, когда множество решений однородной системы *допускает дихотомию*. При этом на всей прямой существование дихотомии равносильно существованию и единственности ограниченного решения.

Аналогичные связи разрешимости с дихотомией решений однородного уравнения имеют место для двучленных функциональных уравнений вида

$$Bu(x) \equiv A(x)u(\alpha(x)) - u(x) = f(x), u \in F(X),$$

где $A(x)$ – заданная матрица-функция, $\alpha : X \mapsto X$ заданное обратимое отображение и уравнение рассматривается в банаховом пространстве $F(X)$, состоящем из вектор-функций на множестве X . Различные обобщения утверждений о связи однозначной разрешимости уравнения с существованием дихотомии были предметом многочисленных исследований.

Однако возможна качественно другая картина разрешимости, когда для любой правой части решение уравнения существует, но не единственно. В операторной терминологии это означает существование правого обратного для оператора B , определенного левой частью уравнения.

Условия правосторонней обратимости двучленных функциональных операторов были получены сначала в пространствах скалярных функций для отображений α с простейшей динамикой (т.н. отображений Морса-Смейла) в работах А.Б.Антоневича и Ю.Маковской, для произвольных α – в работах А.Б.Антоневича и А.А.Ахматовой [1], затем в пространствах