

### Литература

1. Савчук В.П., Медведев Д.Г., Вярвильская О.Н. *Теоретическая механика*. Минск: БГУ (2016).
2. Моисеев Н.Н. *Асимптотические методы нелинейной механики*. Москва: Наука (1969).
3. Снеддон Н. *Преобразования Фурье*. Москва: ИнЛит (1955).

## ВЛОЖЕННЫЕ ИНВАРИАНТНЫЕ ПОДМОДЕЛИ ОДНОАТОМНОГО ГАЗА

Р. Ф. Никонорова (Уфа, Россия)

Рассмотрим систему уравнений газовой динамики с уравнением состояния одноатомного газа [1]

$$\begin{aligned} D\vec{u} + \rho^{-1}\nabla p &= 0, \\ D\rho + \rho \operatorname{div}\vec{u} &= 0, \\ DS = 0, p &= f(S)\rho^{\frac{5}{3}}, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $D = \partial_t + \vec{u} \cdot \nabla$ ,  $\vec{u} = (u, v, w)$  — вектор скорости,  $\rho$  — плотность,  $p$  — давление,  $S$  — энтропия. Все зависимые переменные есть функции времени  $t$  и декартовых координат  $\vec{x} = (x, y, z)$ .

Система (1) допускает 14-мерную алгебру Ли операторов. Особенностью модели движения одноатомного газа является то, что алгебра Ли содержит проективный оператор  $X_{12} = t^2\partial_t + tx\partial_x + ty\partial_y + tz\partial_z + (x - tu)\partial_u + (y - tv)\partial_v + (z - tw)\partial_w - 3t\rho\partial_\rho - 5tp\partial_p$ . Оптимальная система неподобных подалгебр 14-мерной алгебры Ли построена в работе [2] (содержит 1827 представителей).

Из оптимальной системы подалгебр выбраны подалгебры, содержащие проективный оператор  $X_{12}$ . Полученная система записана в компактном виде, включающем 73 подалгебры [3]. Все они вложены друг в друга — построен граф вложенных подалгебр, состоящий из 6 фрагментов. Для подалгебр малой размерности (1-4) построены инвариантные подмодели. Выбран подграф с четырехмерной вершиной, для него показана иерархия вложенных подмоделей [4]. Так, если подалгебра вложена в надалгебру большей размерности, то инвариантная подмодель надалгебры задает семейство точных решений инвариантной подмодели подалгебры. Для некоторых подмоделей получены интегралы и найдены частные решения. Полученные решения исследованы, описано движение частиц газа в физическом пространстве.

**Благодарности.** Работа поддержана грантом Российского фонда фундаментальных исследований (№18–29–10071) и частично средствами государственного бюджета по госзаданию (№0246–2019–0052).

### Литература

1. Овсянников Л.В. Программа ПОДМОДЕЛИ. Газовая динамика. *Прикладная математика и механика*. Т. 58, №4. (1994), 30–55.
2. Черевко А.А. Оптимальная система подалгебр для алгебры Ли операторов, допускаемых системой уравнений газовой динамики с уравнением состояния  $p = f(S)\rho^{\frac{5}{3}}$ . Новосибирск, 1996. (*Препринт/ Институт гидродинамики СО РАН. № 4*).
3. Шаяхметова Р.Ф. Вложенные инвариантные подмодели движения одноатомного газа. *Сибирские электронные математические известия*. Т. 11. (2014), 605–625.
4. Хабиров С.В. Иерархия подмоделей дифференциальных уравнений. *Сибирский математический журнал*. Т. 54, №6. (2013), 1396–1406.

## ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЕ ИНВАРИАНТЫ В ОБРАТНЫХ ЗАДАЧАХ УПРУГОПЛАСТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКИ РАЗРУШЕНИЯ

В. А. Нифагин (Минск, Беларусь)

Краевые задачи для распространяющихся в упругопластической среде трещин обладают рядом принципиальных отличий модели деформирования, в сравнении со стационарным случаем. Это объясняется различием траекторий нагружения в областях привершинной структуры