

Начально-краевая задача экранирования импульсных электромагнитных полей экранами из пермаллоя с распределёнными спинами на плоскостях экрана

В. Т. Ерофеев

*Институт прикладных проблем математики и информатики
Белорусского государственного университета, Минск;
e-mail: bsu_erofeenko@tut.by*

Сформулирована начально-краевая задача, моделирующая проникновение импульсных электромагнитных полей через плоский экран, заполненный пермаллоем. Материал пермаллоя характеризуется нелинейным дифференциальным уравнением второго порядка для поля намагниченности, распространяющегося в слое экрана. Для численных расчётов начально-краевая задача представлена в виде системы шести скалярных параболических нелинейных дифференциальных уравнений по временной и пространственной переменным с граничными условиями третьего и первого рода на лицевых плоскостях экрана.

Ключевые слова: плоский экран, пермаллой, спин, импульсные поля, задачи экранирования

Введение

Актуальным является разработка математических методов моделирования проникновения импульсных электромагнитных полей через экраны, применяемые для защиты электронного оборудования от внешних излучений. Одним из веществ, используемых для создания экранов, является пермаллой [1, 2]. В пермаллое распространяются электромагнитное поле $\vec{E}, \vec{H}$ и поле намагниченности $\vec{M}$, которые описываются нелинейными уравнениями Максвелла. В работе [1] численно исследована краевая задача для линеаризованных уравнений Максвелла. В публикации [2] разработана методика аналитического решения краевой задачи экранирования плоских электромагнитных волн плоским экраном из пермаллоя для линеаризованных уравнений. Актуальна разработка численных методов решения краевых задач экранирования [3], согласованных с натурными экспериментами.

1. Постановка краевой задачи экранирования импульсных электромагнитных полей экраном из пермаллоя

В пространстве E^3 расположен плоский экран $D(0 < z < \Delta)$ из пермаллоя, ограниченный плоскостями $\Gamma_1(z=0)$, $\Gamma_2(z=\Delta)$. На плоскостях распределены спины, которые характеризуются параметром закрепления спинов $K_{\text{спин}}$ и постоянной магнитной жёсткости A [1]. Из области $D_1(z < 0)$ на слой D воздействует импульсное поле $\vec{E}_0, \vec{H}_0$. В результате в области D_1 образуется отражённое поле $\vec{E}'_1, \vec{H}'_1$ и суммарное электромагнитное поле $\vec{E}_1 = \vec{E}_0 + \vec{E}'_1$, $\vec{H}_1 = \vec{H}_0 + \vec{H}'_1$. В область $D_2(z > \Delta)$ через экран D проникает поле $\vec{E}_2, \vec{H}_2$. В слое экрана возбуждаются поля $\vec{E}, \vec{H}, \vec{M}$.

Краевая задача. Для заданного первичного поля $\vec{E}_0, \vec{H}_0$ требуется определить электромагнитные поля $\vec{E}'_1, \vec{H}'_1; \vec{E}_2, \vec{H}_2$, соответственно в областях D_1, D_2 , и поля $\vec{H}, \vec{M}$ в области D , которые удовлетворяют уравнениям Максвелла

$$\text{rot } \vec{E}'_1 = -\mu_0 \frac{\partial \vec{H}'_1}{\partial t}, \text{rot } \vec{H}'_1 = \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}'_1}{\partial t}, \quad z < 0, \quad (1)$$

$$\text{rot } \vec{E}_2 = -\mu_0 \frac{\partial}{\partial t} \vec{H}_2, \text{rot } \vec{H}_2 = \varepsilon_0 \frac{\partial}{\partial t} \vec{E}_2, z > \Delta; \quad (2)$$

$$\frac{\partial \vec{H}}{\partial t} = \frac{1}{\dot{\sigma}\mu_0} (\Delta \vec{H} - \text{grad div } \vec{H}) - \dot{\gamma} \vec{P}, \quad \vec{E} = \frac{1}{\dot{\sigma}} \text{rot } \vec{H}, 0 < z < \Delta, \quad (3)$$

$$\frac{\partial \vec{M}}{\partial t} = \dot{\gamma} \vec{P}, 0 < z < \Delta, \quad \vec{P} = \vec{M} \times (\vec{H} + \dot{a} \Delta \vec{M} - \dot{g} \vec{M} \times \vec{H}); \quad (4)$$

граничным условиям непрерывности тангенциальных составляющих электромагнитных полей и поля намагниченности на плоскостях Γ_1, Γ_2 :

$$(\vec{E}_\tau - \vec{E}_{1\tau})|_{z=0} = 0, ((\vec{H} + \vec{M})_\tau - \vec{H}_{1\tau})|_{z=0} = 0; (\vec{E}_\tau - \vec{E}_{2\tau})|_{z=\Delta} = 0, ((\vec{H} + \vec{M})_\tau - \vec{H}_{2\tau})|_{z=\Delta} = 0; \quad (5)$$

граничным условиям для поля намагниченности на плоскостях Γ_1, Γ_2 :

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial}{\partial z} M_x \right|_{z=0} = 0, M_y|_{z=0} = 0, \left(\frac{\partial}{\partial z} \vec{M} - P \vec{H}, \vec{n} \right)|_{z=0} = 0, \vec{n} = \vec{e}_z; \\ \left. \frac{\partial}{\partial z} M_x \right|_{z=\Delta} = 0, M_y|_{z=\Delta} = 0, \left(\frac{\partial}{\partial z} \vec{M} + P \vec{H}, \vec{n} \right)|_{z=\Delta} = 0, P = \frac{K_{\text{спин}}}{A}; \end{aligned} \quad (6)$$

условиям излучения на бесконечность в областях D_1, D_2 .

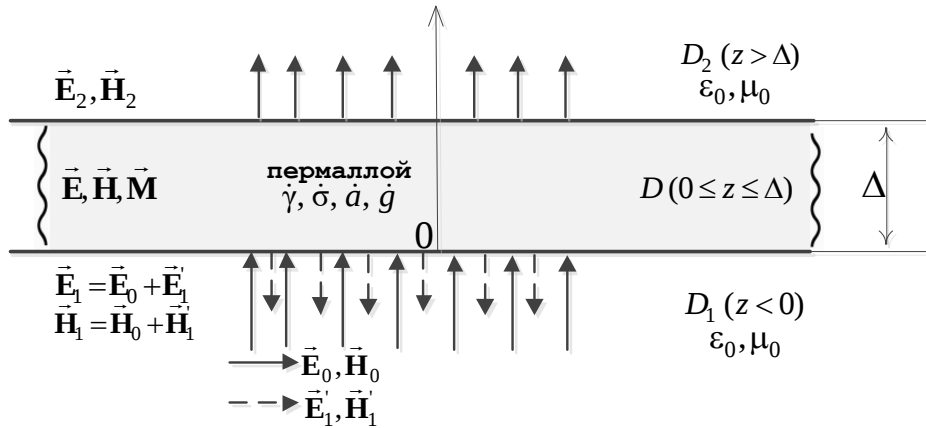


Рис. 1 – Экранирование электромагнитного импульса $\vec{E}_0, \vec{H}_0$ экраном D .

2. Структура импульсных электромагнитных полей в областях экрана

Решения системы уравнений (3), (4) будем искать в виде плоских электромагнитных полей, равномерно распределённых вдоль слоя D и независимых от координат x, y .

$$\vec{H} = H_x(z, t) \vec{e}_x + H_y(z, t) \vec{e}_y + H_z(z, t) \vec{e}_z = H_0(u_1(\bar{z}, \bar{t}) \vec{e}_x + u_2(\bar{z}, \bar{t}) \vec{e}_y + u_3(\bar{z}, \bar{t}) \vec{e}_z), \quad (7)$$

$$\vec{M} = M_x(z, t) \vec{e}_x + M_y(z, t) \vec{e}_y + M_z(z, t) \vec{e}_z = H_0(v_1(\bar{z}, \bar{t}) \vec{e}_x + v_2(\bar{z}, \bar{t}) \vec{e}_y + v_3(\bar{z}, \bar{t}) \vec{e}_z),$$

где $\bar{z} = z / \Delta$, $\bar{t} = t / \tau$ – физически безразмерная координата и безразмерное время.

В качестве первичного поля, воздействующего на экран, рассмотрим импульсное электромагнитное поле, удовлетворяющее нестационарным уравнениям Максвелла (2).

$$\vec{E}_0(z, t) = -B_0 \left(\frac{ct - z}{c\tau} \right) \vec{e}_y, \quad \vec{H}_0(z, t) = \frac{1}{Z_0} B_0 \left(\frac{ct - z}{c\tau} \right) \vec{e}_x, \quad (8)$$

$$\text{где } B_0(t') = Z_0 H_0 b(t'), \quad \max_{0 \leq t' < 2} b(t') = 1, \quad \begin{cases} b(t') = \text{up}(t' - 1), & 0 \leq t' \leq 2, \\ b(t') = 0 & \text{при } t' \leq 0 \text{ и } t' \geq 2. \end{cases} \quad (9)$$

H_0 – максимальное значение напряжённости магнитного поля $\vec{H}_0$, $\text{up}(x)$ – атомарная функция [4], возможны другие варианты функции (9) для поля (8).

В областях D_1, D_2 образуются импульсные поля $\vec{E}_1'(z, t)$, $\vec{H}_1'(z, t)$; $\vec{E}_2(z, t)$, $\vec{H}_2(z, t)$ по структуре аналогичные полю (8).

3. Начально-краевая задача экранирования для системы нелинейных уравнений для экрана из пермаллоя

Преобразуем краевую задачу (1) – (6) в начально-краевую задачу для физически безразмерных функций $u_j(\bar{z}, \bar{t})$, $v_j(\bar{z}, \bar{t})$ (7) в области $\Omega = (0 \leq \bar{z} \leq 1, 0 \leq \bar{t} \leq 3)$.

Начально-краевая задача. Требуется численно решить уравнения с граничными и начальными условиями

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_1(\bar{z}, \bar{t})}{\partial \bar{t}} &= G \frac{\partial^2 u_1(\bar{z}, \bar{t})}{\partial \bar{z}^2} - p_1(\bar{z}, \bar{t}), \quad \frac{\partial u_2(\bar{z}, \bar{t})}{\partial \bar{t}} = G \frac{\partial^2 u_2(\bar{z}, \bar{t})}{\partial \bar{z}^2} - p_2(\bar{z}, \bar{t}), \\ \frac{\partial u_3(\bar{z}, \bar{t})}{\partial \bar{t}} &= -p_3(\bar{z}, \bar{t}), \quad 0 \leq \bar{z} \leq 1, \quad 0 \leq \bar{t} \leq 3; \end{aligned} \quad (10)$$

$$\left(\frac{\partial u_1(\bar{z}, \bar{t})}{\partial \bar{z}} - K_0(v_1(\bar{z}, \bar{t}) + u_1(\bar{z}, \bar{t})) \right) \Big|_{\bar{z}=0} = -2K_0 b(\bar{t}), \quad \left(\frac{\partial u_2(\bar{z}, \bar{t})}{\partial \bar{z}} - K_0 u_2(\bar{z}, \bar{t}) \right) \Big|_{\bar{z}=0} = 0, \quad (11)$$

$$\left(\frac{\partial u_1(\bar{z}, \bar{t})}{\partial \bar{z}} + K_0(v_1(\bar{z}, \bar{t}) + u_1(\bar{z}, \bar{t})) \right) \Big|_{\bar{z}=1} = 0, \quad \left(\frac{\partial u_2(\bar{z}, \bar{t})}{\partial \bar{z}} + K_0 u_2(\bar{z}, \bar{t}) \right) \Big|_{\bar{z}=1} = 0, \quad 0 \leq \bar{t} \leq 3;$$

$$u_1(\bar{z}, \bar{t}) \Big|_{\bar{t}=0} = 0, \quad u_2(\bar{z}, \bar{t}) \Big|_{\bar{t}=0} = 0, \quad u_3(\bar{z}, \bar{t}) \Big|_{\bar{t}=0} = 0, \quad 0 \leq \bar{z} \leq 1. \quad (12)$$

Решить уравнения с граничными и начальными условиями

$$\frac{\partial v_1(\bar{z}, \bar{t})}{\partial \bar{t}} = p_1(\bar{z}, \bar{t}), \quad \frac{\partial v_2(\bar{z}, \bar{t})}{\partial \bar{t}} = p_2(\bar{z}, \bar{t}), \quad \frac{\partial v_3(\bar{z}, \bar{t})}{\partial \bar{t}} = p_3(\bar{z}, \bar{t}), \quad 0 \leq \bar{z} \leq 1, \quad 0 \leq \bar{t} \leq 3; \quad (13)$$

$$\frac{\partial}{\partial \bar{z}} v_1(\bar{z}, \bar{t}) \Big|_{\bar{z}=0} = 0, \quad v_2(\bar{z}, \bar{t}) \Big|_{\bar{z}=0} = 0, \quad \left(\frac{\partial}{\partial \bar{z}} v_3 - P_0 u_3 \right) \Big|_{\bar{z}=0} = 0, \quad 0 \leq \bar{t} \leq 3; \quad (14)$$

$$\frac{\partial}{\partial \bar{z}} v_1(\bar{z}, \bar{t}) \Big|_{\bar{z}=1} = 0, \quad v_2(\bar{z}, \bar{t}) \Big|_{\bar{z}=1} = 0, \quad \left(\frac{\partial}{\partial \bar{z}} v_3 + P_0 u_3 \right) \Big|_{\bar{z}=1} = 0, \quad 0 \leq \bar{t} \leq 3;$$

$$v_1(\bar{z}, \bar{t}) \Big|_{\bar{t}=0} = 0, \quad v_2(\bar{z}, \bar{t}) \Big|_{\bar{t}=0} = 0, \quad v_3(\bar{z}, \bar{t}) \Big|_{\bar{t}=0} = 0, \quad 0 \leq \bar{z} \leq 1, \quad (15)$$

где $p_1(\bar{z}, \bar{t})$, $p_2(\bar{z}, \bar{t})$, $p_3(\bar{z}, \bar{t})$ – физически безразмерные компоненты поля $\vec{P}$ (4);
 $P_0 = \frac{K_{\text{спин}}}{A} \Delta$, $G = \frac{\tau}{\dot{\sigma} \mu_0 \Delta^2}$, $K_0 = \dot{\sigma} Z_0 \Delta$.

Заключение

Исходная краевая задача (1) – (6) является трёхобластной краевой задачей для областей: перед экраном – D_1 , за экраном – D_2 и для слоя D с граничными условиями на поверхностях раздела сред Γ_1 , Γ_2 . На основании разработанной в статье методики трёхобластная краевая задача преобразована в однообластную краевую задачу с односторонними граничными условиями третьего и первого рода на лицевых плоскостях экрана. При этом области D_1, D_2 исключены из рассмотрения. Такая процедура необходима для упрощения численной реализации решения нелинейной краевой задачи (1) – (6). Однообластная краевая задача приведена к физически безразмерной начально-краевой задаче (10) – (15) для функций u_j, v_j в области Ω .

Литература

1. Ринкевич А. Б., Перов Д. В., Васьковский В. О., Лепаловский В. Н. Закономерности проникновения электромагнитных волн через металлические магнитные пленки. Журнал технической физики. 2009. Т.79, вып. 9. С. 96–106.
2. Ерофеенко В. Т. Математическая модель экранирования монохроматических электромагнитных полей плоскими экранами из пермаллоя. Информатика. 2019. Т. 16, № 2. С. 40–51.
3. Громыко Г. Ф., Грабчиков С. С., Ерофеенко В. Т., Заяц Г. М. Эффективность экранирования постоянных магнитных полей цилиндрическим экраном с учетом нелинейных эффектов. Физические основы приборостроения. 2015. Т. 4, №. 4. С. 30–39.
4. Кравченко, В. Ф. Лекции по теории атомарных функций и некоторым их приложениям. Монография / В. Ф. Кравченко. – М.: Радиотехника, 2003. – 512 с.

Initial boundary value problem shielding impulse electromagnetic fields by means of screens from permalloy with distribute spins on screen plane

V.T. Erofeenko

*Research Institute for Applied Problems of Mathematics and Informatics
of Belarusian State University, Minsk;
e-mail: bsu_erofeenko@tut.by*

The initial boundary value problem of penetration impulse electromagnetic fields across plane screen from permalloy is formulated. The nonlinear differential equation of second degree for field of magnetization permalloy material be characterized. The initial boundary value problem in the form of six scalar parabolic nonlinear differential equations system with boundary condition third and first degree for numerical computations is represented.

Keywords: plane screen, permalloy, spin, impulse fields, shielding tasks.