

Литература

1. Калитвин А.С., Фролова Е.В. *Линейные уравнения с частными интегралами. – теория (Издание 2-е).* Липецк (2015).

ПОСТРОЕНИЕ КАНОНИЧЕСКОЙ МАТРИЦЫ ПРОБЛЕМЫ РИМАНА ДЛЯ ТРЕХ ФУНКЦИЙ С ТРЕМЯ ОСОБЫМИ ТОЧКАМИ Л. А. Хвоцинская, Т. Н. Жоровина (Минск, Беларусь)

Рассмотрена задача определения системы трех функций $Y(z) = (y_1, y_2, y_3)$, аналитических в комплексной плоскости $\mathbb{C}$, за исключением трех точек $a_1 = 0$, $a_2 = 1$, $a_3 = \infty$, при обходе вокруг которых функция $Y(z)$ испытывает линейные преобразования с помощью постоянных невырожденных матриц V_1, V_2, V_3 третьего порядка, образующих группу монодромии, $V_1 V_2 V_3 = E$.

Обозначив характеристические числа матриц V_k через $\alpha_k, \beta_k, \gamma_k$, $k = 1, 2, 3$, найдем числа $\rho_k = \frac{1}{2\pi i} \ln \alpha_k$, $\sigma_k = \frac{1}{2\pi i} \ln \beta_k$, $\omega_k = \frac{1}{2\pi i} \ln \gamma_k$; $\operatorname{Re} \rho_k, \operatorname{Re} \sigma_k, \operatorname{Re} \omega_k \in (-1, 0]$, $\Delta = \sum_{k=1}^3 (\rho_k + \sigma_k + \omega_k)$, $\rho = -\rho_3 + \left[\frac{2-\Delta}{3} \right]$, $\sigma = 1 - \sigma_3 + \left[\frac{1-\Delta}{3} \right]$, $\omega = 2 - \omega_3 + \left[\frac{-\Delta}{3} \right]$. Не ограничивая общности, считаем, что $\operatorname{Re} \rho_3 \leq \operatorname{Re} \sigma_3 \leq \operatorname{Re} \omega_3$. Обозначим $s_k = \rho_k + \sigma_k + \omega_k$, $r_k = \rho_k \sigma_k + \sigma_k \omega_k + \rho_k \omega_k$, $d_k = \rho_k \sigma_k \omega_k$, $k = 1, 2$.

Исследования показали, что матрица

$$X(z) = \begin{pmatrix} y_1 & z(z-1)y'_1 & z^2(z-1)^2 y''_1 \\ y_2 & z(z-1)y'_2 & z^2(z-1)^2 y''_2 \\ y_3 & z(z-1)y'_3 & z^2(z-1)^2 y''_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & \rho z & \rho z(\sigma z + \rho - \sigma + 1) \\ 0 & 1 & z(\rho + \sigma + 1) \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

является канонической и удовлетворяет дифференциальному уравнению Фукса

$$\frac{dX}{dz} = X \left(\frac{U_1}{z - a_1} + \frac{U_2}{z - a_2} \right), \quad (1)$$

дифференциальные матрицы U_1, U_2 которого найдены в явном виде. Матрица $U_1 + U_2$ является треугольной и с помощью преобразования подобия треугольной матрицей C приводится к диагональному виду с элементами диагонали ρ, σ, ω . Умножая обе части уравнения (1) справа на матрицу C и соответственно преобразуя матрицы U_1 и U_2 , получили следующий результат.

Теорема. Пусть V_1, V_2, V_3 — матрицы монодромии проблемы Римана для трех функций с тремя особыми точками $a_1 = 0$, $a_2 = 1$, $a_3 = \infty$. Тогда каноническая матрица $X(z)$ удовлетворяет дифференциальному уравнению (1) с дифференциальными матрицами

$$U_1 = \begin{pmatrix} \rho & cu_{12} & c^2 u_{13} \\ -1/c & u_{22} & cu_{23} \\ 0 & -1/c & u_{33} \end{pmatrix}, \quad U_2 = \begin{pmatrix} 0 & -cu_{12} & -c^2 u_{13} \\ 1/c & \sigma - u_{22} & -cu_{23} \\ 0 & 1/c & \omega - u_{33} \end{pmatrix},$$

где $u_{22} = \frac{\rho(s_2 - \omega) - \sigma(s_1 - \omega) + r_1 - r_2}{\omega - \sigma}$, $u_{33} = \frac{\omega(s_2 - \sigma) - \rho(s_1 - \sigma) - r_1 + r_2}{\omega - \sigma}$,

$u_{12} = \frac{d_2 - (\rho - \rho_1)(\rho - \sigma_1)(\rho - \omega_1)}{\sigma - \rho}$, $u_{13} = u_{12}(\omega - s_{33}) - d_2$, $u_{23} = r_2 - u_{12} - (\sigma - s_{22})(\omega - s_{33})$.