ОПРЕДЕЛЕНИЕ РАЗМЕРА ПРОЦЕНТНОЙ СТАВКИ ПОСТОЯННОЙ РЕНТЫ ПОСТНУМЕРАНДО

А. А. Дубовцов*, студент 1 курса ГИУСТ БГУ*
Научный руководитель:
кандидат физ.-мат. наук, доцент ***Л. Г. Третьякова*** *(ГИУСТ БГУ)*

Поток платежей, все члены которого положительны, а временные интервалы между платежами одинаковы, называют рентой. Рента описывается следующими параметрами: R – член ренты, характеризует размер отдельного платежа; период ренты характеризует временной интервал между двумя последовательными платежами; n – срок ренты, характеризует время от начала первого периода ренты до конца последнего; i – процентная ставка (число от нуля до единицы).

Будем рассматривать постоянную ренту, т. е. ренту с постоянным членом R.

Рента называется «постнумерандо», если платежи осуществляются в конце периода ренты. Термин «дисконтирование» употребляется как средство определения любой стоимостной величины, относящейся к будущему, на более ранний момент времени. Величина А, найденная с помощью дисконтирования, называется современной стоимостью [1].

Обозначим $V^k = (1+i)^{-k}$, k. Тогда современная стоимость ренты определяется по формуле:

$$A = \sum_{i=1}^{n} R \frac{1}{(1+i)^i} = \sum_{i=1}^{n} R\nu^i = R\frac{\nu(1-\nu^n)}{1-\nu} = R\frac{1-\nu^n}{i} = Ra_{n;i} \qquad (1)$$

Число $a_{n;i} = \dfrac{1-\nu^n}{i}$ называется «коэффициентом приведения ренты» и характеризует современную стоимость ренты $a_{n;i}$ с членом R=1. Значения коэффициента приведения ренты находятся в таблицах.

Рассмотрим подробнее свойства коэффициента $a_{n;i}$ как функции процентной ставки i:

1. $\lim\limits_{i \to 0} a_{n;i} = n$ (доказательство этого равенства получается с помощью правила Лопиталя).

2. Функция $a_{n;i}$ по переменной i является убывающей, т. е. чем выше процентная ставка, тем меньше значение коэффициента приведения $a_{n;i}$ (обоснование этого свойства основано на том, что производная функции $a_{n;i}$ по переменной I отрицательна).

3. Функция $a_{n;i}$ по переменной i является выпуклой вниз.

На практике часто встречаются ситуации, когда возникает необходимость определения величины процентной ставки i по заданным R, n, A для выяснения «эффективности (доходности)» соответствующей финансово-банковской или коммерческой операции [2]. Эта задача является не такой простой, как кажется на первый взгляд. Из уравнения (1) для нахождения процентной ставки i получаем достаточно сложное алгебраическое уравнение:

$$\frac{1-(1+i)^{-n}}{i} = \frac{A}{R}$$

решение которого можно найти только с помощью приближенных методов, например с помощью метода линейной интерполяции.

Из долголетней практики известны нижний i_d и верхний i_l уровни процентных ставок. Т.о. уравнение (2) рассматривается на отрезке $[i_d; i_l]$, где оно имеет единственное решение (функция $a_{n;i}$ является убывающей) и функцию $a_{n;i}$ можно приближенно считать линейной, т. е. заменить на прямую, проходящую через точки $(i_d; a_d)$, $(i_l; a_l)$, где $a_d = a_{n;i}d$; $a_l = a_{n;i}l$.

Запишем уравнение этой прямой:

$$\frac{y-a_l}{a_d-a_l} = \frac{i-i_l}{i_d-i_l}$$

Так как при искомой процентной ставке i $y=a=a_{n;i}$, то получаем интерполяционную формулу для ее нахождения:

$$i = i_l + \frac{a-a_l}{a_d-a_l}(i_d-i_l) \tag{3}$$

Проиллюстрируем получение результата на рисунках 1 и 2.

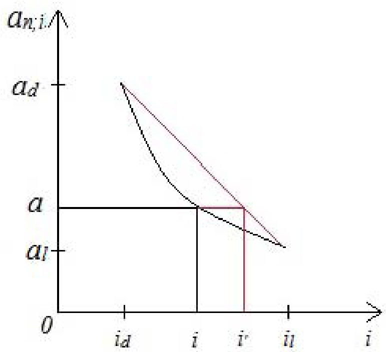

Рис. 1

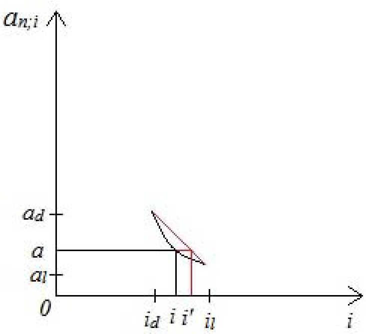

Рис. 2

Как видно из рисунков 1, 2, чем меньше отрезок $[i_d, i_l]$, тем точнее находится по формуле (3) процентная ставка $_i$ (расстояние между искомой процентной ставкой i и ее приближением i^l по формуле (3) уменьшается).

Пример. Какой должна быть процентная ставка постоянной ренты постнумерандо с постоянным членом R=400 тыс. усл. ден. ед., чтобы за четыре года современная стоимость A составила 1200 тыс. усл. ден. ед.?

Итак, по условию примера имеем: A=1200, R=400, n=4. Тогда $a_{n;4}=3$.

Будем искать приближенное значение процентной ставки i по формуле (3), полагая, что $i_d=10$, $i_e=13$. Тогда $a_{4;10}=3{,}169865=a_d$, $a_{4;13}=2{,}977471=a_l$

По формуле (3) имеем:

$$i = 13 + \frac{3-2{,}977471}{3{,}169865-2{,}977471}(10-13) = 12{,}61$$

Получаем хорошее приближение процентной ставки i, т. к. $a_{4;12}=3{,}037349>a_{4;12,61}>a_{4;13}=2{,}977471$

Литература

1. *Четыркин, Е. М.* Финансовая математика : учебник. – 7-е изд., испр. – М. : Дело, 2007. – 400 с.

2. Финансово-экономические расчеты (Методика и инструментарий): учеб.-метод. пособие / сост. М. Л. Зеленкевич [и др.]. – Барановичи : Укруп. тип., 1999. – 61 с.