О ГРАНИЧНЫХ ЗАДАЧАХ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ БЮРГЕРСА В ВЫРОЖДАЮЩИХСЯ ОБЛАСТЯХ

М. Т. Дженалиев, М. Г. Ергалиев (Алматы, Казахстан)

Пусть $Q_{xt} = \{x_1, x_2, t : \ |x| = \sqrt{x_1^2 + x_2^2} < kt, \ 0 < t < T < \infty, \ 0 < k < \infty\}$ – область, $\Omega_t = \{|x| < kt\}$ — сечение области Q_{xt} для $\forall\, t \in (0, T)$. $\Sigma_{xt} = \partial\Omega_t \times (0, T)$, где $\partial\Omega_t$ есть граница круга Ω_t.

Прямую задачу мы изучаем для двумерного уравнения Бюргерса:

$$Bu \equiv \partial_t u + \frac{1}{2}\mathrm{div}(u^2) - \nu\Delta u = f, \ \{x, t\} \in Q_{xt}, \tag{1}$$

$$\partial_{\vec{n}}^{(j)} u(x_1, \sqrt{k^2t^2 - x_1^2}, t) = \partial_{\vec{n}}^{j} u(x_1, -\sqrt{k^2t^2 - x_1^2}, t), \ j = 0, 1, \tag{2}$$

где $\vec{n}$ — единичная внешняя нормаль к $\partial\Omega_t$, $f \in L_2(Q_{xt})$, $\nu = \mathrm{const} > 0$.

Теорема 1. Граничная задача (1)–(2) имеет единственное решение $u \in W$, где $W \equiv L_2(0, T; W_2^2(\Omega_t)) \cap W^1(0, T; L_2(\Omega_t))$.

Обратная задача: найти пару функций $\{u(x, t), \lambda(t)\}$, удовлетворяющих уравнению Бюргерса $Bu = \lambda(t) f(x), \ \{x, t\} \in Q_{xt}$, с условиями на границе (2) и условием переопределения

$$\int\limits_{\Omega_t} u(x, t) dx = E(t), \ t \in (0, T], \tag{3}$$

где $f \in L_\infty(\Omega_T), \ \bar{f}(t) = \int\limits_{\Omega_t} f(x) dx \not\equiv 0, \ E(t) \in W_2^1(0, T)$.

Теорема 2. Обратная задача имеет единственное решение $\{u(x, t) \in W, \ \lambda(t) \in L_2(0, T)\}$, где $u(x, t)$ удовлетворяет нагруженному уравнению Бюргерса

$$\partial_t u + \frac{1}{2}\mathrm{div}(u^2) - \nu\Delta u + k\frac{f(x)}{\bar{f}(t)} u(x, t)|_{|x|=kt} = \frac{f(x)}{\bar{f}(t)} E'(t), \ \{x, t\} \in Q_{xt}, \tag{4}$$

и граничным условиям (2), и $\lambda(t)$ определяется по формуле

$$\lambda(t) = -k\frac{u(x, t)|_{|x|=kt}}{\bar{f}(t)} + \frac{E'(t)}{\bar{f}(t)}.$$

Для установления разрешимости граничной задачи (4) и (2) мы используем наши результаты по нагруженным уравнениям [1].

Благодарности. Это исследование финансируется Комитетом науки Министерства образования и науки Республики Казахстан (Grant No. AP08855372, 2020–2022).

Литература

1. *Дженалиев М.Т., Рамазанов М.И. Нагруженнные уравнения — как возмущения дифференциальных уравнений.* Алматы: Fылым (2010).

О ЛОКАЛЬНОЙ ОБРАТИМОСТИ p-ГОЛОМОРФНЫХ ФУНКЦИЙ

В. В. Довгодилин (Минск, Беларусь)

Пусть $\mathbb{C}_p$ — кольцо p-комплексных чисел вида $a + jb$, где $a, b \in \mathbb{R}$, $j^2 = 0$, $j \neq 0$. В кольце $\mathbb{C}_p$ имеются делители нуля вида jc и только они. Более подробно с p-комплексными числами можно ознакомиться в [1]. Пусть $D \subset \mathbb{C}_p$ – область, а функция $f : D \subset \mathbb{C}_p \to \mathbb{C}_p$ p-голоморфна в D. С p-голоморфными функциями можно ознакомиться в [2]. Пусть $z = x + jy$ и $w = u + jv$.

Теорема 1. Пусть функция $f(z) = u(x, y) + jv(x, y)$ p-голоморфна в области $D \subset \mathbb{C}_p$ и $a = \alpha + j\beta \in D$. Если $u'_x(\alpha, \beta) \neq 0$, то существует открытая окрестность A точки a и открытая