голоморфности функции f при $|a|, |b| < +\infty$ является открытый h–круг

$$D(f) = \left\{ \|z - z_0\| < \frac{(b-a)}{2}, z_0 = \left(\frac{a+b}{2}, 0 \right) \right\}.$$

Если $b = +\infty$, то

$$D(f) = \{ z \in \mathbb{C}_h | -x + a < y < x - a \}.$$

Если $a = -\infty$, то

$$D(f) = \{ z \in \mathbb{C}_h | x - b < y < -x + b \}.$$

При $a = -\infty$, $b = +\infty$ получаем

$$D(f) = \mathbb{C}_h.$$

Связную внутренность компактного множества, ограниченного замкнутой ломаной, образованной конечным числом отрезков, параллельных прямым $y = x$ или $y = -x$, назовем *стандартной областью.*

Теорема 2. Пусть $D \subset \mathbb{C}_h$ область, ограниченная кусочно-гладкой замкнутой кривой ∂D, $\{D_k\}_{k=1}^{\infty}$ её исчерпание стандартными областями, $f \in \mathcal{H}_h(D_k)$ $\forall k$. Тогда

1. $f(D_k) \subset f(D_m)$ при $k < m$,
2. $f(D) = f\left(\bigcup\limits_{k=1}^{\infty} D_k\right) = \bigcup\limits_{k=1}^{\infty} f(D_k)$,
3. $f \in \mathcal{H}_h(D)$,
4. Если для всех $k = 1, 2, \ldots$ $E_k = f(D_k)$ — область, то $E = f(D)$ — область и $\{E_k\}_{k=1}^{\infty}$ её исчерпание стандартными областями.

Литература

1. *Павловский В.А.* Алгебраические уравнения с вещественными коэффициентами в кольце h-комплексных чисел. *Весцi БДПУ.* Сер. 3. No. 4 (2020), 25–31.

2. *Pavlovsky V.A., Vasiliev I.L.* On h-holomorphy and h-analyticity of functions of an h-complex variable. *Bulletin of L.N. Gumilyov ENU.* Mathematics. Computer science. Mechanics series. Vol. 133. No. 4 (2020), 19–27.

ON DECAY OF ENTROPY SOLUTIONS TO DEGENERATE NONLINEAR PARABOLIC EQUATIONS

E. Yu. Panov (Veliky Novgorod, Russia)

In the half-space $\Pi = \mathbb{R}_+ \times \mathbb{R}^n$ we consider the nonlinear parabolic equation

$$u_t + \operatorname{div}_x(\varphi(u) - a(u)\nabla_x u) = 0, \tag{3}$$

where the flux vector $\varphi(u) \in C(\mathbb{R}, \mathbb{R}^n)$, and the diffusion matrix $a(u) \in L^\infty(\mathbb{R}, \mathbb{R}^{n \times n})$ is symmetric and nonnegative definite. Since this matrix may have nontrivial kernel, (3) is a degenerate (parabolic-hyperbolic) equation. In the particular case $a \equiv 0$ it reduces to a first order conservation law $u_t + \operatorname{div}_x \varphi(u) = 0$. Let $u(t, x) \in L^\infty(\Pi)$ be an entropy solution (in the sense of [1]) of the Cauchy problem for equation (3) with the "perturbed periodic" initial function $u(0, x) = p(x) + v(x)$, where $p(x) \in L^\infty(\mathbb{R}^n)$ is a periodic function with the group of periods

$$G = \{ \ e \in \mathbb{R}^n \mid p(x + e) = p(x) \text{ a.e. in } \mathbb{R}^n \}$$

and with the mean value m while the "perturbation" $v(x)$ lies in the space $L_0^\infty(\mathbb{R}^n)$ consisting of functions $v = v(x) \in L^\infty(\mathbb{R}^n)$ such that the sets $\{x \in \mathbb{R}^n \mid |v(x)| > \varepsilon\}$ have finite measure for all $\varepsilon > 0$. Let G' be the dual group to the group of periods, it is a lattice in the orthogonal complement to the maximal linear subspace of $\mathbb{R}^n$, along which the function p is constant. We define the close set F consisting of such $u \in \mathbb{R}$ that for each "resonant" direction $\xi \in G'$, $\xi \neq 0$ it is not possible that the flux component $\xi \cdot \varphi(u)$ is affine while the diffusion coefficient $a(u)\xi \cdot \xi \equiv 0$ in any vicinity of u. If there are no resonant directions, that is, $G' = \{0\} \Leftrightarrow p \equiv \mathrm{const}$, the set F consists of such u that either the flux vector is not affine or the diffusion matrix $a(u) \not\equiv 0$ in any vicinity of u. The main our result is the following

Theorem 1. *Assume that for each $\delta > 0$ $(m-\delta, m) \cap F \neq \emptyset$, $(m, m+\delta) \cap F \neq \emptyset$. Then the entropy solution $u = u(t,x)$ satisfies the following decay property*

$$\operatorname*{ess\,lim}_{t\to+\infty} \sup_{y\in\mathbb{R}^n} \int_{|x-y|<1} |u(t,x) - m|dx = 0. \tag{4}$$

The requirement of Theorem 1 is precise. In unperturbed periodic case $v \equiv 0$ the decay property (4) was proved in [2] under the weaker condition that $\forall \xi \in G'$, $\xi \neq 0$, either the component $\xi \cdot \varphi(u)$ is not affine or the coefficients $a(u)\xi \cdot \xi \not\equiv 0$ in any vicinity of m. The special case $p \equiv \mathrm{const}$ was treated in [3].

References

1. *Chen G.-Q., Perthame B.* Well-posedness for non-isotropic degenerate parabolic-hyperbolic equations. *Ann. Inst. H. Poincaré Anal. Non Linéaire.* **20** (2003), 645–668.

2. *Panov E.Yu.* Decay of periodic entropy solutions to degenerate nonlinear parabolic equations. *J. Differential Equations.* **269** (1) (2020), 862–891.

3. *Panov E.Yu.* On some properties of entropy solutions of degenerate non-linear anisotropic parabolic equations. *J. Differential Equations.* **275** (2021), 139–166.

ДВУМЕРНЫЕ ИНТЕГРАЛЬНЫЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ С ГИПЕРГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ФУНКЦИЕЙ ГАУССА В ВЕСОВЫХ ПРОСТРАНСТВАХ $\mathfrak{L}_{\overline{\nu},\overline{\mathbf{r}}}$ СУММИРУЕМЫХ ФУНКЦИЙ

М. В. Папкович, О. В. Скоромник (Новополоцк, Беларусь)

Рассматриваются двумерное интегральное преобразование:

$${}_1I^{c}_{\sigma,\omega}(a,b)f(\mathbf{x}) = \mathbf{x}^{\sigma} \int\limits_{0}^{\mathbf{x}} \frac{(\mathbf{x}-\mathbf{t})^{c-1}}{\Gamma(c)} F\left(a,b;c;1-\frac{\mathbf{x}}{\mathbf{t}}\right) \mathbf{t}^{\omega} f(\mathbf{t})d\mathbf{t} \ (\mathbf{x} > \mathbf{0})$$

и три его модификации ${}_jI^{c}_{\sigma,\omega}(a,b)f(\mathbf{x})$ $(j = 2,3,4)$. Здесь $\mathbf{x} = (x_1, x_2) \in \mathrm{R}^2$, $\mathbf{t} = (t_1,t_2) \in \mathrm{R}^2$, $a = (a_1,a_2)$, $b = (b_1,b_2)$, $c = (c_1,c_2) \in \mathrm{R}^2$, $0 < c_j < 1$ $(j = 1,2)$; $\sigma = (\sigma_1,\sigma_2) \in \mathrm{R}^2$; $\omega = (\omega_1,\omega_2) \in \mathrm{R}^2$; $(\mathbf{x}-\mathbf{t})^{c-1} = \prod\limits_{j=1}^{2}(x_j - t_j)^{c_j-1}$; $\int\limits_{0}^{\mathbf{x}} = \int\limits_{0}^{x_1}\int\limits_{0}^{x_2}$;$\mathbf{x} \geq \mathbf{t}$ означает $x_1 \geq t_1, x_2 \geq t_2$; $d\mathbf{t} = dt_1 \cdot dt_2$ [1], [2]; $F(a,b;c;\mathbf{z}) = \prod\limits_{j=1}^{2} {}_2F_1(a_j,b_j;c_j;z_j)$, ${}_2F_1(a_j,b_j;c_j;z_j)$ $(j = 1,2)$ — гипергеометрические функции Гаусса [3]. В работе исследованы свойства рассматриваемых интегральных преобразований в весовых пространствах $\mathfrak{L}_{\overline{\nu},\overline{r}}$ суммируемых функций $f(\mathbf{x}) = f(x_1,x_1)$ на $\mathrm{R}^{\mathbf{2}}_{+}$, для которых: $\|f\|_{\overline{v},\overline{r}} = \{\int_{\mathrm{R}^1_+} x_2^{v_2\cdot r_2-1}[\int_{\mathrm{R}^1_+} x_1^{v_1\cdot r_1-1}|f(x_1,x_2)|^{r_1}dx_1]^{r_2/r_1}dx_2\}^{1/r_2} < \infty$,
$\overline{r} = (r_1,r_2) \in \mathrm{R}^2$,$(1 \leq \overline{r} < \infty)$, $\overline{v} = (v_1,v_2) \in \mathrm{R}^2$. Мы устанавливаем, что преобразования ${}_jI^{c}_{\sigma,\omega}(a,b)f(\mathbf{x})$ $(j = 1,2,3,4)$ являются специальными случаями двумерного обобщенного G–преобразования вида

$$\left(\mathrm{G}_{\sigma,\kappa}f\right)(\mathbf{x}) = \mathbf{x}^{\sigma} \int\limits_{\mathbf{0}}^{\mathbf{x}} \mathrm{G}^{\mathbf{m},\mathbf{n}}_{\mathbf{p},\mathbf{q}}\left[\mathbf{xt}\,\middle|\, \begin{matrix}(\mathbf{a}_i)_{1,p}\\(\mathbf{b}_j)_{1,q}\end{matrix}\right]\mathbf{t}^{\kappa}f(\mathbf{t})\mathbf{dt} \ (\mathbf{x} > 0),$$

где $\mathbf{m} = (m_1,m_2) \in \mathrm{N}_0^2$, $m_1 = m_2$; $\mathbf{n} = (\overline{n}_1,\overline{n}_2) \in \mathrm{N}_0^2$, $\overline{n}_1 = \overline{n}_2$; $\mathbf{p} = (p_1,p_2) \in \mathrm{N}_0$, $p_1 = p_2$; $\mathbf{q} = (q_1,q_2) \in \mathrm{N}_0^2$, $q_1 = q_2$ $(0 \leq \mathbf{m} \leq \mathbf{q}$, $0 \leq \mathbf{n} \leq \mathbf{p})$;$\mathrm{N} = \{1,2,...\}$, $\mathrm{N}_0 = \mathrm{N}\bigcup\{0\}$,$\mathrm{N}_0^2 = \mathrm{N}_0 \times \mathrm{N}_0$;