

О. В. Хвалько, студентка 1 курса ГИУСТ БГУ

Научный руководитель:

кандидат физ.-мат. наук, доцент Л. Г. Третьякова (ГИУСТ БГУ)

Наиболее распространенным видом ценных бумаг с фиксированным доходом являются облигации. Облигация – это долговая ценная бумага, подтверждающая обязательство эмитента возместить владельцу ее номинальную стоимость в установленный срок и выплатить фиксированный доход. Одним из основных и информативных показателей доходности является показатель полной доходности [1].

Введем следующие обозначения: g – купонная процентная ставка; i_t – текущая доходность; i – полная доходность; P – рыночная цена облигации; N – номинал облигации; K – курс облигации;

$$\frac{K}{100} = \frac{P}{N}; \quad i_t = \frac{gN}{P} = \frac{100g}{K}.$$

При этом имеем, что

Наибольшее распространение в современной практике получили облигации с периодической выплатой процентов и погашением номинала в конце срока. Для определения полной доходности такой облигации необходимо современную стоимость всех поступлений приравнять цене облигации. Поскольку, поступления по купонам представляют собой постоянную ренту постнумерандо, то ее член $R = gN$, а современная стоимость $A = gNa_{n,i}$, если купоны оплачиваются ежегодно. Дисконтированная величина номинала равна Nv^n . Тогда для облигации с годовыми купонами имеем:

$$P = Nv^n + gNa_{n,i} \quad \text{или} \quad \frac{K}{100} = v^n + ga_{n,i}. \quad (1)$$

Если известны курс облигации K и ее купонная процентная ставка g , то относительно полной доходности i получено уравнение (1). Из практики финансовых расчетов обычно известны нижнее i_1 и верхнее i_2 значения ставки помещения, ограничивающие интервал, в пределах которого как ожидается находится неизвестное значение полной доходности i . Обозначим K_1, K_2 расчетные значения курса облигации для ставок i_1, i_2 соответственно. Тогда на отрезке $[i_1; i_2]$ кривую K , заданную уравнением (1) можно заменить прямой, проходящий через точки (i_1, K_1) и (i_2, K_2) , а именно

$$\frac{g - K_1}{K_2 - K_1} = \frac{i - i_1}{i_2 - i_1}, \quad (2)$$

При этом будем считать, что $g \approx K$ при том значении полной доходности i , которую мы ищем. В результате несложных преобразований, получаем, что полную доходность i можно найти по формуле

$$i = \frac{K - K_1}{K_2 - K_1} (i_2 - i_1) + i_1. \quad (3)$$

Так как функция K , заданная по формуле (1) является убывающей по переменной i , то чем меньше отрезок $[i_1, i_2]$, тем лучше прямая (2) приближает функцию K и тем точнее значение полной доходности i , вычисленное по формуле (3).

Для первоначальных оценок полной доходности i на практике чисто используют формулу

$$i \approx \left(gN + \frac{N-P}{n} \right) : \left(\frac{P+N}{n} \right). \quad (4)$$

В этой формуле средний доход от облигации соотносится с ее средней ценой. За простоту оценки приходится платить потерей точности оценки. Чем больше курс отличается от 100, тем больше погрешность.

В качестве иллюстрации выше сказанного рассмотрим следующий пример: облигация со сроком 5 лет, проценты по которой выплачиваются раз в году по норме 8% куплена по курсу 65. Рассчитать ее полную стоимость. По формуле (4) найдем приближенное значение

$$i = \frac{0,08 + (1 - 0,65) * 0,2}{(1 + 0,65) * 0,5} = 0,18182.$$

i полной доходности

При данной величине полной доходности рыночный курс составит:

$$\frac{K}{100} = (1 + 0,18182)^{-5} + 0,08 * a_{5;0,18182} = 0,6873, \quad \text{т. е. } K=68,73 \text{ и является больше данного.}$$

Следовательно, полная доходность i занижена. Положим, что $i_1 \leq i \leq i_2$ где $i_1=15, i_2=20$. Вычислим по формуле (1).

$$\begin{aligned} \frac{K_1}{100} &= (1 + 0,15)^{-5} + 0,08 * a_{5;0,15} = 0,765346; (K_1 = 76,5346); \\ \frac{K_2}{100} &= (1 + 0,2)^{-5} + 0,08 * a_{5;0,20} = 0,641127; (K_2 = 64,1127); \end{aligned}$$

По формуле (3) найдем полную доходность i :

$$i = 15 + \frac{65 - 76,5346}{64,1127 - 76,5346} (20 - 15) = 19,64$$

Курс при такой ставке составит:

$$\frac{K}{100} = (1 + 0,1964)^{-5} + 0,08 * a_{5;0,1964} = (1,1964)^{-5} + 0,08 * \frac{1 - (1,1964)^{-5}}{0,1964} = 0,649; (K = 64,9)$$

и он мало отличается от 65.

Таким образом, искомое значение полной доходности равно 19,64 и является хорошим приближенным точного значения $i=19,62$.

Литература

1. Четыркин, Е. М. Финансовая математика : учебник. / Е. М. Четыркин. – 7-е изд., испр. – М. : 2007. – 400 с.