

ВЕЩЕСТВЕННЫЙ И КОМПЛЕКСНЫЙ АНАЛИЗ

ОТОБРАЖЕНИЯ ПРЯМОУГОЛЬНИКОВ С ПОМОЩЬЮ p-ГОЛОМОРФНЫХ ФУНКЦИЙ

В.В. Довгодилин¹,

¹Белгосуниверситет, механико-математический факультет, Независимости 4, 220050 Минск, Беларусь
footballer4@mail.ru

Пусть \mathbb{C}_p - кольцо p-комплексных чисел: чисел вида $a + jb$, где $a, b \in \mathbb{R}$, $j^2 = 0$, $j \neq 0$. В кольце \mathbb{C}_p имеются делители нуля вида jc и только они. Топология на \mathbb{C}_p порождается следующей нормой: $\|z\| = \|x + jy\| = \max\{|x|, |y|\}$. Эту норму будем называть **параболической**. Модулем p-комплексного числа называется $|z| = \sqrt{x^2 + y^2}$. Более подробно с p-комплексными числами можно ознакомиться в работах [1] и [2].

Определение 1. Говорят, что функция $f : D \subset \mathbb{C}_p \rightarrow \mathbb{C}_p$ **p-голоморфна** в точке $z \in \mathbb{C}_p$, если существует предел

$$f'(z) = \lim_{\substack{h \rightarrow 0, \\ \operatorname{Re} h \neq 0}} \frac{f(z+h) - f(z)}{h},$$

число $f'(z)$ называется **производной** в точке z . Функция p-голоморфная в каждой точке D называется **p-голоморфной** в D .

Определение 2. Область вида $G = \{z \in \mathbb{C}_p \mid a < x < b, h(x) < y < g(x)\}$, где функции $h, g \in C^1[a, b]$, называется **простейшей**.

Теорема 1. Пусть $f(z) = u(x) + jv(x, y)$ p-голоморфна в области $E \subset \mathbb{C}_p$. Также пусть $D = \{z \in \mathbb{C}_p \mid a < x < b, c < y < d\}$, $\bar{D} \subset E$ и для любого $x \in (a; b) : u'(x) \neq 0$. Тогда образ $G = f(D)$ – простейшая область.

Теорема 2. Пусть $G = \{z \in \mathbb{C}_p \mid a < x < b, -g(x) < y < g(x)\}$ – простейшая область. Функция $f(x) = \frac{1}{2} \left(\int_a^x \frac{dt}{g(t)} - \int_x^b \frac{dt}{g(t)} \right)$. Тогда p-голоморфная функция $f(z) = f(x) + jy f'(x)$ отображает G на прямоугольник

$$D = f(G) = \{w = u + jv \in \mathbb{C}_p \mid -\frac{1}{2} \int_a^b \frac{dt}{g(t)} < u < \frac{1}{2} \int_a^b \frac{dt}{g(t)}, -1 < v < 1\}.$$

Замечание. Случай, когда $G = \{z \in \mathbb{C}_p \mid a < x < b, h(x) < y < g(x)\}$ сводится к рассмотренному в теореме 2 с помощью p-голоморфного отображения

$$w = x + j \left(y - \frac{h(x) + g(x)}{2} \right).$$

Литература

1. И.М. Яглом *Комплексные числа и их применение в геометрии* // Изд. 2-ое, стереотипное. М.: Едиториал УРСС, 2004.

2. В.В. Довгодилин *Сходимость на множестве p-комплексных чисел и свойства p-комплексных степенных рядов.* // Весці БДПУ. Серыя 3. 2020. № 4. 32-39.