

ИССЛЕДОВАНИЕ МЕТОДОВ АНАЛИЗА МНОГОМЕРНЫХ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ В ЗАДАЧАХ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ОПТИЧЕСКОГО ПОТОКА

Романова Ю. А.

*Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь,
e-mail: youliaromanova99@mail.ru*

Оптический поток – это изображение видимого движения объектов, получаемое в результате перемещения наблюдателя относительно сцены.

Цель исследования – построение оптического потока и временных рядов, их визуализация, анализ данных рядов, осуществление прогноза.

Исследование проводится на основе видеопоследовательности (рисунок 1). Отслеживаемые точки выбираются на основе углового детектора Харриса.

Для построения оптического потока использован алгоритм Лукаса-Канаде, с помощью которого найден вектор смещения $\vec{u}$ между пикселями на соседних кадрах видео с использованием функции яркости пикселей от положения на кадре и времени I и функции, определяющей весовые коэффициенты для пикселей g :

$$M \vec{u} = \vec{b}, \quad (1)$$

где

$$M = \begin{bmatrix} \sum_{i,j} g(x_i, y_j) \left(\frac{\partial I}{\partial x} \right)^2 & \sum_{i,j} g(x_i, y_j) \frac{\partial I}{\partial x} \frac{\partial I}{\partial y} \\ \sum_{i,j} g(x_i, y_j) \frac{\partial I}{\partial x} \frac{\partial I}{\partial y} & \sum_{i,j} g(x_i, y_j) \left(\frac{\partial I}{\partial y} \right)^2 \end{bmatrix},$$

$$\vec{b} = - \begin{bmatrix} \sum_{i,j} g(x_i, y_j) \frac{\partial I}{\partial t} \frac{\partial I}{\partial x} \\ \sum_{i,j} g(x_i, y_j) \frac{\partial I}{\partial t} \frac{\partial I}{\partial y} \end{bmatrix}, \vec{u} = \begin{bmatrix} u_x \\ u_y \end{bmatrix}.$$

Если матрица M обратима (имеет ранг 2), вычисляются u_x и u_y , которые минимизируют ошибку E :

$$\hat{u} = M^{-1} \vec{b}. \quad (2)$$



Рис. 1. Визуализация оптического потока на примере для точек интереса на 1-ом и k-ом кадре

Таким образом, последовательно определяется смещение между двумя соседними кадрами для каждого из отслеживаемых пикселей, и образуются временные ряды.

Привычные методы регрессионного анализа не подходят, если временные ряды нестационарны, а также в случае отсутствия причинной связи между временными рядами.

Тест Грейнджера – процедура проверки причинной связи между временными рядами. В тесте Грейнджера последовательно проверяются две нулевые гипотезы: “ Y_{it} не является причиной Y_{jt} по Грейнджеру” и “ Y_{jt} не является причиной Y_{it} по Грейнджеру”, где $i \neq j$; $i, j = \overline{1, n}$ и n – количество рядов. Если р-значение выше уровня значимости (0.05), то нулевые гипотезы не отклоняются (см. рисунок 2).

Стационарный временной ряд – это тот, чьи характеристики, такие как среднее значение и дисперсия, не меняются с течением времени.

Для проверки на стационарность используется дополненный тест Дики-Фуллера (ADF) (рисунок 3). Стационарности временных рядов можно достичь посредством дифференцирования ряда один раз и повторяя тест снова, пока он не станет стационарным. После двукратного дифференцирования получаются стационарные ряды, которые являются пригодными для построения модели векторной авторегрессионной модели VAR.

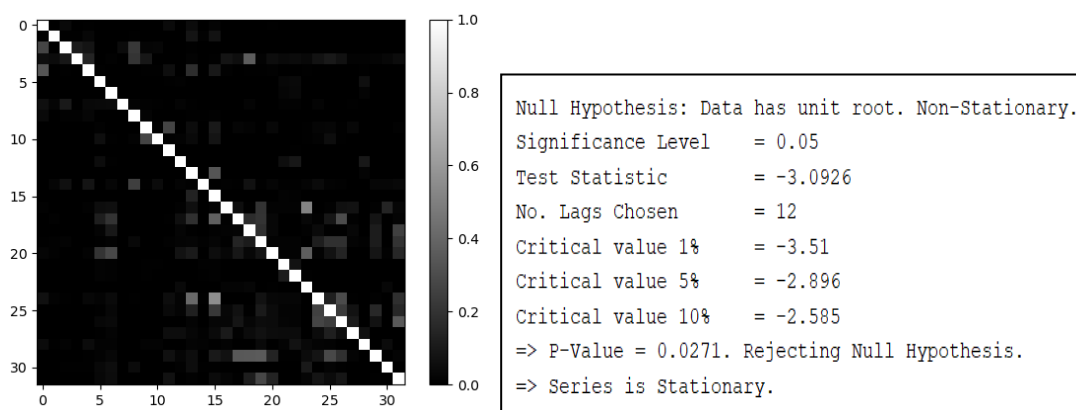


Рис. 2. – а) результат теста Грейнджера, б) результат теста Дики-Фуллера

Из рис. 2 следует, что нулевая гипотеза не отклоняется для большинства пар временных рядов, а как следствие, не для каждого временного ряда существует причинная связь с другим временным рядом.

Из рис. 3 видно, что “Test Statistic” лежит между критическими значениями, соответствующие уровням значимости.

Анализ построенных временных рядов происходит посредством **векторной авторегрессионной модели (VAR) p -ого порядка авторегрессии**. Чтобы выбрать правильный порядок авторегрессии VAR, необходимо воспользоваться критерием Акаике (AIC). Результаты вычислений приведены в таблице 1.

Табл. 1. Значение AIC в зависимости от порядка авторегрессии

p	1	2	3	4	5	6	7	8	9
AIC	-511	-565	-2411	-2476	-2456	-2442	-2413	-2415	-2374

По результатам расчетов, представленных в таблице 1, выбран 4-ый порядок авторегрессии, так как при нем достигается минимальное значение AIC, следовательно, построена VAR (4).

Критерий Дарбина-Уотсона (DW-критерий) – статистический критерий, используемый для тестирования автокорреляции первого порядка элементов исследуемой последовательности. Значение этой статистики может варьироваться от 0 до 4. Исследовав автокорреляцию регрессионных остатков с помощью критерия Дарбина-Уотсона (**DW**), не обращаясь к таблицам, можно пользоваться приблизительным правилом и считать, что автокорреляция остатков отсутствует, если $1.5 < DW < 2.5$.

Таким образом на рис. 4 представлены значения критерия Дарбина-Уотсона для каждого временного ряда, где p_{i_x} и p_{i_y} – временные ряды по координатам x и y соответственно для каждого пикселя

Критерий Дарбина-Уотсона для каждого временного ряда

p_{1_x}	2.03	p_{1_y}	2.09
p_{2_x}	2.07	p_{2_y}	2.08
p_{3_x}	1.69	p_{3_y}	2.09
p_{4_x}	2.04	p_{4_y}	2.06
p_{5_x}	2.09	p_{5_y}	2.08
p_{6_x}	1.07	p_{6_y}	2.08
p_{7_x}	1.96	p_{7_y}	2.08
p_{8_x}	2.09	p_{8_y}	2.09
p_{9_x}	2.1	p_{9_y}	2.09
p_{10_x}	2.1	p_{10_y}	2.09
p_{11_x}	2.11	p_{11_y}	2.09
p_{12_x}	1.89	p_{12_y}	2.09
p_{13_x}	2.1	p_{13_y}	2.09
p_{14_x}	1.85	p_{14_y}	2.09
p_{15_x}	2.06	p_{15_y}	1.94
p_{16_x}	2.0	p_{16_y}	2.08

Рис. 3. Значения критерия Дарбина-Уотсона для многомерных временных рядов

Можно сделать вывод о том, что все временные ряды, кроме p_{6_x} , автокорреляция остатков отсутствует.

Исследуемые многомерные временные ряды были изначально нестационарными, поэтому после приведения их к стационарным (после двухкратного дифференцирования) утеряны 2 значения для каждого временного ряда. Воспользуемся квадратичной формой левых прямоугольников для их восстановления дважды.

Таким образом получены следующие результаты прогноза для 4 значений каждого из рядов. На рис. 4 представлены предсказания и фактические данные для 101-104 кадра.

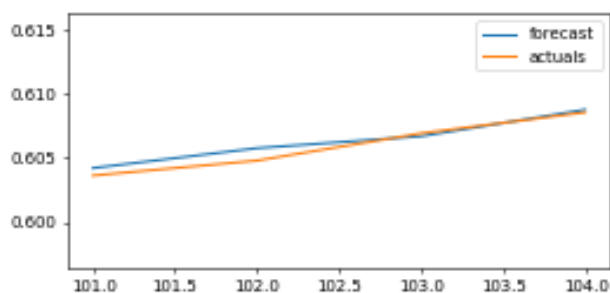


Рис. 4. Предсказанные и фактические данные

Для качественной оценки прогноза вычисляется полный набор метрик

- **MAPE (Mean Absolute Percentage Error)** – средняя абсолютная ошибка в процентах;
- **ME (Mean Error)** – средняя ошибка;
- **MAE (Mean Absolute Error)** – средняя абсолютная ошибка;
- **MPE (Mean Percentage Error)** – средняя процентная ошибка;
- **RMSE (Root Mean Square Deviation)** – квадратный корень из среднеквадратичной ошибки;
- **corr (Correlations)** – коэффициент корреляции Пирсона статистическая взаимосвязь двух или более случайных величин.

Таким образом, получены следующие результаты, на основании которых можно сказать, что прогноз проведен качественно (см. рисунок 5):

Оценка прогноза															
	p_1_x	p_2_x	p_3_x	p_4_x	p_5_x	p_6_x	p_7_x	p_8_x	p_9_x	p_10_x	p_11_x	p_12_x	p_13_x	p_14_x	p_15_x
MAPE	0.3631	0.4505	0.3231	0.082	0.1346	0.2152	0.3127	0.1128	0.5972	0.1678	0.4538	0.6057	0.2932	0.6501	0.104
ME	0.0014	0.0023	0.0015	0.0004	0.0006	0.0006	0.0008	0.0009	0.003	0.0009	0.0027	0.0032	0.0007	0.0034	-0.0006
MAE	0.0014	0.0023	0.0015	0.0005	0.0006	0.0006	0.0008	0.0009	0.003	0.0009	0.0027	0.0032	0.0007	0.0034	0.0006
MPE	0.3631	0.4505	0.3231	0.0634	0.1221	0.2152	0.3127	0.1128	0.5972	0.1678	0.4538	0.6057	0.2932	0.6501	-0.104
RMSE	0.0015	0.0023	0.0015	0.0006	0.0007	0.0007	0.0009	0.0011	0.0031	0.001	0.0027	0.0032	0.0008	0.0034	0.0007
corr	0.4091	0.8643	0.84	0.979	-0.1132	0.689	0.6559	0.9979	0.0519	0.9702	0.1625	0.5165	0.779	0.6842	0.9984

	p_1_y	p_2_y	p_3_y	p_4_y	p_5_y	p_6_y	p_7_y	p_8_y	p_9_y	p_10_y	p_11_y	p_12_y	p_13_y	p_14_y	p_15_y	p_16_y
MAPE	0.8083	1.0211	0.8749	0.5663	0.872	0.3294	0.3218	0.5474	1.0823	0.777	1.1144	0.7313	0.3808	0.8577	0.4408	0.7867
ME	-0.0042	-0.0036	-0.0031	-0.0037	-0.0046	-0.0002	-0.0002	-0.0036	-0.0032	-0.0022	-0.0034	-0.0021	-0.002	-0.0028	-0.0038	-0.0026
MAE	0.0042	0.0036	0.0031	0.0037	0.0046	0.0017	0.0017	0.0036	0.0032	0.0024	0.0034	0.0022	0.002	0.0028	0.0038	0.0026
MPE	-0.8083	-1.0211	-0.8749	-0.5663	-0.872	-0.0422	-0.0449	-0.5474	-1.0823	-0.7226	-1.1144	-0.6972	-0.3808	-0.8577	-0.4408	-0.7867
RMSE	0.0044	0.0038	0.0032	0.0037	0.0047	0.0023	0.0022	0.0037	0.0035	0.0028	0.0036	0.0027	0.0025	0.0032	0.004	0.0031
corr	0.8647	0.9579	0.9389	0.9243	0.8334	0.5645	0.5519	0.9335	0.8169	0.9521	0.8623	0.9695	0.5574	0.9584	0.9383	0.9262

Рис. 5. Оценка прогноза для временных рядов

Литература

1. Медведев Г.А. Практикум на ЭВМ по анализу временных рядов: Учеб. Пособие / Г. А. Медведев, В.А.Морозов. – Мн.: Университетское, 2001. – 192с.
2. Anandan P. A computational framework and an algorithm for the measurement of visual motion // International Journal of Computer Vision. 1989. P. 283–310
3. Black M.J. Robust Incremental Optical Flow // Yale University. 1992. P.280
4. T. Tuytelaars and K. Mikolajczyk, Local Invariant Feature Detectors: A Survey, Foundations and Trends in Computer Graphics and Vision. - 2007.- Vol 3, №3.- P. 177–280.