

$$y_m^{(i)}(t) = \lambda_i \int_0^t K_i(t, \tau) y_{m-1}^{(i)}(\tau) d\tau + f_i(t), (i = \overline{1, 2}),$$

где $y_m^{(1)}(t) = \psi_m(t)$, $y_m^{(2)}(t) = u_m(t)$, индекс m означает номер итерации.

В качестве нулевого приближения примем: $y_0^{(i)}(t) = 0$.

Если $f_i(t)$ непрерывны в $[0, \ln(R/r_0)]$, а ядра $K_i(t, \tau)$ непрерывны при $0 \leq t \leq \ln(R/r_0)$, $0 \leq \tau \leq t$, то последовательность $\{y_m^{(i)}(t)\}$ сходится при $m \rightarrow \infty$ к решениям $y^{(i)}(t)$ интегральных уравнений (1) и (2):

$$y^{(i)}(t) = \lim_{m \rightarrow \infty} y_m^{(i)}(t).$$

Литература

1. Королевич В.В., Медведев Д.Г. Интегральные уравнения Вольтерра 2-го рода плоской задачи теории упругости для вращающихся полярно-ортотропных дисков переменной толщины. *Вестник Бел. гос. ун-та. Сер.1. Физ. Мат. Информ.* №1 (2010), 160–162.

2. Краснов М.П., Киселев А.И., Макаренко Г.И. Интегральные уравнения: задачи и примеры с подробными решениями. М.: КомКнига (2007).

СОВРЕМЕННЫЕ МЕТОДЫ ОПТИМИЗАЦИИ ТРАНСПОРТНЫХ ПОТОКОВ: СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ

А. А. Королёва (Минск, Беларусь)

Целью настоящей работы является обзор методов оптимизации транспортных потоков, а также систематизация задач оптимизации транспортных систем, обладающих свойствами, подобными свойствам Монжа. Рассмотрена модель Монжа–Канторовича, матричная и сетевая модели [1], описаны свойства матриц Монжа (матриц Супника) [2], а также представлен программный инструментальный транспортной оптимизации [3–5].

Выделены случаи задач оптимизации транспортных логистических потоков, связанные со специальными случаями Монж- и анти-Монж-матриц, в частности разрешимые случаи задачи коммивояжера [6, 7]), задачи об оптимальных деревьях (Трубин [8], Гимади [9]), задача об оптимальных цепях матриц (Агарвал (Aggarwal) [10]). Выявлены также другие легкоразрешимые задачи оптимизации транспортных систем, обладающих свойствами, подобными свойствам Монжа.

Благодарности. Работа выполнена в рамках задания 3.06.8 “Разработка концепции и рекомендаций по созданию государственной универсальной цифровой платформы для повышения эффективности транспортно-логистической системы Беларуси” ГПНИ “Общество и гуманитарная безопасность белорусского государства” (подпрограмма “Экономика”).

Литература

1. Богачев В.Н., Колесников А.В. Задача Монжа – Канторовича: достижения, связи и перспективы. *Успехи математических наук.* **67**, 5 (2012), 3–110.

2. Hoffman A. On simple linear programming problems. In: V. Klee, ed., *Convexity: Proceedings of the Seventh Symposium in Pure Mathematics AMS American Mathematical Society, Providence, RI.* **7** (1963), 317–327.

3. Писарук Н.Н. *Модели и методы смешанного-целочисленного программирования.* Минск, БГУ. 2014.

4. Meindl B., Templ M. *Analysis of commercial and free and open source solvers for linear optimization problems.* Technische Universität Wien. 2012.

5. *A tutorial on top commercial mathematical programming solvers and its applications to bi-level in transportation.* Centre for Maritime Studies of Singapore. 2014.

6. Айзенштадт В., Кравчук Д. Алгоритм нахождения экстремума линейной формы на множестве циклов в специальном случае. *Доклады АН БССР.* **12**, (1968), 401–404.

7. Демиденко В. Задача коммивояжера с асимметричными матрицами. *Вести Академии наук БССР. Серия физико-математических наук.* №1, (1978), 29–35.

8. Трубин В. Два класса задач определения местоположения в древовидных сетях. *Кибернетика.* №4, (1983), 84–87.

9. Гимади Э. Эффективный алгоритм решения задачи определения местоположения с областью обслуживания, связанной относительно ациклической сети. *Управленческие системы.* №19, (1979), 3–13.

10. Aggarwal A., Bar-Noy A., Khuller S., Kravets D., Schieber B. Efficient Minimum Cost Matching Using Quadrangle Inequality. 33rd Annual Symposium on Foundations of Computer Science, Oct. 24–27. (1992), 583–593.

О РАЦИОНАЛЬНЫХ РЕШЕНИЯХ ОДНОГО ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ В ЧАСТНЫХ ПРОИЗВОДНЫХ ШЕСТОГО ПОРЯДКА Е. Е. Кулеш, В. М. Пецевич (Гродно, Беларусь)

В [1] показано, что дифференциальное уравнение в частных производных

$$\begin{aligned} w_{xxxxxx} + 20w_x w_{xxxx} + 5w w_{xxxxx} + 10w^2 w_{xxx} + 35w_{xx} w_{xxx} + 70w w_x w_{xxx} + \\ + 10w^3 w_{xxx} + 90w^2 w_x w_{xx} + 95w_x^2 w_{xx} + 5w^4 w_{xx} + 50w w_{xx}^2 + 60w w_x^3 + \\ + 20w^3 w_x^2 = A(w_{xxxxx} + 4w w_{xxxx} + 14w_x w_{xxx} + 6w^2 w_{xxx} + 10w_x^2 + \\ + 36w w_x w_{xx} + 4w^3 w_{xx} + 12w_x^3 + 12w^2 w_x^2) + B(w_{xxxx} + 3w w_{xxx} + 9w_x w_{xx} + \\ + 3w^2 w_{xx} + 6w w_x^2) + C(w_{xxx} + 2w w_{xx} + 2w_x^2) + D w_{xx} + E w_{xt} + G, \end{aligned} \quad (1)$$

где $A, B, \dots, G$ — аналитические функции от t , имеет следующую резонансную структуру $(u_0; r_1, r_2, r_3, r_4, r_5, r_6)$: $(1; -1, 1, 2, 3, 5, 6)$, $(2; -1, -2, 1, 2, 5, 6)$, $(3; -1, -2, -3, 1, 5, 6)$, $(4; -1, -2, -3, -4, 5, 6)$ и проходит тест Пенлеве.

Построим решения уравнения (1), отвечающие отрицательным резонансам.

Теорема. Пусть $\varphi = \varphi(x, t)$, $\varphi_x = 1$, $\varphi_t = -\frac{D}{E}$, $h = h(t)$, $g = g(t)$.

1) Если $G = 0$, то функция $w = \frac{2\varphi}{\varphi^2 - h}$, где $h_t = \frac{2C}{E}$, является решением уравнения (1), отвечающим $u_0 = 2$, $r = -2$.

2) Если $B = G = 0$, то функция $w = \frac{3\varphi^2 - h}{\varphi(\varphi^2 - h)}$, где $h_t = \frac{6C}{E}$, является решением уравнения (1), отвечающим $u_0 = 3$, $r = -2$.

3) Если $C = G = 0$, то функция $w = \frac{3\varphi^2}{\varphi(\varphi^3 - h)}$, где $h_t = \frac{6B}{E}$, является решением уравнения (1), отвечающим $u_0 = 3$, $r = -3$.

4) Если $B = G = 0$, то функция $w = \frac{4\varphi(\varphi^2 - h)}{\varphi^4 - 2\varphi^2 h + 2h^2 - g}$, где $h_t = \frac{6C}{E}$, $g_t = \frac{4(5Ch + 6A)}{E}$ является решением уравнения (1), отвечающим $u_0 = 4$, $r = -2$.

5) Если $A = C = G = 0$, то функция $w = \frac{4\varphi^3 - h}{\varphi(\varphi^3 - h)}$, где $h_t = \frac{24B}{E}$, является решением уравнения (1), отвечающим $u_0 = 4$, $r = -3$.

6) Если $B = C = G = 0$, то функция $w = \frac{4\varphi^3}{\varphi(\varphi^4 - h)}$, где $h_t = \frac{24A}{E}$, является решением уравнения (1), отвечающим $u_0 = 4$, $r = -4$.

Доказательство аналогично доказательству соответствующих теорем в [2, 3].

Литература

1. Кулеш Е.Е. О свойстве Пенлеве для одного дифференциального уравнения в частных производных шестого порядка. *Еругинские чтения–2019. XIX Международная научная конференция по дифференциальным уравнениям: материалы конференции, Могилёв, 14–17 мая 2019 г.: в 2 ч.* Ч. 1. Минск: Ин-т математики НАН Беларуси, (2019), 9–10.