

Литература

1. Ровба Е.А. *Об одной ортогональной системе рациональных функций и квадратурах типа Гаусса* // Известия НАН Беларуси. Сер. физ.-матем. наук, 1998, № 3. – С. 31–35.

АСИМПТОТИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА АППРОКСИМАЦИЙ ПАДЕ СПЕЦИАЛЬНЫХ ФУНКЦИЙ

А.П. Старовойтов¹, Е.П. Кечко¹

¹Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины, Советская 104, 246019 Гомель, Беларусь
svoitov@gsu.by, ekechko@gmail.com

Пусть $f \in C_{2\pi}$, т.е. является вещественной непрерывной 2π -периодической функцией, представимой на прямой своим рядом Фурье

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} (a_k \cos kx + b_k \sin kx),$$

где коэффициенты Фурье a_k и b_k – действительные числа.

Пусть параметр $\gamma \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Z}_-$, $\mathbb{Z}_- = \{0, -1, -2, \dots\}$. Рассмотрим семейство функций $\mathcal{H}^t = \{h_\gamma\}$, представимых в виде

$$h_\gamma(x) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\sin kx + \cos kx}{(\gamma)_k}.$$

В данной работе рассматриваются асимптотические свойства тригонометрических аппроксимаций Паде функции f (определение таких аппроксимаций и описание их свойств см. в [1]–[4]). Сформулируем полученные результаты.

Теорема 1. Пусть $h_\gamma \in \mathcal{H}^t$. Тогда для любых целых неотрицательных n и m тригонометрические аппроксимации Паде $\pi_{n,m}^t(z; h_\gamma) = p_n^t(x)/q_m^t(x)$, где $p_n^t(x)$, $q_m^t(x)$ – тригонометрические многочлены с действительными коэффициентами и $\deg p_n^t \leq n$, $\deg q_m^t \leq m$, существуют и равномерно по всем $x \in \mathbb{R}$ и m , $n \geq m - 1$, при $n \rightarrow \infty$

$$h_\gamma - \pi_{n,m}^t(z; h_\gamma) = \frac{(-1)^m m! (\gamma)_n}{(\gamma)_{n+m} (\gamma)_{n+m+1}} \operatorname{Re} \left\{ (1-i) e^{2mz/(n+m)} z^{n+m+1} (1 + o(1)) \right\}.$$

Теорема 2. Пусть $h_\gamma \in \mathcal{H}^t$. Тогда если $m(n) = o(n)$, то равномерно по всем m , $0 \leq m \leq m(n)$, при $n \rightarrow \infty$

$$R_{n,m}^t(h_\gamma) \sim \|h_\gamma - \pi_{n,m}^t(\cdot; h_\gamma)\| \sim \frac{\sqrt{2} m! |(\gamma)_n|}{|(\gamma)_{n+m} (\gamma)_{n+m+1}|}.$$

Равномерно по всем m , $n \geq m - 1$ и $n \rightarrow \infty$

$$R_{n,m}^t(h_\gamma) \asymp \|h_\gamma - \pi_{n,m}^t(\cdot; h_\gamma)\| \asymp \frac{\sqrt{2} m! |(\gamma)_n|}{|(\gamma)_{n+m} (\gamma)_{n+m+1}|}.$$

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования Республики Беларусь.

Литература

1. Лабыч Ю. А., Старовойтов А. П. *Тригонометрические аппроксимации Паде функций с регулярно убывающими коэффициентами Фурье* // Математический сборник. 2009. Т. 200. № 7. С. 107–130.
2. Лабыч Ю. А., Старовойтов А. П. *О асимптотике поведения тригонометрических аппроксимаций Паде одного класса функций* // Вестник ГрДУ імя Я.Купалы. Сер. 2. Матэматыка. Фізіка. Інфарматыка, вылічальная тэхніка і ўпраўленне. Біялогія. 2009. № 1(77). С. 78–88.
3. Старовойтов А. П., Старовойтова Н. А., Рябченко Н. В. *Аппроксимации Паде специальных функций* // Український математичний вісник. 2012. Т. 9. № 2. С. 246–258.
4. Старовойтов А. П., Кечко Е. П., Касабуцкий А. Ф. *Асимптотические свойства аппроксимаций Паде* // Известия ГГУ им. Ф. Скорины. Сер. Естественные науки. 2021. № 3(126). С. 132–135.

СУЩЕСТВОВАНИЕ И ЯВНЫЙ ВИД ПОЛИОРТОГОНАЛЬНЫХ МНОГОЧЛЕНОВ

А. П. Старовойтов¹, Н. В. Рябченко¹

¹Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины, Кирова 119, 246019 Гомель, Беларусь
svoitov@gsu.by, nmankevich@tut.by

В комплексном линейном пространстве $\mathbb{P}_{\mathbb{C}}$, состоящем из многочленов, определим линейные функционалы $\mathfrak{S}_{sj}$: если $T \in \mathbb{P}_{\mathbb{C}}$ и $T(z) = t_0 + t_1 z + \dots + t_m z^m$, то

$$\mathfrak{S}_{sj}(T(z)) := t_0 f_0^j + t_1 f_1^j + \dots + t_m f_m^j,$$

где последовательность $s^j := (f_0^j, f_1^j, \dots)$, а f_ν^j — коэффициенты формальных степенных рядов

$$f_j(z) = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{f_i^j}{z^{i+1}}, \quad j = 1, 2, \dots, k. \quad (1)$$

Множество k -мерных мультииндексов $n = (n_1, \dots, n_k)$, т.е. упорядоченных k целых неотрицательных чисел, обозначим через $\mathbb{Z}_+^k$. Порядок мультииндекса $n = (n_1, \dots, n_k)$ — это сумма $|n| := n_1 + \dots + n_k$. Пусть $n = (n_1, \dots, n_k) \in \mathbb{Z}_+^k$ — ненулевой мультииндекс.

Определение 1. Тождественно не равный нулю многочлен Q , $\deg Q \leq |n|$ будем называть n -м полиортогональным многочленом 2-го типа для набора формальных степенных рядов (1), если

$$\mathfrak{S}_{sj}(Q(z) z^\nu) = 0, \quad \nu = 0, 1, \dots, n_j - 1; \quad j = 1, 2, \dots, k.$$

Определение 2. Многочлены $A_1, \dots, A_k$, все одновременно тождественно не равные нулю, для которых $\deg A_j \leq n_j - 1$, $j = 1, \dots, k$, называют n -ми полиортогональными многочленами 1-го типа для набора формальных степенных рядов (1), если

$$\sum_{j=1}^k \mathfrak{S}_{sj}(A_j(z) z^\nu) = 0, \quad \nu = 0, 1, \dots, |n| - 2.$$

Полиортогональные многочлены первого и второго типа для позитивных последовательностей s^j (последовательностей степенных моментов положительных борелевских мер) хорошо известны [1]. Для произвольных последовательностей, не связанных с мерой, понятие ортогональности введено в [2]. В данном сообщении, рассматривая ортогональность в указанном широком смысле. Нами доказан аналог "теоремы об ортогонализации" Э. Шмидта для полиортогональных многочленов. В частности, получены детерминантные представления полиортогональных многочленов, частным случаем которых является классическая формула Шмидта, описывающая явный вид ортогонального многочлена.

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования Республики Беларусь.