

In first decade of XXI century, so called mixed joint universality property was studied by J. Sander and J. Steuding (see [6]) and independently by H. Mishou (see [5]). They showed that any two target functions can be approximated simultaneously by a suitable vertical shift of two different type zeta- or L -functions, i.e., when one of those zeta-functions has the Euler product expression over primes and the other does not (from this fact the term “mixed joint” arises).

In the talk, the rather general mixed joint discrete universality results for a class of zeta-functions, consisting of the Matsumoto zeta-functions $\varphi(s)$ and the periodic Hurwitz zeta-functions $\zeta(s, \alpha; \mathfrak{B})$ will be presented (see [1–4]). They are obtained as author’s cooperation with professor Kohji Matsumoto from Nagoya University (Japan).

References

1. *Kačinskaitė R., Matsumoto K.* On mixed joint discrete universality for a class of zeta-functions. In: *Anal. Probab. Methods Number Theory* (Eds. A. Dubickas et al.) Vilnius: Vilnius University Publ. House (2017), 51–66.
2. *Kačinskaitė R., Matsumoto K.* On mixed joint discrete universality for a class of zeta-functions. II. *Lith. Math. J.* **59** (1) (2019), 54–66.
3. *Kačinskaitė R., Matsumoto K.* On mixed joint discrete universality for a class of zeta-functions: a further generalization. *Math. Model. Anal.* **25** (4) (2020), 569–583.
4. *Kačinskaitė R., Matsumoto K.* The discrete case of the mixed joint universality for a class of certain partial zeta-functions. *Taiwanese J. Math.* (2021), to appear.
5. *Mishou H.* The joint value-distribution of the Riemann zeta-function and Hurwitz zeta-functions. *Lith. Math. J.* **47** (1) (2007), 32–47.
6. *Sander J., Steuding J.* Joint universality for sums and products of Dirichlet L -functions. *Analysis (Munich)* **26** (3) (2006), 32–47.

ИНТЕГРИРОВАНИЕ ПО ЧАСТЯМ СИНГУЛЯРНОГО ИНТЕГРАЛА С ЛОГАРИФМОМ В ЯДРЕ

В. В. Кашевский (Минск, Беларусь)

Следующий интеграл для $x \in (0, 1)$ мы понимаем в смысле главного значения [1]:

$$\int_0^1 \frac{\varphi(t) \ln^n |t-x|}{t-x} dt = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \left(\int_0^{x-\varepsilon} \frac{\varphi(t) \ln^n |t-x|}{t-x} dt - \int_{x+\varepsilon}^1 \frac{\varphi(t) \ln^n |t-x|}{t-x} dt \right).$$

Пусть функция $\varphi(t)$ является дифференцируемой на интервале $(0, 1)$. Тогда справедлива следующая формула:

$$\begin{aligned} & \int_0^1 \frac{\varphi(t) \ln^n |t-x|}{t-x} dt = \\ &= \frac{1}{n+1} \left(\varphi(1) \ln^{n+1}(1-x) - \varphi(0) \ln^{n+1} x - \int_0^1 \varphi'(t) \ln^{n+1} |t-x| dt \right) \end{aligned} \quad (1)$$

Литература

1. *Гахов Ф.Д.* Краевые задачи. М.: Наука (1977).

НЕЛОКАЛЬНЫЕ ЗАДАЧИ С ИНТЕГРАЛЬНЫМИ УСЛОВИЯМИ ДЛЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ С ЧАСТНЫМИ ПРОИЗВОДНЫМИ

А. И. Кожанов (Новосибирск, Россия)

Нелокальные задачи с условиями интегрального вида активно изучаются в последнее время — и в связи с потребностями математического моделирования, и как новый раздел общей теории краевых задач для дифференциальных уравнений с частными производными.

В настоящем докладе излагаются новые результаты о разрешимости в классах регулярных решений (решений, имеющих все обобщенные по С.Л. Соболеву производные, входящие в соответствующее уравнение) задач с интегральными условиями как для классических — эллиптических, параболических и гиперболических — дифференциальных уравнений, так и для неклассических — уравнений соболевского типа, вырождающихся уравнений.

О ПРЕОБРАЗОВАНИИ ЛЯПУНОВА ЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ В ПОДЧИНЕННЫХ (CONFORMABLE) ДРОБНЫХ ПРОИЗВОДНЫХ

А. А. Козлов (Новополоцк, Беларусь)

Сегодня существует множество различных определений производной дробного порядка функции, например, дробная производная Римана–Лиувилля, Грюнвальда–Летникова, Капуто и другие. Однако они обладают не всеми свойствами, присущими производным натурального порядка. Так, например, они не подчиняются правилу Лейбница о производной произведения двух функций. В 2014 году Р. Халил и др. ввели [1] определение *подчиненной (conformable) производной дробного порядка*, которая удовлетворяет этому правилу (см., напр., [1]).

Определение 1. [1] Пусть $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ и $\alpha \in (0, 1)$. Подчиненной (conformable) производной дробного порядка α от функции f называется предел

$${}_t T_\alpha(f)(t) = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} ((f(t + \varepsilon t^{1-\alpha}) - f(t))/\varepsilon) \quad \text{при любом } t > 0.$$

Функцию $f(\cdot)$ в таком случае будем называть α -дифференцируемой [1].

Возьмем любое число $\alpha \in (0, 1)$ и рассмотрим линейную систему в подчиненных дробных производных порядка α с ограниченной матрицей коэффициентов

$${}_t T_\alpha(x) = A(t)x, \quad x \in \mathbb{R}^n, \quad t > 0. \quad (1)$$

Подчинение правилам вычисления производной суммы и произведения функций (свойственным классической производной) рассматриваемыми производными позволяет ввести по аналогии линейными дифференциальными системами [2]

Определение 2. Преобразованием Ляпунова системы (1) назовем преобразование $x = L(t)y$, в котором $(n \times n)$ -матрица $L(t)$ является ограниченной, обратимой, α -дифференцируемой при всяком $t > 0$, и для нее выполняется неравенство $\sup\{\|L(t)\| + \|L^{-1}(t)\| + \|{}_t T_\alpha(L(t))\|, t > 0\} < +\infty$.

Применив преобразование Ляпунова к системе (1), получим линейную систему в подчиненных производных (того же порядка α , что и система (1)) с ограниченными коэффициентами

$${}_t T_\alpha(y) = L^{-1}(t)(A(t) - {}_t T_\alpha(L(t)))y, \quad (2)$$

Определение 3. Системы (1) и (2), связанные преобразованием Ляпунова, будем называть *асимптотически эквивалентными (по Богданову)*.

Аналогично решениям асимптотически эквивалентных линейных нестационарных систем обыкновенных дифференциальных уравнений (см., напр., [2]), решения асимптотически эквивалентных линейных систем в подчиненных дробных производных имеют схожий характер поведения (асимптотику) при $t \rightarrow +\infty$.

Благодарности. Работа выполнена в рамках программы ГПНИ “Конвергенция–2025”, подпрограмма “Математические методы и модели”.

Литература

1. Khalil R., Al Horani M., Yousef A., Sababheh M. A new definition of fractional derivative *Journ. of Computational and Applied Mathematics*. Vol. 264 (2014), 65–70.
2. Богданов Ю.С. Об асимптотически эквивалентных линейных дифференциальных системах. *Дифференц. уравнения*. Т. 1, No. 6 (1965), 707–716.