УДК 517.9

В.Г. НОВОХРОСТ, Е.В. ШЛЫКОВ

I -РЕШЕНИЯ СИСТЕМ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ С ОБОБЩЕННОЙ ПРАВОЙ ЧАСТЬЮ В ПРЯМОМ ПРОИЗВЕДЕНИИ АЛГЕБР МНЕМОФУНКЦИЙ

We investigate associated solutions for systems of differential equations with the product of discontinuous and generalized functions in the right part in Cartesian product of algebras of mnemofunctions. To describe associated solutions we introduce so called $I_{\pm}$-solutions of the problem under consideration.

При решении нелинейных дифференциальных уравнений или их систем возникают определенные трудности, связанные с необходимостью корректного определения произведения обобщенных функций. Ситуация усложняется, если правые части уравнений или систем содержат произведение обобщенной функции на разрывную. В настоящей работе будем исследовать решения задачи Коши вида

$$\begin{cases} \dot{X}^i(t) = f^i\left(X^1(t), X^2(t)\right)\dot{L}^i(t), \\ X^i(0) = x_0^i, \quad t \in T, \quad i = 1, 2, \end{cases} \tag{1}$$

где правая часть содержит произведение кусочно-непрерывных функций $f^i : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$ на обобщенные производные кусочно-постоянных функций $L^i : T \to \mathbf{R}$, функции L^i имеют конечное число точек разрыва μ_j, $j = \overline{1,m}$, $T = [0, a] \subset \mathbf{R}$.

Указанная задача является некорректной с точки зрения классической теории дифференциальных уравнений. Это приводит нас к необходимости корректного определения решения подобного рода задачи.

В настоящей работе будем рассматривать задачу (1) в прямом произведении алгебр мнемофункций [1]. Данный метод связан с переходом от задачи Коши для системы дифференциальных уравнений к соответствующей задаче в алгебре мнемофункций, при этом обычные функции заменяются на ассоциирующие их мнемофункции. Затем, выбрав представителей мнемофункций, получаем конечно-разностную задачу с осреднением [2].

Такой метод успешно применялся при исследовании задач Коши для автономных и неавтономных дифференциальных уравнений в случае, когда правая часть содержит произведение обобщенной функции на разрывную [3, 4].

1. Постановка задачи. В алгебре мнемофункций задаче (1) поставим в соответствие следующую конечно-разностную задачу с осреднением

$$\begin{cases} X_n^i\left(t+h_n\right)-X_n^i\left(t\right)=f_n^i\left(X_n^1\left(t\right),X_n^2\left(t\right)\right)\left[L_n^i\left(t+h_n\right)-L_n^i\left(t\right)\right], \\ X_n^i\mid_{t\in[0,\,h_n)}=X_{n0}^i\left(t\right), \quad t\in T,\ i=1,2. \end{cases} \tag{2}$$

Здесь в качестве представителей мнемофункций, ассоциирующих функции f^i и L^i, i=1,2, будем рассматривать следующие функции:

$$f_n^i\left(x_1,x_2\right)=\left(f^i*\rho_n^1\right)\left(x_1,x_2\right)=\int\limits_0^{1/n}\int\limits_0^{1/n}f^i\left(x_1+s_1,x_2+s_2\right)\rho_n^1\left(s_1,s_2\right)ds_1ds_2, \tag{3}$$

$$L_n^i\left(t\right)=\left(L^i*\rho_n^2\right)\left(t\right)=\int\limits_0^{1/n}L^i\left(t+s\right)\rho_n^2\left(s\right)ds, \tag{4}$$

где

$$\rho_n^1\in C^\infty\left(\mathbf{R}^2\right),\ \rho_n^1\ge 0,\ \operatorname{supp}\rho_n^1\subset\left[0,1/n\right]^2,\ \int\limits_0^{1/n}\int\limits_0^{1/n}\rho_n^1\left(s_1,s_2\right)ds_1ds_2=1,$$

$$\rho_n^2\in C^\infty\left(\mathbf{R}\right),\ \rho_n^2\ge 0,\ \operatorname{supp}\rho_n^2\subset\left[0,1/n\right],\ \int\limits_0^{1/n}\rho_n^2\left(s\right)ds=1.$$

Пусть t – произвольная фиксированная точка из отрезка T. Тогда t можно представить в виде $t=\tau_t+m_th_n$, где $\tau_t\in\left[0,h_n\right)$, $m_t\in\mathbf{N}\cup\left\{0\right\}$.

Обозначим $t_k=\tau_t+kh_n$. Тогда решение задачи (2) имеет вид

$$X_n^i\left(t\right)=X_{n0}^i\left(\tau_t\right)+\sum_{k=0}^{m_t-1}f_n^i\left(X_n^1\left(t_k\right),X_n^2\left(t_k\right)\right)\left[L_n^i\left(t_{k+1}\right)-L_n^i\left(t_k\right)\right],\ i=1,2. \tag{5}$$

Далее будем исследовать предельное поведение последовательностей функций $X_n^i\left(t\right)$, $i=1,2$.

Пусть задана прямая

$$G=\left\{\left(x_1,x_2\right)\mid\phi\left(x_1,x_2\right)=0\right\},\ \ \phi\left(x_1,x_2\right)=Ax_1+Bx_2+C.$$

Вектор $N=\left(A,B\right)$ – ее вектор нормали. Прямая G делит плоскость на две полуплоскости. Полуплоскость, в сторону которой направлен вектор N, назовем G^+, вторую полуплоскость – G^-. Несложно показать, что $\left(x_1,x_2\right)\in G^+$ тогда и только тогда, когда $\phi\left(x_1,x_2\right)>0$. Аналогично $\left(x_1,x_2\right)\in G^-$ тогда и только тогда, когда $\phi\left(x_1,x_2\right)<0$.

Будем говорить, что функция $f:\mathbf{R}^2\to\mathbf{R}$ удовлетворяет *условиям* $\left(\Omega\right)$ в области $D\subset\mathbf{R}^2$, если она ограничена в данной области, непрерывно продолжима на границу этой области и для любых точек $\left(x_1,x_2\right)$, $\left(y_1,y_2\right)\in D$ выполняется условие

$$\left|f\left(x_1,x_2\right)-f\left(y_1,y_2\right)\right|\le C\left(\left|x_1-y_1\right|+\left|x_2-y_2\right|\right).$$

В данной работе будем рассматривать задачу (1) с функциями f^i, $i=1,2$, разрывными на прямой G, и начальными условиями $\left(x_0^1,x_0^2\right)\in R^2$. Будем считать также, что функции f^i, $i=1,2$, удовлетворяют условиям $\left(\Omega\right)$ в областях G^+ и G^-.

В каждой точке (x_1, x_2) прямой G определим функции f^{i+} и f^{i-} следующим образом:

$$f^{i+}(x_1, x_2) := \lim_{\substack{(x_1^*, x_2^*)\to(x_1, x_2) \\ (x_1^*, x_2^*)\in G^+}} f^i(x_1^*, x_2^*), \quad f^{i-}(x_1, x_2) := \lim_{\substack{(x_1^*, x_2^*)\to(x_1, x_2) \\ (x_1^*, x_2^*)\in G^-}} f^i(x_1^*, x_2^*), \quad i=1,2.$$

Для точек $(x_1, x_2)\in G^+\cup G^-$ будем считать, что функции $f^{i+}(x_1, x_2) = f^{i-}(x_1, x_2) = f^i(x_1, x_2)$, $i=1,2.$ Тогда по построению функции f^{i+} непрерывны на множестве $G^+\cup G,$ а функции f^{i-} – на множестве $G^-\cup G.$

Для описания решений исходной задачи в прямом произведении алгебр мнемофункций введем определение $I^{\pm}$-решений задачи (1).

Определение 1. Будем говорить, что функция $X^{\pm}(t) = \left(X^{1\pm}(t), X^{2\pm}(t)\right)$ является $I^{\pm}$*-решением* задачи Коши (1), если она удовлетворяет системе уравнений

$$X^{i\pm}(t) = x_0^i + \sum_{\mu_j\le t} f^{i\pm}\left(X^1(\mu_j -), X^2(\mu_j -)\right)\Delta L^i(\mu_j), \quad i=1,2. \tag{6}$$

В данном определении $\Delta L^i(t) = L^i(t+) - L^i(t-)$, μ_j, $j=\overline{1,m}$, – точки разрыва функций L^i, $i=1,2.$ Вообще говоря, мы предполагаем, что μ_j – это точка разрыва хотя бы одной из функций L^i.

2. Вспомогательные утверждения. Для доказательства основных теорем нам понадобятся следующие леммы.

Лемма 1. *Пусть функции* f^i *разрывны на прямой* G *и удовлетворяют условиям* (Ω) *в области* G^+ *с константами* C^i, $f_n^i(x_1, x_2) = \left(f^i * \rho_n^1\right)(x_1, x_2)$, $i=1,2,$ $\left(x_0^1, x_0^2\right)\in G^+\cup G.$

Тогда, если при $n\to\infty$, $h_n\to 0$ *выполняются условия*

$$\int_{t\in T}\left|X_{n0}^i(\tau_t) - x_0^i\right|dt \to 0, \quad i=1,2, \tag{7}$$

и для любых $t\in T$, $n\in\mathbf{N}$

$$\phi\left(X_{n0}^1(\tau_t), X_{n0}^2(\tau_t)\right) > 2/\sqrt{n}, \tag{8}$$

то при $n\to\infty$, $h_n\to 0$

$$\int_{t\in T}\left|f_n^i\left(X_{n0}^1(\tau_t), X_{n0}^2(\tau_t)\right) - f^{i+}\left(x_0^1, x_0^2\right)\right|dt \to 0, \quad i=1,2.$$

Доказательство. При выполнении условий (8) получаем, что $\forall s_1, s_2\in[0, 1/n]$ точка

$$\left(X_{n0}^1(\tau_t) + s_1,\ X_{n0}^2(\tau_t) + s_2\right)\in G^+.$$

Тогда, используя (3), определение функций f^{i+} и то, что f^i удовлетворяют условиям (Ω) в G^+, а также условие (7), получаем, что

$$\int_{t\in T}\left|f_n^i\left(X_{n0}^1(\tau_t),\ X_{n0}^2(\tau_t)\right) - f^{i+}\left(x_0^1, x_0^2\right)\right|dt =$$

$$= \int_{t\in T}\left|\int_0^{1/n}\int_0^{1/n}\left[f^{i+}\left(X_{n0}^1(\tau_t) + s_1, X_{n0}^2(\tau_t) + s_2\right) - f^{i+}\left(x_0^1, x_0^2\right)\right]\rho_n^1(s_1, s_2)\,ds_1 ds_2\right|dt \le$$

$$\le \int_{t\in T}\int_0^{1/n}\int_0^{1/n}\left|f^{i+}\left(X_{n0}^1(\tau_t) + s_1, X_{n0}^2(\tau_t) + s_2\right) - f^{i+}\left(X_{n0}^1(\tau_t), X_{n0}^2(\tau_t)\right)\right|\rho_n^1(s_1, s_2)\,ds_1 ds_2 dt +$$

$$+ \int_{t\in T}\int_0^{1/n}\int_0^{1/n}\left|f^{i+}\left(X_{n0}^1(\tau_t), X_{n0}^2(\tau_t)\right) - f^{i+}\left(x_0^1, x_0^2\right)\right|\rho_n^1(s_1, s_2)\,ds_1 ds_2 dt \le$$

$$\le C^i\int_{t\in T}\int_0^{1/n}\int_0^{1/n}(s_1 + s_2)\rho_n^1(s_1, s_2)\,ds_1 ds_2 dt + C^i\int_{t\in T}\sum_{i=1}^{2}\left|X_{n0}^i(\tau_t) - x_0^i\right|\left|\int_0^{1/n}\int_0^{1/n}\rho_n^1(s_1, s_2)\,ds_1 ds_2 dt\right| \le$$

$$\le \frac{2aC^i}{n} + C^i\sum_{i=1}^{2}\int_{t\in T}\left|X_{n0}^i(\tau_t) - x_0^i\right|dt \to 0 \text{ при } n\to\infty,\ h_n\to 0,\ i=1,2.$$

Лемма 2. *Пусть функции* f^i *разрывны на прямой* G *и удовлетворяют условиям* (Ω) *в области* G^- *с константами* C^i, $f_n^i(x_1,x_2)=\left(f^i * \rho_n^1\right)(x_1,x_2)$, $i=1,2$, $\left(x_0^1,x_0^2\right)\in G^-\cup G$.

Тогда, если при $n\to\infty$, $h_n\to 0$ *выполняются условия* (7) *и для любых* $t\in T$, $n\in\mathbf{N}$

$$\phi\left(X_{n0}^1(\tau_t),X_{n0}^2(\tau_t)\right)<-2/\sqrt{n}, \tag{9}$$

то при $n\to\infty$, $h_n\to 0$

$$\int_{t\in T}\left|f_n^i\left(X_{n0}^1(\tau_t),X_{n0}^2(\tau_t)\right)-f^{i-}\left(x_0^1,x_0^2\right)\right|dt\to 0,\ \ i=1,2.$$

Доказательство леммы проводится аналогично доказательству леммы 1.

3. Основные результаты. Переходим к доказательству основных результатов.

Теорема 1. *Пусть при* $i=1,2$ *выполняются следующие условия:*

1) функции $f^i:\mathbf{R}^2\to\mathbf{R}$ *разрывны на прямой* G *и удовлетворяют условиям* (Ω) *в области* G^+ *с константами* C^i;

2) $L^i:T\to\mathbf{R}$ – *непрерывные справа, кусочно-постоянные функции с конечным числом точек разрыва* μ_j, $j=\overline{1,m}$;

3) для всех точек $(x_1,x_2)\in G^+\cup G$ *и для всех* $j=\overline{1,m}$ *выполняется условие*

$$Af^1(x_1,x_2)\Delta L^1(\mu_j)+Bf^2(x_1,x_2)\Delta L^2(\mu_j)\ge 0; \tag{10}$$

4) начальные условия $\left(x_0^1,x_0^2\right)\in G^+\cup G$, *для всех* $t\in T$ *начальные функции* $X_{n0}^i(t)$, $i=1,2$, *удовлетворяют* (8) *и при* $n\to\infty$, $h_n\to 0$ *выполняется условие* (7).

Тогда при $n\to\infty$, $h_n\to 0$ *так, что* $1/n=o(h_n)$,

$$\int_{t\in T}\left|X_n^i(t)-X^{i+}(t)\right|\to 0,\ \ i=1,2,$$

где $X_n^i(t)$ – *решения конечно-разностной задачи с осреднением* (2), $X^{i+}(t)$ – I^+*-решения задачи* (1).

Доказательство. Поскольку функции L^i кусочно-постоянны, то из (4) следует, что для всех t за исключением $t\in T_m^*$

$$T_m^*=T\bigcap\left(\bigcup_{j=1}^{m}\bigcup_{k=0}^{m_a}\left(\mu_j+kh_n-1/n,\mu_j+kh_n\right)\right)$$

решение (5) задачи (2) примет вид

$$X_n^i(t)=\begin{cases}X_{n0}^i(\tau_t),\ t<\mu_1,\\ X_{n0}^i(\tau_t)+f_n^i\left(X_{n0}(\tau_t)\right)\Delta L^i(\mu_1),\ \mu_1\le t<\mu_2,\\ X_{n0}^i(\tau_t)+f_n^i\left(X_{n0}(\tau_t)\right)\Delta L^i(\mu_1)+\\ +f_n^i\left(X_{n0}(\tau_t)+f_n\left(X_{n0}(\tau_t)\right)\Delta L(\mu_1)\right)\Delta L^i(\mu_2),\ \mu_2\le t<\mu_3,\\ \ldots\end{cases} \tag{11}$$

Здесь для сокращения записи под $X_{n0}(\tau_t)=\left(X_{n0}^1(\tau_t),X_{n0}^2(\tau_t)\right)$ понимаем

$$X_{n0}(\tau_t)+f_n\left(X_{n0}(\tau_t)\right)\Delta L(\mu_1)=\left(X_{n0}^1(\tau_t)+f_n^1\left(X_{n0}(\tau_t)\right)\Delta L^1(\mu_1),X_{n0}^2(\tau_t)+f_n^2\left(X_{n0}(\tau_t)\right)\Delta L^2(\mu_1)\right).$$

Запишем I^+*-решение* задачи (1) в соответствии с (6)

$$X^{i+}(t)=x_0^i+\sum_{\mu_j\le t}f^{i+}\left(X^1(\mu_j-),X^2(\mu_j-)\right)\Delta L^i(\mu_j),\ \ i=1,2. \tag{12}$$

Имеет место следующее представление:

$$\int_{t\in T}\left|X_n^i(t)-X^{i+}(t)\right|dt=\int_{t\in T\setminus T_m^*}\left|X_n^i(t)-X^{i+}(t)\right|dt+\int_{t\in T_m^*}\left|X_n^i(t)-X^{i+}(t)\right|dt=I_1(t)+I_2(t).$$

Обозначим $\mu_0 = 0,\ \mu_{m+1} = a.$

Представим $I_1(t)$ в виде конечной суммы интегралов

$$I_1(t) = \int\limits_{t\in T\setminus T_m^*} \left|X_n^i(t) - X^{i+}(t)\right| dt = \sum_{j=0}^{m} \int\limits_{t\in[\mu_j,\mu_{j+1})\setminus T_m^*} \left|X_n^i(t) - X^{i+}(t)\right| dt = \sum_{j=0}^{m} I_{1j}(t).$$

Рассмотрим $I_{10}(t)$. Используя (11) и (12), получим

$$I_{10}(t) = \int\limits_{t\in[\mu_0,\mu_1)\setminus T_m^*} \left|X_n^i(t) - X^{i+}(t)\right| dt \le \int\limits_{t\in T} \left|X_{n0}^i(\tau_t) - x_0^{\,i}\right| dt.$$

Таким образом, из выполнения условия (7) следует, что $I_{10}(t) \to 0$ при $n\to\infty,\ h_n \to 0.$

Рассмотрим $I_{11}(t)$. Используя (11) и (12), получим

$$I_{11}(t) = \int\limits_{t\in[\mu_1,\mu_2)\setminus T_m^*} \left|X_n^i(t) - X^{i+}(t)\right| dt \le$$

$$\le \int\limits_{t\in T} \left|X_{n0}^i(\tau_t) + f_n^i\left(X_{n0}^1(\tau_t), X_{n0}^2(\tau_t)\right)\Delta L^i(\mu_1) - x_0^i - f^{i+}\left(x_0^1, x_0^2\right)\Delta L^i(\mu_1)\right| dt \le$$

$$\le \int\limits_{t\in T} \left|X_{n0}^i(\tau_t) - x_0^i\right| dt + \int\limits_{t\in T} \left|\left[f_n^i\left(X_{n0}^1(\tau_t), X_{n0}^2(\tau_t)\right) - f^{i+}\left(x_0^1, x_0^2\right)\right]\Delta L^i(\mu_1)\right| dt \le$$

$$\le \int\limits_{t\in T} \left|X_{n0}^i(\tau_t) - x_0^i\right| dt + \Delta L^i(\mu_1)\int\limits_{t\in T} \left|f_n^i\left(X_{n0}^1(\tau_t), X_{n0}^2(\tau_t)\right) - f^{i+}\left(x_0^1, x_0^2\right)\right| dt.$$

В силу выполнения леммы 1 $I_{11}(t) \to 0$ при $n\to\infty,\ h_n \to 0.$

Рассмотрим $I_{12}(t)$.

$$I_{12}(t) = \int\limits_{t\in[\mu_2,\mu_3)\setminus T_m^*} \left|X_n^i(t) - X^{i+}(t)\right| dt.$$

Введем обозначения

$$Y_n^i(\tau_t) = X_{n0}^i(\tau_t) + f_n^i\left(X_{n0}^1(\tau_t),\ X_{n0}^2(\tau_t)\right)\Delta L^i(\mu_1),$$

$$y^i = x_0^i + f^{i+}\left(x_0^1,\ x_0^2\right)\Delta L^i(\mu_1),\ \ i = 1, 2.$$

Тогда из выполнения условий (8) и (10)

$$\phi\left(Y_n^1(\tau_t), Y_n^2(\tau_t)\right) = A\left(X_{n0}^1(\tau_t) + f_n^1\left(X_{n0}^1(\tau_t), X_{n0}^2(\tau_t)\right)\Delta L^1(\mu_1)\right) +$$

$$+B\left(X_{n0}^2(\tau_t) + f_n^2\left(X_{n0}^1(\tau_t),\ X_{n0}^2(\tau_t)\right)\Delta L^2(\mu_1)\right) + C = AX_{n0}^1(\tau_t) + BX_{n0}^2(\tau_t) + C +$$

$$+Af_n^1\left(X_{n0}^1(\tau_t),\ X_{n0}^2(\tau_t)\right)\Delta L^1(\mu_1) + Bf_n^2\left(X_{n0}^1(\tau_t),\ X_{n0}^2(\tau_t)\right)\Delta L^2(\mu_1) > 2/\sqrt{n},$$

$$\phi\left(y^1,\ y^2\right) = A\left(x_0^1 + f^{1+}\left(x_0^1,\ x_0^2\right)\Delta L^1(\mu_1)\right) + B\left(x_0^2 + f^{2+}\left(x_0^1,\ x_0^2\right)\Delta L^2(\mu_1)\right) =$$

$$= Ax_0^1 + Bx_0^2 + C + Af^{1+}\left(x_0^1,\ x_0^2\right)\Delta L^1(\mu_1) + Bf^{2+}\left(x_0^1,\ x_0^2\right)\Delta L^2(\mu_1) \ge 0.$$

Таким образом, точки $\left(Y_n^1(\tau_t), Y_n^2(\tau_t)\right)$ и $\left(y^1,\ y^2\right)$ находятся в множестве $G^+ \cup G.$

При этом при $n\to\infty,\ h_n \to 0$ выполняется

$$\int\limits_{t\in T} \left|Y_n^i(\tau_t) - y^i\right| dt \to 0. \tag{13}$$

Тогда при $t\in\left[\mu_2,\mu_3\right)\setminus T_m^*$ получим

$$X_n^i(t) = Y_n^i(\tau_t) + f_n^i\left(Y_n^1(\tau_t), Y_n^2(\tau_t)\right)\Delta L^i(\mu_2),$$

$$X^{i+}(t) = y^i + f^{i+}\left(y^1, y^2\right)\Delta L^i(\mu_2).$$

Используя (11) и (12), получаем, что

$$I_{12}(t) = \int\limits_{t\in[\mu_2,\mu_3)\setminus T_m^*} \left|X_n^i(t) - X^{i+}(t)\right| dt \le \int\limits_{t\in T} \left|Y_n^i(\tau_t) - y^i\right| dt +$$

$$+\Delta L^i(\mu_2)\int\limits_{t\in T}\left|f_n^i\left(Y_n^1(\tau_t),Y_n^2(\tau_t)\right)-f^{i+}\left(y^1,y^2\right)\right|dt=I_{12}^1(t)+I_{12}^2(t).$$

Интеграл $I_{12}^1(t)\to 0$ при $n\to\infty$, $h_n\to 0$ в силу (13), а из леммы 1 следует, что $I_{12}^2(t)\to 0$ при $n\to\infty$, $h_n\to 0$.

Слагаемые $I_{1j}(t)$, $j=\overline{3,m}$, рассматриваются аналогично $I_{12}(t)$.

Покажем, что $I_2(t)\to 0$ при $n\to\infty$, $h_n\to 0$ так, что $1/n=o(h_n)$.

Действительно, мера Лебега μ множества T_m^* не превосходит mm_a/n. Так как $m_a\le a/h_n+1$ и m конечно, то при $n\to\infty$, $h_n\to 0$ так, что $1/n=o(h_n)$, $\mu\left(T_m^*\right)\to 0$.

Теорема 1 доказана.

Теорема 2. *Пусть при $i=1,2$ выполняются следующие условия:*

1) функции $f^i:\mathbf{R}^2\to\mathbf{R}$ разрывны на прямой G и удовлетворяют условиям (Ω) в области G^- с константами C^i;

2) $L^i:T\to\mathbf{R}$ – непрерывные справа, кусочно-постоянные функции с конечным числом точек разрыва μ_j, $j=\overline{1,m}$;

3) для всех точек $(x_1,x_2)\in G^-\cup G$ и для всех $j=\overline{1,m}$ выполняется условие

$$Af^1(x_1,x_2)\Delta L^1(\mu_j)+Bf^2(x_1,x_2)\Delta L^2(\mu_j)\le 0;$$

4) начальные условия $\left(x_0^1,x_0^2\right)\in G^-\cup G$, для всех $t\in T$ начальные функции $X_{n0}^i(t)$, $i=1,2$, удовлетворяют (9) *и при $n\to\infty$, $h_n\to 0$ выполняется условие* (7).

Тогда при $n\to\infty$, $h_n\to 0$ так, что $1/n=o(h_n)$,

$$\int\limits_{t\in T}\left|X_n^i(t)-X^{i-}(t)\right|\to 0,\ i=1,2,$$

где $X_n^i(t)$ – решения конечно-разностной задачи с осреднением (2), *$X^{i-}(t)$ – I^--решения задачи* (1).

Доказательство теоремы проводится аналогично доказательству теоремы 1.

1. Лазакович Н.В., Шлыков Е.В. // Докл. НАН Беларуси. 2007. Т. 51. № 6. С. 17.
2. Ковальчук А.Н., Новохрост В.Г., Яблонский О.Л. // Изв. вузов. Математика. 2005. № 3. С. 23.
3. Лазакович Н.В., Новохрост В.Г. // Актуальные проблемы математики: сб. науч. тр. Гродно, 2008. С. 68.
4. Грушэўскі У.У. // Весці БДПУ. Сер. 3. 2007. № 1. С. 13.

Поступила в редакцию 15.01.10.

Вероника Геннадьевна Новохрост – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры алгебры и геометрии БГПУ им. Максима Танка.

Евгений Владимирович Шлыков – аспирант кафедры функционального анализа. Научный руководитель – доктор физико-математических наук, профессор кафедры функционального анализа Н.В. Лазакович.

(1)