Благодарности. Работа выполнена в рамках ГПНИ “Конвергенция–2025”, подпрограмма “Математические модели и методы”, задание 1.3.01.

О ЧАСТНО-ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЯХ ФРЕДГОЛЬМА С ВЫРОЖДЕННЫМИ ЯДРАМИ В АНИЗОТРОПНЫХ ПРОСТРАНСТВАХ ЛЕБЕГА

А. И. Иноземцев (Липецк, Россия)

Работа содержит условия, при которых неоднородное частно-интегральное уравнение Фредгольма второго рода

$$\varphi(x_1,x_2)=\lambda K_1\varphi(x)+f(x)=\lambda\int\limits_{a_1}^{b_1}k_1(x;t_1)\varphi(t_1,x_2)\,dt_1+f(x) \tag{1}$$

с вырожденным ядром $k_1(x;t_1)=\sum\limits_{i=1}^{N}\tilde{k}_{1i}(x)a_i(t_1)$ однозначно разрешимо в анизотропных пространствах функций Лебега $L_{\mathbf{p}}(D)=L_{(p_1,p_2)}(D_{1,2})=L_{p_2}\left(D_2;L_{p_1}(D_1)\right)$, $x=(x_1,x_2)\in D_{1,2}=D_1\times D_2=(a_1,b_1)\times(a_2,b_2)$. Анизотропное пространство Лебега $L_{\mathbf{p}}(D)$ определяется нормой

$$\|u\|_{L_{\mathbf{p}}(D)}=\left(\int\limits_{a_2}^{b_2}\left(\int\limits_{a_1}^{b_1}|u(x_1,x_2)|^{p_1}\,dx_1\right)^{\frac{p_2}{p_1}}dx_2\right)^{\frac{1}{p_2}}.$$

В работе [1] показано существование и единственность решения уравнения (1) $\varphi(x)\in L_\infty(D_2;L_{p_1}(D_1))$ в общем случае ядер из пространства $L_{p_2q_2}(D_2;L_{(q_1,p_1)}(D_{1,1}))$, которое получено классическим методом последовательных приближений в виде ряда Неймана $\varphi(x)=\sum\limits_{j=0}^{\infty}\lambda^jK_1^jf$ и указаны условия его сходимости в анизотропных пространствах. Из работы [1] следует, что ядро $k_1(x;t_1)\in L_\infty(D_2;L_{(q_1,p_1)}(D_{1,1}))$, тогда $k_{1i}(x)\in L_\infty(D_2;L_{p_1}(D_1))$, $a_i(t_1)\in L_{q_1}(D_1)$. Обозначим

$$D_\lambda(x_2)=\begin{vmatrix}1-\lambda\mu_{11}(x_2) & \dots & -\lambda\mu_{1N}(x_2)\\ \vdots & \ddots & \vdots\\ -\lambda\mu_{N1(x_2)} & \dots & 1-\lambda\mu_{NN}(x_2)\end{vmatrix}\in L_\infty(D_2;L_{p_1}(D_1))$$

— полином степени N относительно переменной λ с коэффициентами $\mu_{ij}(x_2)=\int\limits_{a_1}^{b_1}a_i(t_1)\tilde{k}_{1j}(t_1,x_2)\,dt_1\in L_\infty(D_2;L_{p_1}(D_1))$. Тогда справедлива

Теорема. Если $D_\lambda(x_2)\neq 0$, то уравнение (1) с вырожденным ядром однозначно разрешимо при любом $f(x_1,x_2)\in L_\infty(D_2;L_{p_1}(D_1))$.

Литература

1. *Lyakhov L.N., Inozemcev A.I., Trusova N.I.* About Fredgholm equations for partial integral in $\mathbb{R}_2$. Jornal Of Mathematical Sciences. – Springer. Vol. 251. №6 (2020), 839–849.

К ПРОБЛЕМЕ НЕУСТОЙЧИВОСТИ В ПОЛУДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ

Б. С. Калитин (Минск, Беларусь)

Пусть $(X,\mathbf{R}^+,\pi)$ — полудинамическая система [1] на метрическом пространстве X с функцией расстояния $d:X\times X\to\mathbb{R}$ и фазовым отображением $\pi:X\times R^+\to X$, где $\pi(x,t)=xt$ $\forall x\in X$, $\forall t\in\mathbb{R}^+$. Используем обозначения: $B(M,\Delta)=\{x\in X: d(M,x)<\Delta\}$, $\Delta>0$; $\mathbf{C}(B(M,\Delta),\mathbb{R})$ — множество непрерывных функций; $\gamma^-(x)=x\mathbb{R}^-$ — отрицательная полутраектория точки $x\in X$; $\mathbf{K}$ – множество непрерывных возрастающих функций $a:\mathbb{R}^+\to\mathbb{R}^+$,