Литература

1. Яглом И.М. *Комплексные числа и их применение в геометрии.* М.: Едиториал УРСС, 2004.

2. Довгодилин В.В. *Сходимость на множестве p-комплексных чисел и свойства p-комплексных степенных рядов* // Весці БДПУ. Сер. 3. 2020. № 4. С. 32–39.

ОБ УЧЕБНОМ ПОСОБИИ «МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ В ПРИМЕРАХ И ЗАДАЧАХ» ДЛЯ СТУДЕНТОВ ФИЗИЧЕСКИХ И РАДИОФИЗИЧЕСКИХ СПЕЦИАЛЬНОСТЕЙ

Егоров А.А., Рушнова И.И., Рыбаченко И.В., Шилин А.П.

Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь
andreyegorov69@gmail.com; rushnova@bsu.by; fisherv@tut.by; a.p.shilin@gmail.com

Математический анализ является базовым разделом высшей математики и выступает в роли универсального языка науки, основы для изучения других дисциплин математического и естественнонаучного циклов, а также представляется инструментом для решения фундаментальных и прикладных физических и радиофизических задач.

В современных условиях, когда сфера образования часто приобретает дистанционный формат, для реализации возможности получения качественного образования большим подспорьем студентам выступают учебные пособия, учебно-методические комплексы, электронные учебно методические разработки с подробно изложенными алгоритмами и методами решения задач [1–3].

Учебное пособие «Математический анализ в примерах и задачах» подготовлено авторами на основе многолетнего опыта преподавания математических дисциплин студентам факультета радиофизики и компьютерных технологий Белорусского государственного университета и отражает ту тематику, которая содержится в действующей учебной программе курса математического анализа за третий семестр обучения [4]. Пособие включает в себя три главы: элементы дифференциальной геометрии, теорию поля и теорию функций комплексной переменной. По каждому разделу приводятся базовые понятия и краткие теоретические выкладки, дается решение большого числа типовых примеров и предлагается значительное количество задач с ответами к ним для самостоятельного решения. Учебное пособие предназначено, в первую очередь, для проведения практических занятий, выполнения домашней работы, для проведения контрольных мероприятий и индивидуальных заданий студентами. С теоретическим материалом, изложенным с необходимой степенью строгости и содержащим доказательства, студенту следует ознакомиться на лекциях с использованием дополнительной литературы.

Наличие в пособии примеров и задач повышенной сложности с подробными решениями несомненно позволит использовать его не только для аудиторной работы, но и для дистанционной формы обучения, и поможет читателю посредством изучения решений предложенных задач успешно освоить указанные разделы высшей математики. В частности, в главе «Теория поля» вводится понятие оператора Гамильтона ∇, с помощью которого компактно записываются основные векторные дифференциальные операции. Вычисления с этим оператором удобно проводить в прямоугольной декартовой системе координат. При этом целесообразно использовать сокращенную индексную запись скалярного, векторного и смешанного произведений. Вводя обозначения для координат x_1, x_2, x_3 вместо x, y, z и базисных векторов $\vec{e}_1$, $\vec{e}_2$, $\vec{e}_3$ вместо $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$, получим

$$\vec{a}\cdot\vec{b}=\delta_{ij}a_ib_j,\quad \vec{a}\times\vec{b}=\varepsilon_{ijk}\vec{e}_ia_jb_k,\quad \vec{a}\,\vec{b}\,\vec{c}=\varepsilon_{ijk}a_ib_jc_k,$$

где δ_{ij} и ε_{ijk} – символы Кронекера и Леви–Чивиты соответственно [5]. При записи этих формул принято следующее соглашение Эйнштейна: по индексу, встречающемуся в произведении дважды, проводится суммирование, и ни один из индексов не должен встречаться более двух раз.

Если $(\vec{a}\times\vec{b})_i$ – i-я координата вектора $\vec{a}\times\vec{b}$, то справедливо равенство

$$(\vec{a}\times\vec{b})_i=\varepsilon_{ijk}a_jb_k.$$

Для оператора Гамильтона имеем $\nabla_i=\partial/\partial x_i$ и, следовательно,

$$\nabla_ix_k=\frac{\partial x_k}{\partial x_i}=\delta_{ik}=\begin{cases}1, & \text{если } i=k,\\ 0, & \text{если } i\neq k.\end{cases}$$

При решении задач координатным методом полезными являются следующие тождества:

$$\delta_{ij}\delta_{ij}=\delta_{ii}=3,\quad \delta_{ij}\delta_{jk}=\delta_{ik},\quad \varepsilon_{ijk}\delta_{il}=\varepsilon_{ljk},\quad \varepsilon_{ijk}\delta_{ij}=0,$$

$$\varepsilon_{ijk}\varepsilon_{klm}=\delta_{il}\delta_{jm}-\delta_{im}\delta_{jl},\quad \varepsilon_{ijk}\varepsilon_{ijl}=2\delta_{kl},\quad \varepsilon_{ijk}\varepsilon_{ijk}=6.$$

Задача. Пусть $\vec{r}$ – радиус-вектор произвольной точки пространства, $r=|\vec{r}|$, $\vec{a}$ – постоянный вектор. Вычислить выражения: а) $\operatorname{grad} r$; б) $\operatorname{grad}(\vec{a}\cdot\vec{r})$; в) $\operatorname{div}(\vec{r}\times\vec{a})$; г) $\operatorname{rot}(r\vec{a})$.

а) Вычислим сначала производные

$$\frac{\partial r}{\partial x_i}=\frac{\partial\sqrt{\vec{r}\cdot\vec{r}}}{\partial x_i}=\frac{1}{2\sqrt{\vec{r}\cdot\vec{r}}}\frac{\partial(x_kx_k)}{\partial x_i}=\frac{1}{2\sqrt{\vec{r}\cdot\vec{r}}}\cdot 2x_k\frac{\partial x_k}{\partial x_i}=\frac{x_k\delta_{ik}}{r}=\frac{x_i}{r}.$$

Далее получим $\operatorname{grad} r=\nabla_i\vec{e}_ir=\vec{e}_i\dfrac{\partial r}{\partial x_i}=\vec{e}_i\dfrac{x_i}{r}=\dfrac{\vec{r}}{r}$;

б) $\operatorname{grad}(\vec{a}\cdot\vec{r})=\nabla(\vec{a}\cdot\vec{r})=\nabla_i\vec{e}_i(\vec{a}\cdot\vec{r})=\vec{e}_i\dfrac{\partial}{\partial x_i}(a_kx_k)=\vec{e}_ia_k\dfrac{\partial x_k}{\partial x_i}=\vec{e}_ia_k\delta_{ki}=\vec{e}_ia_i=\vec{a}$;

в) $\operatorname{div}(\vec{r}\times\vec{a})=\nabla\cdot(\vec{r}\times\vec{a})=\nabla_i(\vec{r}\times\vec{a})_i=\varepsilon_{ijk}\dfrac{\partial}{\partial x_i}(x_ja_k)=\varepsilon_{ijk}a_k\dfrac{\partial x_j}{\partial x_i}=\varepsilon_{ijk}a_k\delta_{ij}=0$;

г) $\operatorname{rot}(r\vec{a})=\nabla\times(r\vec{a})=\varepsilon_{ijk}\vec{e}_i\dfrac{\partial}{\partial x_j}(r\vec{a})_k=\varepsilon_{ijk}\vec{e}_i\dfrac{\partial r}{\partial x_j}a_k=\varepsilon_{ijk}\vec{e}_ia_k\dfrac{x_j}{r}=\dfrac{1}{r}\varepsilon_{ijk}\vec{e}_ix_ja_k=$
$=\dfrac{1}{r}(\vec{r}\times\vec{a})$.

Учебное пособие «Математический анализ в примерах и задачах» будет издано во второй половине текущего года. По своему уровню оно соответствует учебным программам для студентов физических и радиофизических специальностей, а также окажется весьма полезным при изучении высшей математики студентами других физико-математических специальностей, в том числе связанных с информационными технологиями.

Литература

1. *Высшая математика. Сборник задач*: учеб. пособие. В 3-х ч. Ч. 1. Аналитическая геометрия. Анализ функции одной переменной / под ред. Н.Г. Абрашиной-Жадаевой, В.Н. Русака. Мн.: БГУ, 2013.

2. *Высшая математика. Сборник задач*: учеб. пособие. В 3-х ч. Ч. 2. Линейная алгебра. Анализ функций многих переменных / под ред. Н.Г. Абрашиной-Жадаевой, В.Н. Русака. Мн.: БГУ, 2014.

3. *Высшая математика. Сборник задач*: учеб. пособие. В 3-х ч. Ч. 3. Дифференциальные уравнения. Аналитические функции. Элементы функционального анализа / под ред. Н.Г. Абрашиной-Жадаевой, В.Н. Русака. Мн.: БГУ, 2015.

4. Егоров А.А., Ильинкова Н.И., Рыбаченко И.В., Чехменок Т.А. *Математический анализ*: учебная программа [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://elib.bsu.by/handle/123456789/247693. – Дата доступа: 30.06.2020.

5. Абрашина-Жадаева Н.Г., Тимощенко И.А. *Векторный и тензорный анализ в примерах и задачах.* Мн.: БГУ, 2019.

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ПОСОБИЕ «МАТЕМАТИКА» ДЛЯ СТУДЕНТОВ СТРОИТЕЛЬНЫХ СПЕЦИАЛЬНОСТЕЙ ТЕХНИЧЕСКИХ УНИВЕРСИТЕТОВ

Ерошевская Е.Л.

Белорусский национальный технический университет, Минск, Беларусь lentt@tut.by

Дисциплина «Математика» является основой фундаментальной подготовки инженера-строителя в техническом университете. Большим подспорьем при приобретении базовых знаний по математике, на наш взгляд, может стать учебно-методический комплекс и модульно-рейтинговая система оценки знаний, умений и навыков студентов, которые обеспечивают качество подготовки и объективную оценку результатов учебного труда каждого студента.

Наиболее сложным материалом для изучения, как не парадоксально, является первый семестр обучения. Здесь свою роль играют объективные факторы: небольшой промежуток времени и большой объем учебного материала, некоторые пробелы при изучении математики в школе и колледже, отсутствие практических навыков самостоятельного обучения.

С целью максимального снижения стрессового компонента у первокурсников при обучении в первом семестре, на кафедре «Математические методы в строительстве» Белорусского национального технического университета автором Е.Л. Ерошевской было разработано и издано учебно-методическое пособие «Математика» для студентов строительных специальностей [1, 2].

Учебно-методическое пособие «Математика» представлено в двух частях. Первая часть пособия полностью охватывает теоретический материал учебной программы первого семестра для студентов строительных специальностей. В нем изложены элементы линейной алгебры, векторы, метод координат, элементы аналитической геометрии, дифференциальное исчисление функции одной переменной и его применение к исследованию функций.

Изложение теоретического материала полностью совпадает с утвержденным учебным планом, и по темам, и по количеству часов, отведенных на их усвоение. Большинство понятий, определений, теорем и их доказательств написаны лаконичным языком.