

О РАЦИОНАЛЬНОЙ ИНТЕРПОЛЯЦИИ ФУНКЦИИ $|x|^\alpha$ ПО СИСТЕМЕ УЗЛОВ ЧЕБЫШЕВА-МАРКОВА ВТОРОГО РОДА

В.Ю. Медведева¹, и Е.А. Ровба²

¹Гродненский государственный университет имени Янки Купалы, Беларусь medvedeva_vj@mf.grsu.by

²Гродненский государственный университет имени Янки Купалы, Беларусь rovba.ea@gmail.com

Многие исследования посвящены различным методам приближений простейших функций с алгебраической особенностью. Так, например, в работах М.Н. Ганзбурга [1] и М. Ревверса [2] рассматривается интерполяция функции $|x|^\alpha, \alpha > 0$, на отрезке $[-1, 1]$ по различным системам узлов Чебышева. Эти задачи привлекли внимание авторов с точки зрения рациональной интерполяции. Как известно, для рациональной интерполяции представляют интерес узлы, являющиеся нулями соответствующей рациональной дроби Чебышева – Маркова.

В докладе планируется осветить вопросы, связанные с исследованием приближений функции $|x|^\alpha, \alpha > 0$ интерполяционными рациональными функциями Лагранжа на отрезке $[-1, 1]$. В качестве узлов интерполирования были выбраны нули рациональной функции Чебышева-Маркова второго рода. Получено интегральное представление остатка интерполирования и оценка сверху рассматриваемых равномерных приближений. На их основании подробно изучаются: полиномиальный случай; случай фиксированного числа геометрически различных полюсов и общий рациональный случай. В полиномиальном случае получена асимптотическая оценка соответствующих равномерных приближений.

Литература

1. Ganzburg M. The Bernstein Constant and Polynomial Interpolation at the Chebyshev Nodes. Journal of Approximation Theory, 2002, vol. 119, no. 2, pp. 193–213.
2. Revers M. On the asymptotics of polynomial interpolation to $|x|^\alpha$ at the Chebyshev nodes. Journal of Approximation Theory, 2013, vol. 165, pp. 70–82.

ОБ ОДНОМ СООТНОШЕНИИ ТИПА БЕРНШТЕЙНА-ЗИГМУНДА-АРЕСТОВА

В. Р. Мисюк¹

¹Гродненский госуниверситет, факультет математики и информатики,
Ожешко 22, 230023 Гродно, Беларусь, misiuk@grsu.by

В теории приближений особую роль играют неравенства дающие соотношения между нормой производной полинома через норму (вообще может и в другом пространстве) самого полинома. Рассмотрим одно из таких соотношений. Пусть m_2 — плоская мера Лебега в комплексной плоскости $\mathbb{C}$, $D = \{z : |z| < 1\}$ — единичный круг в $\mathbb{C}$, $\mathcal{P}_n$ — множество алгебраических многочленов степени не выше n ($n \in \mathbb{N}_0 := \mathbb{N} \cup \{0\}$).

Через $A_{p,\alpha}(D)$, $p > 0$, $\alpha > 0$ обозначим пространство Бергмана аналитических функций f в D , наделённых конечной квазинормой $\|f\|_{p,\alpha}$ (нормой при $1 \leq p < \infty$). Именно,

$$\|f\|_{p,\alpha} = \left(\int_D (1 - |\xi|^2)^{p\alpha-1} |f(\xi)|^p dm_2(\xi) \right)^{\frac{1}{p}} < \infty.$$

Для функции $f \in A_{p,\alpha}(D)$ положим $f^{[1]}(z) := izf'(z)$ и $f^{[s]}(z) := (f^{[s-1]}(z))^{[1]}$ при $s = 2, 3, \dots$.

Тэарэма. Пусть $0 < p < \infty$, $s \in \mathbb{N}$, $P \in \mathcal{P}_n$. Тогда

$$\|P^{[s]}\|_{p,\alpha} \leq n^s \|P\|_{p,\alpha}. \quad (1)$$

Отметим, что соотношение (1) является точным и в качестве приложения позволяет получить соответствующий аналог обратной теоремы. В случае $\alpha = 1/p$ этот результат был получен ранее в [1].

Літаратура

1. Мисюк В.Р. *Теоремы типа Джексона и Бернштейна для наилучших полиномиальных приближений в пространстве Бергмана* // Веснік ГрДУ імя Я. Купалы. Сер. 2. Фізыка. Матэматыка. Інфарматыка. – 2006. – № 1. – С. 58–62.

ТЕОРЕМА О НЕЯВНОЙ h -ГОЛОМОРФНОЙ ФУНКЦИИ

В.А. Павловский, И.Л. Васильев

Белорусский государственный университет, механико-математический факультет, Независимости 4, 220030
Минск, Беларусь pavlad95@gmail.com, vassilyevl@bsu.by

Обозначим через $\mathbb{C}_h$ кольцо h -комплексных чисел, т. е. чисел вида $z = x + jy$, $x, y \in \mathbb{R}$, $j^2 = 1$, $j \neq \pm 1$ [1]. Пусть D — область в $\mathbb{C}_h^2$.

Определение. Пусть функция $g : D \rightarrow \mathbb{C}_h$. Говорят, что функция $f : U \subset \mathbb{C}_h \rightarrow \mathbb{C}_h$, $w = f(z)$ задана на U неявно уравнением $g(z, w) = 0$, если для любых $z \in U$ выполняется $g(z, f(z)) = 0$.

Пусть $z = x + jy$, $w = u + jv$. Тогда $g(z, w) = A(x, y, u, v) + jB(x, y, u, v)$, и $D^* = \{(x, y, u, v) \in \mathbb{R}^4 | (z, w) \in D\}$. Поставим g в соответствие согласованное отображение

$$G = \begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix} : D^* \rightarrow \mathbb{R}^2, \quad G_z' = \begin{bmatrix} A_x' & A_y' \\ B_x' & B_y' \end{bmatrix}, \quad G_w' = \begin{bmatrix} A_u' & A_v' \\ B_u' & B_v' \end{bmatrix},$$

$$J = \det [G_w'(z, w)].$$

Тэарэма. Пусть выполнены следующие условия:

1. G дважды дифференцируемо в D^* и

$$A_u' = B_v', \quad A_v' = B_u', \quad A_x' = B_y', \quad A_y' = B_x';$$

2. $(z_0, w_0) \in D$;

3. $g(z_0, w_0) = 0$;

4. $\det [G_w'(z_0, w_0)] \neq 0$.

Тогда существует окрестность U точки z_0 и единственная h -голоморфная функция [2] $f : U \rightarrow \mathbb{C}_h$, что для любого $z \in U$ выполняется $g(z, f(z)) = 0$, $w_0 = f(z_0)$. При этом

$$f'(z) = \frac{1}{J} [(-A_x' A_u' + B_x' B_u') + j(A_x' B_u' - A_u' B_x')].$$

Літаратура