и указывается на возможность переноса по этой причине известных теорем из теории действительных последовательностей и функций на комплексные последовательности и функции. Это позволяет использовать обычно хорошо усвоенную студентами теорию пределов для действительных последовательностей и функций.

Далее следует изложение темы «Моногенность и аналитичность». Оно ведется, в основном, традиционно. Важное место в математической подготовке студентов занимает тема «Элементарные функции». Принципиальным является метод определения показательной комплексной функции. Мы придерживаемся определения этой функции соответствующей формулой $e^z \equiv \exp z = e^x(\cos y + i \sin y)$. Считаем, что такое определение дает возможность экономить время при изложении свойств этой функции. Изложение в этом случае выглядит весьма лаконично и доступно для слушателей. Изложение теории степенных комплексных рядов, интегрирования, теории Коши, теории вычетов также ведется традиционно.

На кафедре высшей математики УО ФПБ «Международный университет «МИТСО» ведется значительная работа по созданию учебно-методического сопровождения образовательного процесса.

В учебной литературе, рекомендованной для изучения теории функций комплексной переменной, имеется много содержательных учебников и учебных пособий, авторами которых являются известные ученые-математики. Однако большинство из них не приспособлено как по объему, так и по выбору и распределению материала к учебной программе по дисциплине «Математика» для специальности «Информационные системы и технологии (по направлениям)». Данные проблемы стали основанием для написания и издания учебно-методического пособия [1].

Литература

1. Шилинец В.А. *Функции комплексной переменной: практикум.* Мн.: Междунар. ун-т «МИТСО», 2020.

STOKES AND GAUSS-OSTROGRADSKY INTEGRAL THEOREM AND THEIR GENERALIZATION IN FIELD THEORY FOR PHYSICISTS

Mahon N.S., Abrashina-Zhadaeva N.G.

Belarusian State University, Minsk, Belarus
natalimahon@gmail.com; Zhadaeva@bsu.by

When presenting the integral formulas of Gauss–Ostrogradsky, Stokes and Green, we focus on students of physics specialties, for whom the objects of application of mathematical and vector analysis are especially important. These objects are:

Vector fields-mapping of one vector space to another.

Scalar fields-functions on a vector space.

Moreover, vector analysis finds the greatest application in physics and engineering. This is apparently due to the fact that the main advantages of vector methods over traditional coordinate methods are:

1. Compactness. One vector equation combines several coordinate equations, and its study can most often be carried out directly, without replacing vectors with their coordinate notation.

2. Invariance. The vector equation does not depend on the coordinate system and can be easily translated into a coordinate notation in any convenient coordinate system.

3. Visibility. Differential operators of vector analysis and the relations connecting them usually have a simple and clear physical interpretation.

In this regard, when considering them within the framework of the course «Vector and Tensor Analysis», for example, [1–3], physics students are interested, from a mathematical point of view, not only the classical form of integral formulas, but also their definition through the elements of the theory field, namely, the divergence and curl of vector fields and the gradient of the scalar field and the directional derivative.

Taking into account the notation and Einstein summation convention (see [1–3]), we present the proof of the Stokes formula in the index notation, that we give to the students at the Faculty of Physics.

Consider some surface S, stretched over contour L and continuously differentiable vector field $\vec{A} = (A_i)$, given in some neighborhood of a given surface, and A_i-vector field coordinates. We will assume that all the requirements for the smoothness of the vector fields and the consistency of the side of the surface with the choice of the orientation of its edge are satisfied, and:

$$\oint\limits_L \vec{A} \cdot d\vec{r} = \iint\limits_S \operatorname{rot} \vec{A} \cdot d\vec{S}.$$

To prove, consider the infinitesimal contour $ABCD$ and calculate separately the right and left sides of the expressions in the formula and compare the result of the calculations.

Let's expand $\vec{A}$ in a Taylor series up to terms of the first order of smallness:

$$A_i = A_i|_{\vec{r}_0} + \left.\frac{\partial A_i}{\partial x^j}\right|_{\vec{r}_0} \Delta x^j$$

We denote $\Delta r_1 = (\Delta x_1^j)$, and $\Delta r_2 = (\Delta x_2^j)$. Then, the circulation of the vector field along ABC:

$$q_1 = \int\limits_{AB} A_k dx^k + \int\limits_{BC} A_k dx^k = \int\limits_{AB} \left(\left(A_i|_{\vec{r}_0} + \left.\frac{\partial A_i}{\partial x^j}\right|_{\vec{r}_0} \Delta x_1^j\right) dx^i\right) + \int\limits_{BC} \left(A_i\Big|_{\vec{r}_0} + \left.\frac{\partial A_i}{\partial x^j}\right|_{\vec{r}_0} \Delta x_1^j + \right.$$

$$\left. + \left.\frac{\partial A_i}{\partial x^j}\right|_{\vec{r}_0} \Delta x_2^j\right) dx^i = A_i\Big|_{\vec{r}_0} \Delta x_1^i + \frac{1}{2}\left.\frac{\partial A_i}{\partial x^j}\right|_{\vec{r}_0} \Delta x_1^j \Delta x_1^i + A_i\Big|_{\vec{r}_0} \Delta x_2^i + \left.\frac{\partial A_i}{\partial x^j}\right|_{\vec{r}_0} \Delta x_1^j \Delta x_2^i +$$

$$+ \frac{1}{2}\left.\frac{\partial A_i}{\partial x^j}\right|_{\vec{r}_0} \Delta x_2^j \Delta x_2^i, \quad (j = 1; 2; 3) \quad (i = 1; 2; 3).$$

Similarly, we obtain the circulation q_2 along ADC:

$$q_2 = A_i\Big|_{\vec{r}_0} \Delta x_2^i + \frac{1}{2}\left.\frac{\partial A_i}{\partial x^j}\right|_{\vec{r}_0} \Delta x_2^j \Delta x_2^i + A_i\Big|_{\vec{r}_0} \Delta x_1^i + \left.\frac{\partial A_i}{\partial x^j}\right|_{\vec{r}_0} \Delta x_2^j \Delta x_1^i + \frac{1}{2}\left.\frac{\partial A_i}{\partial x^j}\right|_{\vec{r}_0} \Delta x_1^j \Delta x_1^i.$$

Total circulation taking into account the direction of the bypass:

$$q = q_1 - q_2 = \left.\frac{\partial A_i}{\partial x^j}\right|_{\vec{r}_0} \Delta x_1^j \Delta x_2^i - \left.\frac{\partial A_i}{\partial x^j}\right|_{\vec{r}_0} \Delta x_2^j \Delta x_1^i.$$

At the point the rotor of the vector field through the Levi-Civita symbol has the following representation:

$$(\operatorname{rot}\vec{A})_i = \varepsilon_{ikl}\frac{\partial A_k}{\partial x^l}$$

Parallelogram square element $ABCD$:

$$\Delta S_i = \varepsilon_{imn}\Delta x_1^m \Delta x_2^n = (\Delta\vec{r_1}\times\Delta\vec{r_2})_i.$$

For the flow of a vector field in an orthonormal basis, using the formulas obtained, we obtain its connection with the circulation of the vector field:

$$P = (\operatorname{rot}\vec{A})_i \cdot d\vec{S_i} = \varepsilon_{ikl}\varepsilon_{imn}\frac{\partial A_k}{\partial x^l}\Delta x_1^m \Delta x_2^n.$$

Insofar as k, l-dumb indices (summation indices), then we reassign them $k = i$, $l = j$

$$P = \frac{\partial A_i}{\partial x^j}\Delta x_1^j \Delta x_2^i - \frac{\partial A_i}{\partial x^j}\Delta x_2^j \Delta x_1^i.$$

So we got that $P = q$. For any smooth surface, you can specify a partition into infinitesimal contours. And for any adjacent contours, from the additivity property of the surface integral it follows that for flows through stretched surfaces onto these contours, it is true $P_1 + P_2 = P$ and quite similarly $q_1 + q_2 = q$. Thus, the proof is complete.

In conclusion, we note that by switching to index notation and conventions on summation over coincident indices, we greatly simplify the proofs of many formulas.

Литература

1. Абрашина-Жадаева Н.Г., Тимощенко И.А. *Основы векторного и тензорного анализа: теория, задачи.* Мн.: БГУ, 2011.

2. Abrashina-Zhadaeva N.G., Timoshchenko I.A. *Vector and tensor analysis through examples and exercises.* Мн.: БГУ, 2019.

3. Абрашина-Жадаева Н.Г., Тимощенко И.А. *Основы векторного и тензорного анализа*: электронный учеб.-метод. комплекс по учеб. дисциплине для специальностей: 1-31 04 01-02 «Физика (производственная деятельность)»; 1-31 04 01-03 «Физика (научно-педагогическая деятельность)»; 1-31 04 01-04 «Физика (управленческая деятельность)» / БГУ. Физический фак. Каф. высшей математики и математической физики. Мн.: БГУ, 2016.