2. *Пилипчук Л.А., Пилипчук А.С., Полячок Е.Н.* Двухкритериальные задачи потокового программирования. *Известия Гомельского государственного университета имени Ф. Скорины. Естественные науки.*№ 6 (123) (2020), 144–150.

FRACTIONAL DIFFERENTIAL EQUATIONS AND THEIR APPROXIMATIONS

S. Piskarev (Moscow, Russia)

In this talk we have a deal with the well-posedness (maximal regularity) and approximation for nonhomogeneous fractional differential equations in Banach spaces E:

$$(\mathbf{D}_t^{\alpha}u)(t) = Au(t) + f(t), \quad t \in [0,T]; \quad u(0) = x,$$

where $\mathbf{D}_t^{\alpha}$ is the Caputo-Dzhrbashyan derivative $0 < \alpha < 1$, the operator A generates analytic C_0-semigroup, the function $f(\cdot) : [0,T] \to E$ is smooth enough.

The same way as in [2-3] we give the necessary and sufficient condition for the coercive well-posedness (maximal regularity) of nonhomogeneous fractional Cauchy problems in the spaces $C_0^{\beta}([0,T];E)$. Then using implicit difference scheme and explicit difference scheme, we deal with the full discretization of the solutions of nonhomogeneous and semilinear fractional differential equations in time variables and as in [2] we get the stability of the schemes and the order of convergence. Some results on discrete maximal regularity in $L_{\tau}^{p}([0,T];E_n)$ are presented too.

Follow [4] we discuss also the full discretization of autonomous semilinear problem.

Acknowledgment. The work is partially supported by grant from Russian Science Foundation N20–11–20085.

References

1. *Bangti Jin, Buyang Li, Zhi Zhou.* Discrete Maximal Regularity of Time-Stepping Schemes for Fractional Evolution Equations. *Numerische Mathematik.* **138** (1) (2018), 101–131.

2. *Liu R., Li Miao, Piskarev S.* The Order of Convergence of Difference Schemes for Fractional Equations. *Numerical Functional Analysis and Optimization.* **38** (6) (2017), 754–769.

3. *Li Liu, Zhenbin Fan, Gang Li, and Piskarev S.* Maximal Regularity for Fractional Cauchy Equation in Holder Space and its Approximation. *Comput. Methods Appl. Math.* **19** (2) (2019), 160–178.

4. *Ru Liu, Piskarev Sergey.* Approximation of semilinear fractional Cauchy problem: II. *Semigroup Forum.* **101** (2020), 751–768.

РАЗРЕШИМОСТЬ НЕЛИНЕЙНОГО УРАВНЕНИЯ ДРОБНОГО ПОРЯДКА С МНОГОЧЛЕНАМИ ОТ ОПЕРАТОРОВ ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЯ

М. В. Плеханова, Г. Д. Байбулатова (Челябинск, Россия)

Пусть $P_2(\lambda) = c_0 + \sum\limits_{j=1}^{d} c_j\lambda_j + \sum\limits_{j,l=1}^{d} c_{jl}\lambda_j\lambda_l$, $Q_2(\lambda) = d_0 + \sum\limits_{j=1}^{d} d_j\lambda_j + \sum\limits_{j,l=1}^{d} d_{jl}\lambda_j\lambda_l$, $c_0, d_0, c_j, d_j, c_{jl}, d_{jl} \in \mathbb{C}$, $j, l = 1, 2, \ldots, d$, $\sum\limits_{j,l=1}^{d} c_{jl}\lambda_j\lambda_l \geq \nu \sum\limits_{j=1}^{d} \lambda_j^2$ при некотором $\nu > 0$. Используя обозначения $P_2(D_x) \equiv c_0 + i\sum\limits_{j=1}^{d} c_j \frac{\partial}{\partial x_j} - \sum\limits_{j,l=1}^{d} c_{jl}\frac{\partial^2}{\partial x_j \partial x_l}$, $Q_2(D_x) \equiv d_0 + i\sum\limits_{j=1}^{d} d_j \frac{\partial}{\partial x_j} - \sum\limits_{j,l=1}^{d} d_{jl}\frac{\partial^2}{\partial x_j \partial x_l}$, $\Pi = \bigotimes\limits_{l=1}^{d}(a_l, b_l)$, $\Pi_n = \bigotimes\limits_{l=1, l\neq n}^{d}(a_l, b_l)$, $\tilde{x}_{na} = (x_1, \ldots, x_{n-1}, a_n, x_{n+1}, \ldots, x_d)$, $\tilde{x}_{nb} = (x_1, \ldots, x_{n-1}, b_n, x_{n+1}, \ldots, x_d)$, запишем начально-краевую задачу для $(x,t) \in \Pi \times [t_0, T]$

$$P_2(D_x)D_t^{\alpha}w = Q_2(D_x)w + (t-t_0)^{m-1}g(x, P_2(D_x)D_t^{\alpha_1}w, \ldots, P_2(D_x)D_t^{\alpha_n}w) + f(x,t), \tag{1}$$

$$\frac{\partial^k w}{\partial x_n^k}(\tilde{x}_{na}, t) = \frac{\partial^k w}{\partial x_n^k}(\tilde{x}_{nb}, t), \quad k = 0, 1,$$

$$(\tilde{x}_{na},t),(\tilde{x}_{nb},t)\in\Pi_n\times[t_0,T],\quad n=1,2,\dots,d, \tag{2}$$

$$P_2(D_x)w(x,t_0)=w_0(x),\ D_t^1P_2(D_x)w(x,t_0)=w_1(x),\dots,$$
$$D_t^{m-1}P_2(D_x)w(x,t_0)=w_{m-1}(x),\quad x\in\Pi, \tag{3}$$

где D_t^{β} — дробная производная Герасимова–Капуто порядка β, $0<\alpha_1<\alpha_2<\dots<\alpha_n\le m-1<\alpha\le m\in\mathbb{N}, n\in\mathbb{N}$.

Положим $\mathcal{X}=\left\{v\in H^{2+2r}(\Pi):\frac{\partial^k v}{\partial x_n^k}(\tilde{x}_{na},t)=\frac{\partial^k v}{\partial x_n^k}(\tilde{x}_{nb},t),\tilde{x}_{na},\tilde{x}_{nb}\in\Pi_n,k=0,1\right\}$, где $r\in\mathbb{N}$, $r>d/4$, $\mathcal{Y}=H^{2r}(\Pi)$, $\quad L=P_2(D_x)$, $\quad M=Q_2(D_x)$. Тогда $L,M\in\mathcal{L}(\mathcal{X};\mathcal{Y})$, т.е. линейные непрерывные операторы, действующие из $\mathcal{X}$ в $\mathcal{Y}$. При $k_n\in\mathbb{Z}$, $n=1,2,\dots,d$, обозначим $\lambda_{k_n}=\frac{2\pi k_n}{b_n-a_n}$, $k\equiv(k_1,k_1,\dots,k_d)\in\mathbb{Z}^d$, $\lambda_k\equiv(\lambda_{k_1},\lambda_{k_2},\dots,\lambda_{k_d})$, $x\equiv(x_1,x_2,\dots,x_d)$, $\varphi_k(x)$ – ортонормированный базис в $L_2(\Pi)$.

Теорема. Пусть $\alpha>1$, $\alpha_n\le m-2$, $q>(\alpha-m+1)^{-1}$, множество

$$\sigma\equiv\{\lambda\in\mathbb{C}^d:\lambda=(\lambda_{k_1},\lambda_{k_2},\dots,\lambda_{k_d}),k_1,k_2,\dots,k_d\in\mathbb{Z}\}$$

не содержит нулей многочленов P_2 и Q_2, $f\in C^m([t_0,T];H^{2r}(\Pi))$, $g\in C^\infty(\Pi\times\mathbb{R}^n,\mathbb{R})$, частные производные g до порядка $2r+1$ включительно ограничены на $\Pi\times\mathbb{R}^n$, $\langle w_l,\varphi_k\rangle=0$ при $P_2(\lambda_k)=0$, $\quad l=0,\dots,m-1$. Тогда существует единственное сильное решение задачи (1)–(3).

Благодарности. Работа поддержана Российским фондом фундаментальных исследований, гранты 20–31–90015 и 21–51–54003.

ИССЛЕДОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ СПОРТСМЕНА НА ДИНАМИЧЕСКОМ УРОВНЕ

А. Е. Покатилов, А. М. Гальмак, Ю. В. Воронович (Могилёв, Беларусь)

Продолжая исследования, начатые в [1], определим динамическое ускорение управляющих моментов $M_{i,i-1}$ мышечной системы спортсмена как их вторую производную по времени и обозначим символом $a_{M_{i,i-1}}$. Для управляющего момента $M_{i,i-1}$ относительно сустава O_i оно вычисляется по формуле

$$a_{M_{i,i-1}}=-g\sum_{j=i}^{N}C_{ij}\ddot{Q}_j\sin Q_j-g\sum_{j=i}^{N}C_{ij}\dot{Q}_j^2\cos Q_j+\sum_{k=1}^{N}\sum_{j=i}^{N}A_{jk}{Q^{(IV)}}_k\cos(Q_k-Q_j)-$$
$$-\sum_{k=1}^{N}\sum_{j=i}^{N}A_{jk}\dddot{Q}_k(Q_k-Q_j)\sin(Q_k-Q_j)-\sum_{k=1}^{N}\sum_{j=i}^{N}A_{jk}\dddot{Q}_k\left(\dot{Q}_k-\dot{Q}_j\right)\sin(Q_k-Q_j)-$$
$$-\sum_{k=1}^{N}\sum_{j=i}^{N}A_{jk}\ddot{Q}_k\left(\ddot{Q}_k-\ddot{Q}_j\right)\sin(Q_k-Q_j)-\sum_{k=1}^{N}\sum_{j=i}^{N}A_{jk}\ddot{Q}_k\left(\dot{Q}_k-\dot{Q}_j\right)^2\cos(Q_k-Q_j)-$$
$$-\sum_{k=1}^{N}\sum_{j=i}^{N}2A_{jk}\ddot{Q}_k^2\sin(Q_k-Q_j)-\sum_{k=1}^{N}\sum_{j=i}^{N}2A_{jk}\dot{Q}_k\dddot{Q}_k\sin(Q_k-Q_j)-$$
$$-\sum_{k=1}^{N}\sum_{j=i}^{N}2A_{jk}\dot{Q}_k\ddot{Q}_k\left(\dot{Q}_k-\dot{Q}_j\right)\cos(Q_k-Q_j)-$$
$$-\sum_{k=1}^{N}\sum_{j=i}^{N}A_{jk}\dot{Q}_k^2\left(\ddot{Q}_k-\ddot{Q}_j\right)\cos(Q_k-Q_j)+$$
$$+\sum_{k=1}^{N}\sum_{j=i}^{N}A_{jk}\dot{Q}_k^2\left(\dot{Q}_k-\dot{Q}_j\right)^2\sin(Q_k-Q_j),$$