Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект №21–51–54003).

Литература

1. *Bruce J.W., Tari F.* On binary differential equations. *Nonlinearity.* No. 8(2) (1995), 255–271.

О КЛАССАХ РАЗРЕШИМОСТИ НЕЛИНЕЙНОЙ НЕОДНОРОДНОЙ СТЕПЕННОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ

Т. А. Чехменок (Минск, Беларусь)

Пусть L — простой гладкий замкнутый контур, который делит расширенную комплексную плоскость на две области: внутреннюю D^+ и внешнюю D^-. Не ограничивая общности, будем считать, что $z = 0 \in D^+$, $z = \infty \in D^-$. Пусть на L заданы функции $G(t)$, $g(t) \in H^\mu(L)$, причём $G(t) \neq 0$, $t \in L$. Необходимо найти все функции $\Phi^\pm(z)$, отличные от тождественного нуля, однозначные и аналитические в $D^\pm$ соответственно, непрерывные предельные значения которых $\Phi^\pm(t) \neq 0$ на контуре L удовлетворяют краевому условию:

$$[\Phi^+(t)]^\alpha = G(t)[\Phi^-(t)]^\beta + g(t), \tag{8}$$

где α, $\beta \in \mathbb{Q}_+$ — произвольные рациональные положительные числа.

Решения будем искать в классах функций $\mathcal{A}_{k,l}^{m,n}$ [2], где k — количество нулей, m — количество полюсов в области D^+, l — количество нулей, n — количество полюсов в области D^-. При этом параметры $k, l, m, n \in \mathbb{N}_0$ таковы, что

$$\alpha(k-m) + \beta(l-n) = \varkappa, \tag{9}$$

где $\varkappa = ind_L G(t)$.

В работе [1] была доказана равносильность разрешимости задачи (1) в классе $\mathcal{A}_{k,l}^{m,n}$ и разрешимости уравнения (2) в целых неотрицательных числах. Однако в данной статье автор не проводит исследования по выяснению условий разрешимости уравнения (2). Рассмотрим уравнение (2) в целых неотрицательных числах для положительных рациональных показателей α, β. Пусть $\alpha = \dfrac{p_\alpha}{q_\alpha}$, $\beta = \dfrac{p_\beta}{q_\beta}$ (p_α, q_α, p_β, $q_\beta \in \mathbb{N}$), $p_\alpha^* = \alpha\text{НОД}(q_\alpha; q_\beta)$, $p_\beta^* = \beta\text{НОД}(q_\alpha; q_\beta)$, $\varkappa^* = \varkappa\text{НОД}(q_\alpha; q_\beta)$.

Утверждение. Пусть в краевом условии (1) $\alpha, \beta \in \mathbb{Q}_+$, а индекс $\varkappa \in \mathbb{Z}_-$. Если $\text{НОД}(p_\alpha^*; p_\beta^*) = 1$, то уравнение (2) разрешимо в целых неотрицательных числах и решение имеет вид

$$(k; l; m; n), \tag{10}$$

где $k \in \mathbb{N}_0$ — произвольно, m является решением сравнения

$$p_\alpha^* m \equiv p_\alpha^* k - \varkappa^* \quad (mod\, p_\beta^*), \tag{11}$$

имеющего единственное решение, $l \in \mathbb{N}_0$ удовлетворяет неравенству

$$l \geq \frac{\varkappa^* - p_\alpha^*(k-m)}{p_\beta^*},$$

$$n = l + \frac{(-\varkappa^* + p_\alpha^*(k-m)}{p_\beta^*}.$$

При $\text{НОД}(p_\alpha^*; p_\beta^*) = d \neq 1$ уравнение (2) имеет целочисленное решение вида (10) тогда и только тогда, когда $\varkappa^*$ будет делиться на d, причём сравнение (11) имеет d решений.

Благодарности. Работа выполнена в рамках программы “Конвергенция–2025” (ГПНИ на 2021–2025 гг.), задание 1.7.01.04.

Литература

1. *Комяк И.И.* Нелинейная краевая задача типа Римана с положительными показателями *Изв. АН БССР.* Сер. физ.-мат. наук. No. 6 (1970), 83–87.

2. *Rogosin S.V., Chakhmianok T.A.* On solvability of inhomogeneous nonlinear power-type boundary value problem. *Complex Variables and Elliptic Equations.* Vol. 52, No. 10-11 (2007), 933–943.

К ЧИСЛЕННОМУ РЕШЕНИЮ ОДНОГО СЛАБО СИНГУЛЯРНОГО ИНТЕГРАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ МЕТОДОМ ОРТОГОНАЛЬНЫХ МНОГОЧЛЕНОВ

С. М. Шешко (Минск, Беларусь)

В настоящей работе предлагается алгоритм численного решения сингулярного интегрального уравнения с логарифмическим ядром вида [1, с. 58, 59]

$$\varphi(x) + \frac{1}{\pi}\int_{-1}^{1} \varphi(t) ln|t-x|dt + \frac{1}{\pi}\int_{-1}^{1} \varphi(t)K(x,t)dt = f(x),\ -1 < x < 1,$$

в классе функций $h(-1,1)$ по Мусхелишвили методом ортогональных многочленов. Здесь $K(x,t)$ и $f(x)$ — известные функции из класса Гельдера H, $\varphi(x)$ — искомая функция. Класс функций $h(-1,1)$ — класс ограниченных в окрестности точек $x = \pm 1$ функций [2, с. 31].

Построенные согласно методике [3, 4] спектральные схемы численного решения данного уравнения, получены на основе известных спектральных соотношений для слабо сингулярного интеграла и выведенных квазиспектральных соотношений для слабо сингулярных интегралов, позволяющих получить точные аналитические выражения для интегралов, не прибегая, в отличие от методики [1], к квадратурным формулам.

Как показывают численные расчеты, предложенный алгоритм при небольших вычислительных затратах на достаточно грубой сетке обеспечивает высокую точность приближенного решения, ограниченную лишь вычислительной погрешностью.

Благодарности. Автор выражает благодарность научному руководителю Расолько Г.А. за постановку задачи и полезные замечания.

Литература

1. *Панасюк В.В., Саврук М.П., Назарчук З.Т. Метод сингулярных интегральных уравнений в двумерных задачах дифракции.* Киев: Наук. думка (1984).

2. *Мусхелишвили Н. И. Сингулярные интегральные уравнения.* М.: Наука (1968).

3. *Расолько Г.А., Шешко С. М., Шешко М. А.* Об одном методе численного решения некоторых сингулярных интегро-дифференциальных уравнений. *Журнал Дифференциальные уравнения.* Том 55, No. 9 (2019), 1285–1292.

4. *Расолько Г.А., Шешко С. М.* Приближенное решение одного сингулярного интегро-дифференциального уравнения методом ортогональных многочленов. *Журнал Белорусского государственного университета.* Математика. Информатика. No. 2 (2020), 10–20.

ИНТЕГРО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ УРАВНЕНИЕ НА ДЕЙСТВИТЕЛЬНОЙ ОСИ, СВЯЗАННОЕ С ЗАДАЧЕЙ ГИЛЬБЕРТА ДЛЯ ПОЛУПЛОСКОСТИ

А. П. Шилин (Минск, Беларусь)

На действительной оси зададим функции $p(t), f(t)$. Будем искать функцию $\varphi(t)$, удовлетворяющую уравнению

$$\mathrm{Re}(\varphi'(t)\overline{p(t)} - \varphi(t)\overline{p'(t)}) + \frac{\varphi(t)}{\pi}\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\mathrm{Im}\, p(\tau)d\tau}{(\tau-t)^2} - \frac{\varphi'(t)}{\pi}\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\mathrm{Im}\, p(\tau)d\tau}{\tau - t} +$$