$\sigma = (\sigma_1, \sigma_2) \in \mathrm{C}^2$; $\kappa = (\kappa_1, \kappa_2) \in \mathrm{C}^2$; функция $\mathrm{G}^{\mathbf{m},\mathbf{n}}_{\mathbf{p},\mathbf{q}}\left[\mathbf{z}\middle| \begin{matrix}(\mathbf{a}_i)_{1,p}\\(\mathbf{b}_j)_{1,q}\end{matrix}\right] = \prod_{k=1}^{2} \mathrm{G}^{m_k,\overline{n}_k}_{p_k,q_k}\left[z_k\middle| \begin{matrix}(a_{i_k})_{1,p_k}\\(b_{j_k})_{1,q_k}\end{matrix}\right]$ — произведение G–функций $\mathrm{G}^{m_k,\overline{n}_k}_{p_k,q_k}[z_k]$ $(k = 1, 2)$ [4]. В работе даются условия ограниченности рассматриваемых оператораторов преобразований, описание их образов, устанавливаются формулы их обращения.

Благодарности. Работа выполнена в рамках ГПНИ "Конвергенция–2025", подпрограмма "Математические модели и методы", задание 1.2.01.

Литература

1. *Brychkov Y.A., Glaeske H.J., Prudnikov A.P., Tuan V.K.* Multidimensional Integral Transformations. *Gordon and Breach*, Philadelphia, (1992).

2. Theory and applications of fractional differential equations. *North-Holland Mathematics Studies 204.* Amsterdam: Elsevier, 2006.– 523 p.

3. *Erdelyi A., Magnus W., Oderhettinger F., and Tricomi F. G.* Higher Transcendential Functions. *V. 1. New York, McGraw-Hill*, (1953).

4. *Kilbas A.A., Saigo M. H*–Transforms. Theory and Applications. *Boca Raton, Florida*: Chapman and Hall. 2004. – 400 p.

О ЧИСЛЕННЫХ МЕТОДАХ РЕШЕНИЯ ДВУХКРИТЕРИАЛЬНЫХ ЗАДАЧ ПОТОКОВОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

Л. А. Пилипчук, Е. Н. Полячок (Минск, Беларусь)

Рассматриваются экстремальные задачи: 1) *поиска кратчайших путей среди путей максимальной ширины* и 2) *поиска путей максимальной ширины среди кратчайших путей* из узла $s \in I$ связного орграфа $G = (I, U)$ в достижимые узлы множества $I\backslash\{s\}$, где множество дуг U определено на прямом произведении $I \times I$, $|I| < \infty$, $|U| < \infty$.

Математическая модель задачи поиска кратчайших путей из узла $s \in I$ в достижимые узлы множества $I\backslash\{s\}$ имеет следующий вид:

$$\sum_{(i,j)\in U} c_{ij}x_{ij} \to min, \tag{1}$$

$$\sum_{(i,j)\in U} x_{ij} - \sum_{j\in I_i^-} x_{ji} = \begin{cases} n-1, i = s, \\ -1, i \in I\backslash\{s\}, n = |I|, \end{cases} . \tag{2}$$

$$x_{ij} \geq 0,\, x_{ij} \in \mathbb{N}, (i,j) \in U. \tag{3}$$

Требуется минимизировать общее расстояние, пройденное потоком величины $n-1$, $n = |I|$ единиц из узла s до всех достижимых узлов из множества $I\backslash\{s\}$, при этом, в каждом узле $i \in I\backslash\{s\}$ требуется одна единица потока.

В [1] исследованы минимаксные соотношения в задачах оптимизации векторного критерия. В [2] получены алгоритмические решения для некоторых двухкритериальных задач потокового программирования при последовательном применении критериев оптимизации. В докладе рассматриваются алгоритмические и структурные решения задач 1), 2) с применением пометочных (индексных) методов построения кратчайших путей, основанных на решении уравнения Беллмана для узлов $i \in I$ и базисного метода построения оптимального решения задачи (1)–(3) с использованием корневых деревьев. В результате преобразований корневых деревьев базисного метода получено оптимальное корневое дерево с корнем в узле s. Для оптимального корневого дерева с корнем в узле s дуговой поток дуги $(pred[i], i)$, входящей в узел i, равен n_i, где $pred[i]$ — предок узла i, n_i — число узлов поддерева с корнем в узле $i \in I\backslash\{s\}$.

Литература

1. *Комаров Ю.А., Куржанский А.Б.* Минимаксные соотношения в задачах оптимизации векторного критерия. *Доклады Академии наук.* Т. 492, № 1 (2020), 104–107.

2. *Пилипчук Л.А., Пилипчук А.С., Полячок Е.Н.* Двухкритериальные задачи потокового программирования. *Известия Гомельского государственного университета имени Ф. Скорины. Естественные науки.*№ 6 (123) (2020), 144–150.

FRACTIONAL DIFFERENTIAL EQUATIONS AND THEIR APPROXIMATIONS

S. Piskarev (Moscow, Russia)

In this talk we have a deal with the well-posedness (maximal regularity) and approximation for nonhomogeneous fractional differential equations in Banach spaces E:

$$(\mathbf{D}_t^\alpha u)(t) = Au(t) + f(t), \quad t \in [0,T]; \quad u(0) = x,$$

where $\mathbf{D}_t^\alpha$ is the Caputo-Dzhrbashyan derivative $0 < \alpha < 1$, the operator A generates analytic C_0-semigroup, the function $f(\cdot) : [0,T] \to E$ is smooth enough.

The same way as in [2-3] we give the necessary and sufficient condition for the coercive well-posedness (maximal regularity) of nonhomogeneous fractional Cauchy problems in the spaces $C_0^\beta([0,T];E)$. Then using implicit difference scheme and explicit difference scheme, we deal with the full discretization of the solutions of nonhomogeneous and semilinear fractional differential equations in time variables and as in [2] we get the stability of the schemes and the order of convergence. Some results on discrete maximal regularity in $L_\tau^p([0,T];E_n)$ are presented too.

Follow [4] we discuss also the full discretization of autonomous semilinear problem.

Acknowledgment. The work is partially supported by grant from Russian Science Foundation N20–11–20085.

References

1. *Bangti Jin, Buyang Li, Zhi Zhou.* Discrete Maximal Regularity of Time-Stepping Schemes for Fractional Evolution Equations. *Numerische Mathematik.* **138** (1) (2018), 101–131.

2. *Liu R., Li Miao, Piskarev S.* The Order of Convergence of Difference Schemes for Fractional Equations. *Numerical Functional Analysis and Optimization.* **38** (6) (2017), 754–769.

3. *Li Liu, Zhenbin Fan, Gang Li, and Piskarev S.* Maximal Regularity for Fractional Cauchy Equation in Holder Space and its Approximation. *Comput. Methods Appl. Math.* **19** (2) (2019), 160–178.

4. *Ru Liu, Piskarev Sergey.* Approximation of semilinear fractional Cauchy problem: II. *Semigroup Forum.* **101** (2020), 751–768.

РАЗРЕШИМОСТЬ НЕЛИНЕЙНОГО УРАВНЕНИЯ ДРОБНОГО ПОРЯДКА С МНОГОЧЛЕНАМИ ОТ ОПЕРАТОРОВ ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЯ

М. В. Плеханова, Г. Д. Байбулатова (Челябинск, Россия)

Пусть $P_2(\lambda) = c_0 + \sum\limits_{j=1}^{d} c_j\lambda_j + \sum\limits_{j,l=1}^{d} c_{jl}\lambda_j\lambda_l$, $Q_2(\lambda) = d_0 + \sum\limits_{j=1}^{d} d_j\lambda_j + \sum\limits_{j,l=1}^{d} d_{jl}\lambda_j\lambda_l$, $c_0, d_0, c_j, d_j, c_{jl}, d_{jl} \in \mathbb{C}$, $j,l = 1,2,\dots,d$, $\sum\limits_{j,l=1}^{d} c_{jl}\lambda_j\lambda_l \geq \nu \sum\limits_{j=1}^{d} \lambda_j^2$ при некотором $\nu > 0$. Используя обозначения $P_2(D_x) \equiv c_0 + i\sum\limits_{j=1}^{d} c_j \frac{\partial}{\partial x_j} - \sum\limits_{j,l=1}^{d} c_{jl}\frac{\partial^2}{\partial x_j \partial x_l}$, $Q_2(D_x) \equiv d_0 + i\sum\limits_{j=1}^{d} d_j \frac{\partial}{\partial x_j} - \sum\limits_{j,l=1}^{d} d_{jl}\frac{\partial^2}{\partial x_j \partial x_l}$, $\Pi = \bigotimes\limits_{l=1}^{d}(a_l,b_l)$, $\Pi_n = \bigotimes\limits_{l=1, l\neq n}^{d}(a_l,b_l)$, $\tilde{x}_{na} = (x_1,\dots,x_{n-1},a_n,x_{n+1},\dots,x_d)$, $\tilde{x}_{nb} = (x_1,\dots,x_{n-1},b_n,x_{n+1},\dots,x_d)$, запишем начально-краевую задачу для $(x,t) \in \Pi \times [t_0,T]$

$$P_2(D_x)D_t^\alpha w = Q_2(D_x)w + (t-t_0)^{m-1}g(x, P_2(D_x)D_t^{\alpha_1}w, \dots, P_2(D_x)D_t^{\alpha_n}w) + f(x,t), \tag{1}$$

$$\frac{\partial^k w}{\partial x_n^k}(\tilde{x}_{na},t) = \frac{\partial^k w}{\partial x_n^k}(\tilde{x}_{nb},t), \quad k = 0,1,$$