1. Лабыч Ю. А., Старовойтов А. П. *Тригонометрические аппроксимации Паде функций с регулярно убывающими коэффициентами Фурье* // Математический сборник. 2009. Т. 200. № 7. С. 107–130.

2. Лабыч Ю. А., Старовойтов А. П. *О асимптотике поведения тригонометрических аппроксимаций Паде одного класса функций* // Вестник ГрДУ імя Я.Купалы. Сер. 2. Матэматыка. Фізіка. Інфарматыка, вылічальная тэхніка і ўпраўленне. Біялогія. 2009. № 1(77). С. 78–88.

3. Старовойтов А.П., Старовойтова Н.А., Рябченко Н.В. *Аппроксимации Паде специальных функций* // Український математичний вісник. 2012. Т. 9. № 2. С. 246–258.

4. Старовойтов А.П., Кечко Е.П., Касабуцкий А.Ф. *Асимптотические свойства аппроксимаций Паде* // Известия ГГУ им. Ф. Скорины. Сер. Естественные науки. 2021. № 3(126). С. 132–135.

СУЩЕСТВОВАНИЕ И ЯВНЫЙ ВИД ПОЛИОРТОГОНАЛЬНЫХ МНОГОЧЛЕНОВ

А.П. Старовойтов[1], **Н.В. Рябченко**[1]

[1]Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины, Кирова 119, 246019 Гомель, Беларусь
svoitov@gsu.by, nmankevich@tut.by

В комплексном линейном пространстве $\mathbb{P}_{\mathbb{C}}$, состоящем из многочленов, определим линейные функционалы $\mathfrak{S}_{s^j}$: если $T \in \mathbb{P}_{\mathbb{C}}$ и $T(z) = t_0 + t_1 z + ... + t_m z^m$, то

$$\mathfrak{S}_{s^j}(T(z)) := t_0 f_0^j + t_1 f_1^j + ... + t_m f_m^j\,,$$

где последовательность $s^j := (f_0^j, f_1^j, ...)$, а f_ν^j — коэффициенты формальных степенных рядов

$$f_j(z) = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{f_i^j}{z^{i+1}}, \ \ j = 1, 2, ..., k. \tag{1}$$

Множество k–мерных мультииндексов $n = (n_1, ..., n_k)$, т.е. упорядоченных k целых неотрицательных чисел, обозначим через $\mathbb{Z}_+^k$. Порядок мультииндекса $n = (n_1, ..., n_k)$ – это сумма $|n| := n_1 + ... + n_k$. Пусть $n = (n_1, ..., n_k) \in \mathbb{Z}_+^k$ — ненулевой мультииндекс.

Определение 1. Тождественно не равный нулю многочлен Q, $\deg Q \leqslant |n|$ будем называть *n-м полиортогональным многочленом 2-го типа* для набора формальных степенных рядов (1), если

$$\mathfrak{S}_{s^j}(\, Q(z)\, z^\nu \,) = 0, \ \ \nu = 0, 1, ..., n_j - 1; \ j = 1, 2, ..., k.$$

Определение 2. Многочлены $A_1, ..., A_k$, все одновременно тождественно не равные нулю, для которых $\deg A_j \leqslant n_j - 1$, $j = 1, ..., k$, называют *n-ми полиортогональными многочленами 1-го типа* для набора формальных степенных рядов (1), если

$$\sum_{j=1}^{k} \mathfrak{S}_{s^j}(\, A_j(z)\, z^\nu \,) = 0, \ \ \nu = 0, 1, ..., |n| - 2.$$

Полиортогональные многочлены первого и второго типа для позитивных последовательностей s^j (последовательностей степенных моментов положительных борелевских мер) хорошо известны [1]. Для произвольных последовательностей, не связанных с мерой, понятие ортогональности введено в [2]. В данном сообщении, рассматривая ортогональность в указанном широком смысле. Нами доказан аналог "теоремы об ортогонализации" Э. Шмидта для полиортогональных многочленов. В частности, получены детерминантные представления полиортогональных многочленов, частным случаем которых является классическая формула Шмидта, описывающая явный вид ортогонального многочлена.

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования Республики Беларусь.

Литература

1. Никишин, Е. М. Рациональные аппроксимации и ортогональность / Е. М. Никишин, В. Н. Сорокин. – М. : Наука, 1988. – 256 с.

2. Frank, E. Orthogonality properties of C-fractions / E. Frank // Bull. Amer. Math. Soc. –1949 – Vol. 55, № 4. – P. 384–390.

АНАЛИЗ СТРУКТУР ЧАСТНЫХ ПРОИЗВОДНЫХ ОТ РЕЗУЛЬТАНТОВ МНОГОЧЛЕНОВ КАК ИСТОЧНИК ПОЛУЧЕНИЯ ТОЧНЫХ ФОРМУЛ ДЛЯ НАХОЖДЕНИЯ КРАТНЫХ КОРНЕЙ

Трубников Ю.В.[1], Чернявский М.М.[1]

[1]Витебский государственный университет имени П.М. Машерова,
Московский 33, 2100038 Витебск, Беларусь
yurii_trubnikov@mail.ru, misha360ff@mail.ru

В XXI веке существенно возрос интерес математиков к теории точного аналитического нахождения значений кратных корней полиномов [1]. Этому поспособствовало развитие возможностей систем компьютерной математики. Так, например, исследователям стал доступен непосредственный анализ громоздких конструкций результантов и дискриминантов полиномов, а также частных производных от них, что ранее не поддавалось ручному счету.

Была установлен следующий факт [2].

Теорема. *Пусть $f = f(z)$ – полином с комплексными коэффициентами степени $n \geq 3$, а $f^{(k-1)} = f^{(k-1)}(z)$ его производная порядка $k-1$ вида*

$$f^{(k-1)}(z) = b_0 z^{n-k+1} + b_1 z^{n-k} + b_2 z^{n-k-1} + \ldots + b_{n-k} z + b_{n-k+1}.$$

Тогда корень z_1 кратности k при условии, что остальные корни имеют меньшую кратность, можно вычислить по формулам

$$z_1 = \frac{\partial^k R\left(f, f^{(k-1)}\right)}{\partial b_{j-1} \partial b_j^{k-1}} : \frac{\partial^k R\left(f, f^{(k-1)}\right)}{\partial b_j^k} \quad (j = 1, \ldots, n+1-k).$$

Подставляя в представленные формулы значения коэффициентов b_i $(i = 0, \ldots, n-k+1)$, выраженные через коэффициенты полинома $f(z)$, получаем конечные формулы для вычисления значения корня наивысшей кратности. Например, для алгебраического уравнения шестой степени $z^6 + a_1 z^5 + a_2 z^4 + a_3 z^3 + a_4 z^2 + a_5 z + a_6 = 0$, имеющего корень кратности $k = 4$, при $j = 2$ интересующая нас формула будет имеет вид

$$z_1 = \left(100 a_1^2 a_3 a_6 - 160 a_1 a_2^2 a_6 + 16 a_1 a_2 a_3 a_5 - a_1 a_3^2 a_4 - 400 a_1 a_4 a_6 + 624 a_2 a_3 a_6 - 2000 a_5 a_6 - \right.$$
$$\left. - 55 a_3^2 a_5\right) : \left(4\left(100 a_1^2 a_2 a_6 - 10 a_1^2 a_3 a_5 - 240 a_1 a_3 a_6 - 160 a_2^2 a_6 + 20 a_2 a_3 a_5 + a_3^2 a_4 + 800 a_4 a_6\right)\right).$$

В ряде случаев, когда два корня полинома фиксированной степени имеют одинаковую наивысшую кратность, анализ структур частных производных определенных порядков от дискриминанта полинома по его коэффициентам позволяет получить систему простых уравнений для вычисления этих кратных корней. Такая система существенно дополняет соотношения Виета [2].

Работа выполнена при финансовой поддержке Белорусского республиканского фонда фундаментальных исследований.

Литература