$$(\tilde{x}_{na}, t), (\tilde{x}_{nb}, t) \in \Pi_n \times [t_0, T], \quad n = 1, 2, \dots, d, \tag{2}$$

$$P_2(D_x)w(x, t_0) = w_0(x),\ D_t^1 P_2(D_x)w(x, t_0) = w_1(x), \dots,$$

$$D_t^{m-1} P_2(D_x)w(x, t_0) = w_{m-1}(x), \quad x \in \Pi, \tag{3}$$

где D_t^β — дробная производная Герасимова–Капуто порядка β, $0 < \alpha_1 < \alpha_2 < \dots < \alpha_n \leq m - 1 < \alpha \leq m \in \mathbb{N}, n \in \mathbb{N}$.

Положим $\mathcal{X} = \left\{ v \in H^{2+2r}(\Pi) : \frac{\partial^k v}{\partial x_n^k}(\tilde{x}_{na}, t) = \frac{\partial^k v}{\partial x_n^k}(\tilde{x}_{nb}, t), \tilde{x}_{na}, \tilde{x}_{nb} \in \Pi_n, k = 0, 1 \right\}$, где $r \in \mathbb{N}$, $r > d/4$, $\mathcal{Y} = H^{2r}(\Pi)$, $\quad L = P_2(D_x)$, $\quad M = Q_2(D_x)$. Тогда $L, M \in \mathcal{L}(\mathcal{X}; \mathcal{Y})$, т.е. линейные непрерывные операторы, действующие из $\mathcal{X}$ в $\mathcal{Y}$. При $k_n \in \mathbb{Z}$, $n = 1, 2, \dots, d$, обозначим $\lambda_{k_n} = \frac{2\pi k_n}{b_n - a_n}$, $k \equiv (k_1, k_1, \dots, k_d) \in \mathbb{Z}^d$, $\lambda_k \equiv (\lambda_{k_1}, \lambda_{k_2}, \dots, \lambda_{k_d})$, $x \equiv (x_1, x_2, \dots, x_d)$, $\varphi_k(x)$ – ортонормированный базис в $L_2(\Pi)$.

Теорема. Пусть $\alpha > 1$, $\alpha_n \leq m - 2$, $q > (\alpha - m + 1)^{-1}$, множество

$$\sigma \equiv \{\lambda \in \mathbb{C}^d : \lambda = (\lambda_{k_1}, \lambda_{k_2}, \dots, \lambda_{k_d}), k_1, k_2, \dots, k_d \in \mathbb{Z}\}$$

не содержит нулей многочленов P_2 и Q_2, $f \in C^m([t_0, T]; H^{2r}(\Pi))$, $g \in C^\infty(\Pi \times \mathbb{R}^n, \mathbb{R})$, частные производные g до порядка $2r+1$ включительно ограничены на $\Pi \times \mathbb{R}^n$, $\langle w_l, \varphi_k \rangle = 0$ при $P_2(\lambda_k) = 0$, $\quad l = 0, \dots, m - 1$. Тогда существует единственное сильное решение задачи (1)–(3).

Благодарности. Работа поддержана Российским фондом фундаментальных исследований, гранты 20–31–90015 и 21–51–54003.

ИССЛЕДОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ СПОРТСМЕНА НА ДИНАМИЧЕСКОМ УРОВНЕ

А. Е. Покатилов, А. М. Гальмак, Ю. В. Воронович (Могилёв, Беларусь)

Продолжая исследования, начатые в [1], определим динамическое ускорение управляющих моментов $M_{i,i-1}$ мышечной системы спортсмена как их вторую производную по времени и обозначим символом $a_{M_{i,i-1}}$. Для управляющего момента $M_{i,i-1}$ относительно сустава O_i оно вычисляется по формуле

$$\begin{aligned}
a_{M_{i,i-1}} = &-g \sum_{j=i}^{N} C_{ij} \ddot{Q}_j \sin Q_j - g \sum_{j=i}^{N} C_{ij} \dot{Q}_j^2 \cos Q_j + \sum_{k=1}^{N} \sum_{j=i}^{N} A_{jk} {Q^{(IV)}}_k \cos(Q_k - Q_j) - \\
&- \sum_{k=1}^{N} \sum_{j=i}^{N} A_{jk} \dddot{Q}_k (Q_k - Q_j) \sin(Q_k - Q_j) - \sum_{k=1}^{N} \sum_{j=i}^{N} A_{jk} \dddot{Q}_k \left(\dot{Q}_k - \dot{Q}_j\right) \sin(Q_k - Q_j) - \\
&- \sum_{k=1}^{N} \sum_{j=i}^{N} A_{jk} \ddot{Q}_k \left(\ddot{Q}_k - \ddot{Q}_j\right) \sin(Q_k - Q_j) - \sum_{k=1}^{N} \sum_{j=i}^{N} A_{jk} \ddot{Q}_k \left(\dot{Q}_k - \dot{Q}_j\right)^2 \cos(Q_k - Q_j) - \\
&- \sum_{k=1}^{N} \sum_{j=i}^{N} 2A_{jk} \ddot{Q}_k^2 \sin(Q_k - Q_j) - \sum_{k=1}^{N} \sum_{j=i}^{N} 2A_{jk} \dot{Q}_k \dddot{Q}_k \sin(Q_k - Q_j) - \\
&- \sum_{k=1}^{N} \sum_{j=i}^{N} 2A_{jk} \dot{Q}_k \ddot{Q}_k \left(\dot{Q}_k - \dot{Q}_j\right) \cos(Q_k - Q_j) - \\
&- \sum_{k=1}^{N} \sum_{j=i}^{N} A_{jk} \dot{Q}_k^2 \left(\ddot{Q}_k - \ddot{Q}_j\right) \cos(Q_k - Q_j) + \\
&+ \sum_{k=1}^{N} \sum_{j=i}^{N} A_{jk} \dot{Q}_k^2 \left(\dot{Q}_k - \dot{Q}_j\right)^2 \sin(Q_k - Q_j),
\end{aligned}$$

где коэффициенты C_{ij} и A_{ij} отражают геометрию тела конкретного спортсмена, а Q_k, $\dot{Q}_k$, $\ddot{Q}_k$, $\dddot{Q}_k$, $Q^{(IV)}{}_k$ — обобщенные координаты биомеханической системы и их производные. Проведённая серия натурных и вычислительных экспериментов позволяет сделать следующие выводы:

- момент управляющих сил и его динамическое ускорение изменяются в противофазе;
- локальные экстремумы графиков изменения момента и динамического ускорения совпадают по времени, то есть происходят одновременно.

Литература

1. *Киркор М.А., Покатилов А.Е., Гальмак А.М.* Математическое описание синтеза целенаправленного движения спортсмена. *Веснік МДУ імя А.А. Куляшова.* Сер. В. No. 1 (2020), 44–50.

БИОМЕХАНИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ЛОКОМОЦИЙ СПОРТСМЕНА НА ОСНОВЕ МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА УПРАВЛЯЮЩИХ МОМЕНТОВ

А. Е. Покатилов, А. М. Гальмак, М. А. Киркор (Могилёв, Беларусь)

В научной литературе и на практике существует и описан огромный массив экспериментальных и расчетных данных по кинематике и динамике различных спортивных упражнений [1]. На наш взгляд, возможно с привлечением аппарата математического анализа на существующем материале выполнить оценку скоростно-силовых качеств мышечной системы. В динамике локомоций спортсмена одной из важнейших характеристик является момент управляющих сил мышечной системы. Введем понятие динамической скорости по управляющему моменту $M_{i,i-1}$ как производной от этого момента. Динамическая скорость момента относительно сустава O_i равна

$$V_{M_{i-1,i}} = \frac{dM_{i,i-1}}{dt}\left(\frac{\text{Нм}}{\text{с}}\right), \tag{1}$$

где $V_{M_{i-1,i}}$ — динамическая скорость управляющего момента.

Необходимо обратить внимание на два важных момента. Во-первых, полученная размерность совпадает с размерностью мощности, но ею не является, что подтверждает теоретический анализ уравнений и сравнение этих характеристик при проведении вычислительного эксперимента на ПЭВМ. Во-вторых, данная проблема имеет два аспекта: математический и биомеханический.

Математический аспект раскрывает механо-математические закономерности движения спортсмена на динамическом уровне. А биомеханический аспект позволяет связать данные закономерности с конкретной реализацией движения на динамическом уровне через физиологию, анатомию, биомеханику движений, через технику спортивных упражнений и пр.

Исследование показало, что при изменении динамической скорости по уравнению (1) и изменении момента управляющих сил мышечной системы в суставах биосистемы локальные экстремумы являются парными, и локальному экстремуму управляющего момента всегда предшествует фаза локального экстремума скорости изменения этого момента, опережая первую на $\Delta t_i = 0,033 \div 0,17$с.

Литература

1. *Покатилов А.Е., Киркор М.А.* Проблемы исследования механики движения опорно-двигательного аппарата человека. *Проблемы физики, математики и техники.* No. 1(30) (2017), 59–67.