1. Зверович Э. И., Павловский В. А. *Нахождение областей сходимости и вычисление сумм степенных рядов от h-комплексного переменного* // Вес. Нац. акад. навук Беларусi. Сер. фiз.-мат. навук. 2020. Т. 56, № 2. С. 189–193.

2. Pavlovsky V. A., Vasiliev I. L. *On h-holomorphy and h-analyticity of functions of an h-complex variable* // Bulletin of L.N. Gumilyov ENU. Mathematics. Computer science. Mechanics series. 2020. V. 133, № 4. P. 19–27.

ОБ АППРОКСИМАЦИИ ФУНКЦИЙ МАРКОВА НЕКОТОРЫМИ РАЦИОНАЛЬНЫМИ ИНТЕГРАЛЬНЫМИ ОПЕРАТОРАМИ С ФИКСИРОВАННЫМ ЧИСЛОМ ПОЛЮСОВ

П.Г. Поцейко[1], Е.А. Ровба[2]

[1]Гродненский государственный институт имени Янки Купалы pahamatby@gmail.com

[2]Гродненский государственный институт имени Янки Купалы rovba.ea@gmail.com

Пусть μ – положительная борелевская мера с компактным носителем $F = \mathrm{supp}\mu \in \mathbb{R}$. Преобразование Коши меры μ

$$\hat{\mu}(z) = \int\limits_F \frac{d\mu(t)}{t-z}, \quad z \in \mathbb{C}$$

называется функцией Маркова.

Задачи, связанные с рациональными аппроксимациями функций Маркова, ведут свою историю с работ А. А. Гончара [1], являются классическими и затронули интересы многих математиков (см., напр., [2;3]).

Среди методов рациональной аппроксимации можно выделить интегральные операторы, восходящие своими корнями к рядам Фурье и методам их суммирования. В [4] были найдены асимптотические оценки равномерных приближений функций Маркова на отрезке $[-1,\ 1]$ частичными суммами рядов Фурье по системе рациональных функций, введенных М. М. Джрбашяном и А. А. Китбаляном при условии фиксированного числа геометрически различных полюсов аппроксимирующей функции. Заметим, что приближения непрерывных функций с характерными особенностями рациональными функциями с фиксированным числом геометрически различных полюсов впервые были введены в работах К. Н. Лунгу (см., напр., [5]).

В [6] был построен интегральный оператор типа Фурье–Чебышёва, ассоциированный с системой рациональных функций Чебышёва–Маркова. В докладе предполагается осветить круг вопросов, относящихся к рациональной аппроксимации функций Маркова этим оператором, а также другими операторами, построенными по аналогии с некоторыми известными методами суммирования рядов Фурье при условии фиксированного количества геометрически различных полюсов. Подробно изучается случай, когда мера μ удовлетворяет следующим условиям $d\mu(t) = \varphi(t)dt, \varphi(t) \asymp (t-1)^\gamma,\ \mathrm{supp}\mu \in [1,\ a],\ a > 1$.

Литература

1. Гончар, А. А. О скорости рациональной аппроксимации некоторых аналитических функций / А. А. Гончар // Мат. сб. – 1978. – Т. 105(147), № 2. – С. 147–163.

2. Andersson J.-E. Best Rational Approximation to Markov Functions / J.-E. Andersson // J. of appr. theory. – 1994. – Vol. 76, iss. 1. – P. 219–232.

3. Пекарский, А. А. Наилучшие равномерные рациональные приближения функций Маркова / А. А. Пекарский // Алгебра и анализ. – 1995. – Т. 7, № 2. – С. 121–132.

4. Rovba, E. A. Constants in rational approximation of Markov–Stieltjes functions with fixed number of poles / E. A. Rovba, E. G. Mikulich // Vesnik of Y. Kupala St. Univ. of Grodno. Ser. 2, Math. Phys. Inf. Comp. Technology and its Control. – 2013. – Vol. 1, iss. 148. – P. 12–20.

5. Лунгу, К. Н. О наилучших приближениях рациональными функциями с фиксированным числом полюсов / К. Н. Лунгу // Мат. сб. – 1971. – Т. 15б № 2. – С. 314–324.

6. Ровба, Е. А. Об одном прямом методе в рациональной аппроксимации / Е. А. Ровба // Доклады АН БССР. – 1979. – Т. 23, № 11. – С. 968–971.

О ПОСТРОЕНИИ РАЦИОНАЛЬНЫХ КВАДРАТУРНЫХ ФОРМУЛ НА ОТРЕЗКЕ

bf Е.А. Ровба[1], К.А. Смотрицкий[2], Е.В. Дирвук[3]

Гродненский государственный университет имени Янки Купалы, Гродно, Беларусь
[1]rovba.ea@gmail.com, [2]k_smotritski@mail.ru, [3]dirvuk@gmail.com

Одним из интенсивно развивающихся направлений теории приближения функций является построение квадратурных формул интерполяционно рационального типа. В настоящем докладе представлен подход к обобщению квадратурной формулы типа Гаусса с весом $h(x) = \sqrt{(1-x)/(1+x)}$.

Пусть a_k, $k = 1, 2, \ldots, 2n$ — набор чисел, удовлетворяющих условиям: 1) если $a_k \in \mathbb{R}$, то $|a_k| < 1$; 2) если $a_k \in \mathbb{C}$, то среди указанных чисел есть такое число a_l, что $a_l = \overline{a_k}$; 3) $a_{2n-1} = a_{2n} = 0$.

В работе [1] были введены в рассмотрение алгебраические дроби

$$Q_n(x) = \frac{\sin \mu_{2n}(x)}{\sqrt{1-x}}, \quad x \in [-1, 1],\ n \in \mathbb{N},$$

где

$$\mu_{2n}(x) = \frac{1}{2}\sum_{k=0}^{2n} \arccos\frac{x + a_k}{1 + a_k x}, \quad \mu'_{2n}(x) = -\frac{\lambda_n(x)}{\sqrt{1-x^2}}, \quad \lambda_{2n}(x) = \frac{1}{2}\sum_{k=0}^{2n} \frac{\sqrt{1-a_k^2}}{1 + a_k x}.$$

Функция $Q_n(x)$ имеет n простых нулей на интервале $(-1, 1)$:

$$-1 < x_n < x_{n-1} < \cdots < x_1 < 1, \quad \mu_{2n}(x_k) = \pi k,\ k = 1, 2, \ldots, n.$$

Основной результат работы состоит в следующем. Пусть $f(x)$ — произвольная интегрируемая с весом $h(x)$ на отрезке $[-1, 1]$ функция. Рассмотрим квадратурную формулу

$$\int_{-1}^{1} h(x) f(x)\, dx = \sum_{k=1}^{n} C_k f(x_k) + \rho_n(f), \tag{1}$$

где C_k, $k = 1, 2, \ldots, n$, — коэффициенты квадратурной формулы, $\rho_n(f)$ — ее остаточный член.

Теорема 1. *Квадратурная формула* (1) *имеет вид*

$$\int_{-1}^{1} \sqrt{\frac{1-x}{1+x}} f(x)\, dx = \pi \sum_{k=1}^{n} \frac{1 - x_k}{\lambda_{2n}(x_k)} f(x_k) + \rho_n(f).$$

Для остатка $\rho_n(f)$ получена оценка через наилучшее равномерное приближение функции f рациональными функциями порядка не выше $2n-1$ вида $p_{2n-1}(x)/\prod_{k=1}^{2n-2}(1 + a_k x)$, $p_{2n-1}(x)$ — некоторый алгебраический полином степени не выше $2n-1$. Заметим, что полученная квадратурная формула является точной для рациональных функций с полюсами первого порядка (для сравнения см. [1]).