

Particular cases are considered in [1–3].

Acknowledgment. The work is partially supported by the Grant of Ministry of Education and Science of Ukraine (Project No. 0116U001528).

References

1. Gryshchuk S.V. Commutative Complex Algebras of the Second Rank with Unity and Some Cases of Plane Orthotropy I. Ukr. Math. J. **70** (8) (2019), 1221–1236.
2. Gryshchuk S.V. Commutative Complex Algebras of the Second Rank with Unity and Some Cases of Plane Orthotropy I. Ukr. Math. J. **70** (10) (2019), 1594–1603.
3. Gryshchuk S.V. $\mathbb{B}_0$ -valued monogenic functions and their applications to the theory of anisotropic plane media, In: *Analytic Methods of Analysis and Differential Equations: AMADE 2018* (Eds. S.V. Rogosin and M.V. Dubatovskaya), Cambridge: Cambridge Scientific Publishers Ltd, (2020), 33–48.

КРАЕВЫЕ ЗАДАЧИ ДЛЯ НЕСТАЦИОНАРНОГО УРАВНЕНИЯ ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА, ПРЕДСТАВЛЯЮЩЕГО КОМПОЗИЦИЮ ДВУХ ОПЕРАТОРОВ В. В. Дайняк (Минск, Беларусь)

Работа посвящена отысканию корректных постановок задач для уравнений третьего порядка с переменными коэффициентами, главная часть которых представляет композицию двух операторов.

В ограниченной области Ω евклидова пространства $\mathbb{R}^2$ с кусочно гладкой границей $\partial\Omega$ рассмотрим уравнение вида

$$\begin{aligned} \mathcal{L}u = \left(\frac{\partial}{\partial x_0} + \frac{\partial}{\partial x_1} \right) \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x_0^2} + \frac{\partial}{\partial x_1} \left(a(x) \frac{\partial u}{\partial x_1} \right) \right) + \mathcal{L}_1(x, D)u = f(x), \\ \mathcal{L}_1(x, D)u = \sum_{k=0}^1 q_k(x) \frac{\partial u}{\partial x_k} - \lambda(x)u. \end{aligned} \quad (1)$$

здесь $a(x)$ — достаточно гладкая функция, $\mathcal{L}_1(x, D)$ — дифференциальный полином первого порядка с измеримыми и ограниченными коэффициентами. Пусть $\mathcal{L}_0(\nu) = \nu_0^3 + a(x)\nu_0\nu_1^2 + \nu_0^2\nu_1 + a(x)\nu_1^3$, где $\nu = (\nu_0, \nu_1)$ — единичный вектор внешней нормали к $\partial\Omega$. К уравнению (1) присоединим граничные условия вида

$$u|_{\partial\Omega} = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial \nu}|_{\partial\Omega^-} = 0, \quad (2)$$

где $\partial\Omega^-$ — часть границы $\partial\Omega$, в точках которой $\mathcal{L}_0(\nu) < 0$.

Вместе с задачей (1)–(2) будем рассматривать сопряженную к ней

$$\mathcal{L}^*v = g(x), \quad (3)$$

$$v|_{\partial\Omega} = 0, \quad \frac{\partial v}{\partial \nu}|_{\partial\Omega^+} = 0, \quad (4)$$

где $\partial\Omega^+ = \{x \in \partial\Omega | \mathcal{L}_0(\nu) > 0\}$, $\mathcal{L}^*$ — формально сопряжённый к $\mathcal{L}$ оператор.

Задачу (1)–(2) будем рассматривать как решение операторного уравнения

$$\mathcal{L}u = f \quad (5)$$

с областью определения $\mathcal{D}(\mathcal{L}) = H_0^3(\Omega)$, а задачу (3)–(4) — как решение операторного уравнения

$$\mathcal{L}^*v = g \quad (6)$$

с $\mathcal{D}(\mathcal{L}^*) = \dot{H}^3(\Omega)$.

В работе получены достаточные условия существования и единственности обобщенного решения рассматриваемых задач. В случае постоянных коэффициентов рассматриваемые задачи были изучены в работе [1].

Литература

1. Корзюк В.И., Дайняк В.В., Протьюко А.А. Задача типа Дирихле для составного уравнения третьего порядка // *Вестник Бел. гос. ун-та*. Сер. 1. Физ. Мат. Информ. No. 3 (2012), 166–121.

О СТАБИЛИЗАЦИИ ИНТЕГРАЛА ПУАССОНА И СРЕДНИХ ТИХОНОВА В. Н. Денисов (Москва, Россия)

Пусть

$$u(x, t) = \frac{1}{\pi^{N/2}} \int_{E^N} e^{-|\sigma|^2} u_0(x + 2\sqrt{t}\sigma) d\sigma, |\sigma|^2 = \sigma_1^2 + \dots + \sigma_N^2 \quad (1)$$

— интеграл Пуассона

$$T_{2\sqrt{t}\sqrt{\alpha}}^\alpha u_0(x) = \frac{C(N, \alpha)}{\alpha^{N/2}} \int_{E^N} \left(1 + \frac{|\sigma|^2}{\alpha}\right)^{-\alpha} u_0(x + 2\sqrt{t}\sigma) d\sigma, \quad (2)$$

— средние Тихонова, где $u_0(x) \in C(E^N)$ и ограничена в E^N , $\alpha > N/2$.

Теорема. Если функция $u_0(x) \in C(E^N)$ и удовлетворяет условию

$$1 \leq u_0(x) \leq M,$$

и $\alpha(t)$ монотонно возрастающая функция такая, что

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} \alpha(t) = +\infty.$$

Тогда для разности $I(x, t) = T_{2\sqrt{t}\sqrt{\alpha}}^\alpha u_0(x) - u(x, t)$ справедлива оценка

$$\frac{C_1}{\alpha(t)} \leq I(x, t) \leq \frac{C_2}{\alpha(t)}, C_1 > 0, C_2 > 0, \quad (3)$$

равномерно по x в E^N .

Из (3) следует равностабилизация, т.е.

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} \left(T_{2\sqrt{t}\sqrt{\alpha(t)}}^{\alpha(t)} - u(x, t) \right) = 0,$$

равномерно по x в E^N .

Благодарности. Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект 19–11–00223).

Литература

1. Тихонов А.Н. Об устойчивых методах суммирования рядов Фурье. // *ДАН СССР*, т. 156, № 2 (1964), 268–271.

2. Денисов В.Н. О стабилизации интеграла Пуассона и средних –Стилтьеса. Двусторонние оценки. // *ДАН РАН*, т. 496 (2021), 40–43.