

Следствие 1. Для уравнения (2) необходимым и достаточным условием асимптотической устойчивости по вероятности его нулевого решения является неравенство $a < b^2/2$.

Теорема 3. Пусть $c|_{[0,T]} \in L^2_\phi[0,T]$ для любого $T > 0$ и

$$F_p(t) = a(t) + \frac{p-1}{2}b^2(t) + pH(2H-1) \int_0^t (t-u)^{2H-2}c(u)du, \quad I_p(t) = \int_0^t F_p(s)ds.$$

Тогда справедливы утверждения:

1) уравнение (1) имеет p -устойчивое нулевое решение тогда и только тогда, когда $\lim_{t \rightarrow \infty} I_p(t) < \infty$;

2) уравнение (1) имеет асимптотически p -устойчивое нулевое решение тогда и только тогда, когда $\lim_{t \rightarrow \infty} I_p(t) = -\infty$;

3) уравнение (1) имеет экспоненциально p -устойчивое нулевое решение, если $\sup_{t>0} F_p(t) < 0$.

Следствие 2. Для уравнения (2) имеют место следующие утверждения:

1) необходимым и достаточным условием p -устойчивости его нулевого решения являются соотношения $c = 0$ и $a \leq (1-p)b^2/2$;

2) необходимым и достаточным условием экспоненциальной p -устойчивости его нулевого решения являются соотношения $c = 0$ и $a < (1-p)b^2/2$.

В частности, нулевое решение не является p -устойчивым ни при каком $c \neq 0$.

Литература

1. Guerra J., Nualart D. *Stochastic differential equations driven by fractional Brownian motion and standard Brownian motion* // Stoch. Anal. and Appl. 2008. V. 26. № 5. P. 1053–1075.
2. Khasminskii R.Z. *Stochastic Stability of Differential Equations*. Berlin; Heidelberg: Springer-Verlag, 2012.
3. Nualart D., Rascanu A. *Differential equations driven by fractional Brownian motion* // Collectanea Mathematica. 2002. V. 53. № 1. P. 55–81.
4. Biagini F., Hu Y., Oksendal B., Zhang T. *Stochastic Calculus for Fractional Brownian Motion and Applications*. London: Springer-Verlag, 2008.

АСИМПТОТИКА МОДИФИЦИРОВАННОГО ПРЕОБРАЗОВАНИЯ СТИЛТЬЕСА

Кашевский В.В.

Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь
kashev@bsu.by

Рассмотрим модифицированное преобразование Стилтеса

$$S_l[f](x) = \int_0^\infty \frac{\ln(t+x)}{t+x} f(t) dt. \quad (1)$$

Пусть функция $f(t)$ имеет асимптотическое разложение

$$f(t) \sim \sum_{k=0}^\infty \frac{a_k}{t^{k+1}}, \quad t \rightarrow \infty. \quad (2)$$

Теорема. Если функция $f(t)$ локально интегрируема на промежутке $[0, \infty)$ и имеет асимптотическое разложение вида (2), то

$$S_l[f](x) = \frac{a_0 \ln^2 x}{x} + \frac{A_0 \ln x}{x} + \frac{\pi^2 a_0}{6x} + O\left(\frac{\ln^2 x}{x^2}\right), \quad x \rightarrow \infty. \quad (3)$$

где

$$A_0 = \int_0^1 f(t) dt + \int_1^\infty \left(f(t) - \frac{a_0}{t}\right) dt.$$

Основные моменты доказательства теоремы. Очевидно, что

$$S_l[f](x) = \frac{\ln x}{x} \int_0^\infty \frac{f(t)}{1+t/x} dt + \frac{1}{x} \int_0^\infty \frac{\ln(1+t/x)}{1+t/x} f(t) dt = I_1(x) + I_2(x). \quad (4)$$

Для $I_1(x)$ можно в [1] найти разложение

$$I_1(x) \sim \ln^2 x \left(\sum_{s=0}^\infty (-1)^s a_s x^{-s-1} \right) + \ln x \left(\sum_{s=0}^\infty (-1)^s A_s x^{-s-1} \right),$$

где

$$A_s = \int_0^1 t^s \left(f(t) - \sum_{k=0}^{s-1} \frac{a_k}{t^{k+1}} \right) dt + \int_1^\infty t^s \left(f(t) - \sum_{k=0}^s \frac{a_k}{t^{k+1}} \right) dt. \quad (5)$$

Второе слагаемое $I_2(x)$ в формуле (4) исследуется с помощью метода последовательных разложений (см. [2]). Тогда

$$I_2(x) \sim \ln x \left(\sum_{s=0}^\infty (-1)^{s+1} (\psi(s+1) - \psi(1)) a_s x^{-s-1} \right) + \sum_{s=0}^\infty B_s x^{-s-1},$$

где $B_s = (-1)^{s+1} (\psi(s+1) - \psi(1)) A_s + (-1)^s \psi'(s+1) a_s$. Здесь A_s задается формулой (5). Это основные моменты доказательства теоремы. Если уточнить некоторые оценки, то можно получить асимптотическое разложение вида

$$S_l[f](x) \sim \sum_{k=0}^\infty (C_s \ln^2 x + D_s \ln x + B_s) x^{-s-1}, \quad x \rightarrow \infty.$$

Литература

1. Wong R. *Asymptotic Approximations of Integrals*. New York, SIAM, 2001.
2. Риекстыныш Э.Я. *Асимптотические разложения интегралов*. Т. 1. Рига: Зинатне, 1974.

ТЕОРЕМА СУЩЕСТВОВАНИЯ РЕШЕНИЙ СТОХАСТИЧЕСКОГО ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ С РАЗРЫВНЫМИ ПРАВЫМИ ЧАСТЯМИ В ГИЛЬБЕРТОВОМ ПРОСТРАНСТВЕ

Леваков А.А., Васьковский М.М.

Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь levakov@tut.by; vaskovskii@bsu.by

Пусть K , Y – банаховы пространства, $\mathcal{P}(Y)$ – семейство всех непустых подмножеств пространства Y . Отображение $\Gamma: K \rightarrow \mathcal{P}(Y)$ называется *сильно-слабо полунепрерывным сверху*, если для каждой точки $x \in K$ и для каждой $\sigma(Y, Y^*)$ -окрестности