Теорема 1. Пусть T_1, T_2 — обобщенные простые таблицы, имеющие c столбцов и не более, чем r строк. Области определения выборных переменных D упорядочены с наибольшим размером, равным n . Тогда алгоритм проверки эквивалентности T_1 и T_2 имеет временную сложность $O(r^4c + r^2n^2 \log n)$.

Пусть T — обобщенная простая таблица со схемой R . Построим помеченный гиперграф $G(W, F)$, выражающий связи между строками таблицы следующим образом:

каждой строке таблицы $w_i, i = \overline{1, m}$ соответствует некоторая вершина гиперграфа, т. е. $W = \{w_i | w_i \text{ — строка } T, i = \overline{1, m}\}$;

если существует множество строк $u, v, \dots, \omega, x$ таких, что $\{(u[A] = v[A] = \dots = \omega[A] = b_i) \text{ или } (u[A] = v[A] = \dots = \omega[A] = \bar{d}_i)\}$ и $\{(x[A] = a_j) \text{ или } (x[A] = d_j)\}$, то строится ребро F с меткой $x(F_x)$, состоящее из вершин $u, v, \dots, \omega$, т. е. $F = \{F_x | F_x \subseteq W\}$. Условия существования соответствующих реляционных выражений для класса обобщенных простых таблиц определяются следующей теоремой.

Теорема 2. Пусть T — обобщенная простая таблица со схемой $R, G(W, F)$ — помеченный гиперграф связей строк. Тогда T соответствует реляционному выражению E в том и только в том случае, когда не существует нетривиального связного подгиперграфа H гиперграфа $G(W, F)$, вершины которого являются метками помеченных ребер H .

Автор выражает искреннюю благодарность доценту М. М. Ковалеву и доценту А. И. Змитровичу за поддержку и помощь при выполнении работы.

Список литературы

1. До Суан Тхо // MTASZTAKI hözlemények. 1986. № 34. P. 123.
2. Aho A. V., Sagiv Y., Ullman J. O. // ACM Trans. Database Syef. 1979. № 4.

Поступила в редакцию 13.04.87.

УДК 531.8

В. П. САВЧУК, Г. И. САФРОНОВ

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОГРЕШНОСТИ ПОЗИЦИОНИРОВАНИЯ СХВАТА РОБОТА С УЧЕТОМ ЕГО ПРОСТРАНСТВЕННОЙ ОРИЕНТАЦИИ

В технических характеристиках современных промышленных роботов (ПР) указывается погрешность позиционирования в единицах длины, т. е. это погрешность переноса характерной точки схвата в заданную точку пространства. Но для многих операций (установка заготовки в патрон станка, сборка и т. д.) кроме переноса требуется также осуществить заданную ориентацию схвата, поэтому наряду с погрешностью положения характерной точки важной характеристикой ПР является также погрешность ориентации схвата в пространстве. Разработке методов определения погрешности позиционирования схвата ПР с учетом его пространственной ориентации посвящен ряд работ, например [1, 2]. Однако предложенные методы основаны на приближенных и сложных вычислительных алгоритмах, что сужает область их применения. В данной работе построен точный алгоритм и получены простые формулы для определения погрешности положения и ориентации контрольного тела (КТ) в форме куба, закрепленного в схвате ПР, на основании показаний неподвижно установленных датчиков перемещений.

Пусть КТ в форме куба с ребром $2d$ закреплено в схвате так, что остаются свободными три грани КТ, имеющие общую вершину. Свяжем с КТ систему координат $O'x'y'z'$, начало которой совпадает с центром симметрии КТ, а положительные полуоси перпендикулярны к свободным граням. Неподвижную систему координат $Oxyz$ выберем так, чтобы ее оси

совпали с осями системы $O'x'y'z'$, если реальное положение КТ совпадет с целевым. Тогда задача определения погрешности позиционирования ПР сводится к определению величин, характеризующих положение системы $O'x'y'z'$ по отношению к системе $Oxyz$. В силу теоремы Шалля [3] этими величинами являются координаты вектора $\vec{OO}' = (\Delta x, \Delta y, \Delta z)$, угол конечного вращения $\Delta\varphi$ и координаты направляющего вектора оси конечного вращения $\vec{e} = (\alpha_x, \alpha_y, \alpha_z)$. Указанные величины будем определять на основании показаний шести неподвижных датчиков перемещений D_i , $i = \overline{1,6}$. Измерительные оси датчиков $D_1, D_2, D_3, D_4, D_5, D_6$ ориентированы параллельно осям Oz, Oy, Ox соответственно [4] и пересекают свободные грани КТ в точках M_i , $i = \overline{1,6}$, имеющих в системе $Oxyz$ координаты:

$$\begin{aligned} M_1(0, b, d + z_1), M_2(0, 0, d + z_2), M_3(a, 0, d + z_3), \\ M_4(0, d + y_4, 0), M_5(c, d + y_5, 0), M_6(d + x_6, 0, 0). \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь a, b, c — постоянные, характеризующие положение осей датчиков; $z_1, z_2, z_3, y_4, y_5, x_6$ — показания датчиков $D_1, \dots, D_6$ соответственно, которые обращаются в ноль при совпадении реального положения КТ с целевым.

Заметим, что для современных универсальных ПР величины $\Delta x, \Delta y, \Delta z$ не превышают нескольких миллиметров, а $\Delta\varphi \ll 1$. Это позволяет считать, что при любых значениях $\Delta x, \Delta y, \Delta z, \Delta\varphi$ каждая из точек M_i принадлежит одной и той же грани КТ.

Для решения задачи определим матрицу A направляющих косинусов осей системы $O'x'y'z'$. Легко видеть, что направления осей $O'z', O'y'$ и $O'x'$ даются векторами:

$$\vec{r}_{z'} = \vec{M}_2\vec{M}_3 \times \vec{M}_2\vec{M}_1, \vec{r}_{y'} = \vec{M}_5\vec{M}_4 \times \vec{r}_{z'}, \vec{r}_{x'} = \vec{r}_{y'} \times \vec{r}_{z'}. \quad (2)$$

Следовательно, элементы матрицы A определяются формулами

$$\begin{aligned} \alpha_{z'x} = r_{z'x}/r_{z'}, \alpha_{z'y} = r_{z'y}/r_{z'}, \alpha_{z'z} = 1/r_{z'}, \\ \alpha_{y'x} = r_{y'x}/r_{y'}, \alpha_{y'y} = 1/r_{y'}, \alpha_{y'z} = r_{y'z}/r_{y'}, \\ \alpha_{x'x} = r_{x'x}/r_{x'}, \alpha_{x'y} = r_{x'y}/r_{x'}, \alpha_{x'z} = r_{x'z}/r_{x'}. \end{aligned} \quad (3)$$

Здесь

$$\begin{aligned} r_{z'x} = (z_2 - z_3)/a, r_{z'y} = (z_2 - z_1)/b, \\ r_{z'z}^2 = r_{z'x}^2 + r_{z'y}^2 + 1, r_{y'x} = (y_4 - y_5)/c, \\ r_{y'z} = r_{z'x}(y_4 - y_5)/c - r_{z'y}, r_{y'y}^2 = r_{y'x}^2 + r_{y'z}^2 + 1, \\ r_{x'x} = 1 - r_{z'y} \cdot r_{y'z}, r_{x'y} = r_{z'x} \cdot r_{y'z} - r_{y'x} \cdot r_{z'x}, \\ r_{x'z} = r_{y'x} \cdot r_{z'y} - r_{z'x} \cdot r_{y'y}, r_{x'x}^2 = r_{x'y}^2 + r_{x'z}^2. \end{aligned} \quad (4)$$

Для нахождения вектора $\vec{OO}'$ воспользуемся тем, что для каждой из точек (1), лежащих на гранях КТ, известна и равна d одна из ее координат в системе $O'x'y'z'$. Выберем точки, принадлежащие разным граням (например, M_2, M_4, M_6), и, используя известные выражения для координат некоторой точки в системе $O'x'y'z'$, через координаты этой же точки в системе $Oxyz$, получим координаты x'_0, y'_0, z'_0 начала системы $Oxyz$ в системе $O'x'y'z'$: $x'_0 = d - \alpha_{x'x}(d + x_6)$, $y'_0 = d - \alpha_{y'y}(d + y_4)$, $z'_0 = d - \alpha_{z'z}(d + z_2)$.

Выражая теперь абсолютные координаты точки O через ее известные координаты в системе $O'x'y'z'$, получаем абсолютные координаты точки O' , совпадающие с координатами вектора $\vec{OO}'$:

$$\begin{aligned} \Delta x = -x'_0 \alpha_{x'x} - y'_0 \alpha_{y'x} - z'_0 \alpha_{z'x}, \\ \Delta y = -x'_0 \alpha_{x'y} - y'_0 \alpha_{y'y} - z'_0 \alpha_{z'y}, \\ \Delta z = -x'_0 \alpha_{x'z} - y'_0 \alpha_{y'z} - z'_0 \alpha_{z'z}. \end{aligned} \quad (5)$$

Перейдем к определению угла $\Delta\varphi$ и вектора $\vec{e}$. Заметим прежде всего, что если какой-то из косинусов $\alpha_{z'x}$, $\alpha_{y'y}$, $\alpha_{z'z}$ равен единице, то вектор $\vec{e}$ совпадает с единичным вектором соответствующей оси, а $\cos \Delta\varphi$ равен любому из остальных двух направляющих косинусов. Пусть $\alpha_{x'x} \neq 1$, $\alpha_{y'y} \neq 1$, $\alpha_{z'z} \neq 1$. Из рассуждений, проводимых при доказательстве теоремы Эйлера—Даламбера [3], можно заключить, что векторы

$$\vec{e}_{x'} - \vec{e}_x, \vec{e}_{y'} - \vec{e}_y, \vec{e}_{z'} - \vec{e}_z, \quad (6)$$

составленные из единичных векторов координатных осей, перпендикулярны вектору $\vec{e}$ и, по крайней мере, два из них неколлинеарны. Следовательно, вектор $\vec{e}$ направлен по векторному произведению неколлинеарных векторов (6). Если, например, непараллельны два первых вектора (6), то $\alpha_x = r(\alpha_{z'x} + \alpha_{x'z})$, $\alpha_y = r(\alpha_{z'y} + \alpha_{y'z})$, $\alpha_z = r(\alpha_{z'z} + 1 - \alpha_{x'x} - \alpha_{y'y})$, (7) где

$$r = [(\alpha_{z'x} + \alpha_{x'z})^2 + (\alpha_{z'y} + \alpha_{y'z})^2 + (\alpha_{z'z} + 1 - \alpha_{x'x} - \alpha_{y'y})^2]^{-\frac{1}{2}}.$$

Угол $\Delta\varphi$ может быть определен как угол поворота любого из векторов (6), если считать его жестко связанным с подвижной системой $O'x'y'z'$, при переходе от системы $O'x'y'z'$ к системе $Oxyz$. Возьмем для определенности первый вектор из векторов (6). Прделав необходимые преобразования, получаем:

$$\cos \Delta\varphi = \frac{1}{2} (\alpha_{x'x} - \alpha_{x'y} \cdot \alpha_{y'x} - \alpha_{x'z} \cdot \alpha_{z'x} - 1) + \frac{1}{2} [\alpha_{x'y} \cdot \alpha_{x'z} (\alpha_{z'y} + \alpha_{y'z}) + \alpha_{x'y}^2 \cdot \alpha_{y'y} + \alpha_{x'z}^2 \cdot \alpha_{z'z}] (1 - \alpha_{x'x})^{-1}. \quad (8)$$

Формулы (5), (7), (8) дают решение поставленной задачи. Заметим, что предложенный алгоритм расчета справедлив и в том случае, когда каждой оси системы $Oxyz$ параллельны оси двух датчиков. Действительно, введя мысленно седьмой датчик, получим схему их расположения, для которой задача уже решена, причем один из датчиков будет лишним, так как его показание не используется при расчетах. Неизвестное показание введенного датчика определится по известным координатам точки пересечения оси лишнего датчика с гранью КТ.

Список литературы

1. Конюхов А. Г., Челпанов М. Б. // Промышленные роботы. Л., 1982. С. 65.
2. Галлай Ю. М., Дайч Д. М., Колискор А. Ш. // Измерительная техника. 1986. № 5. С. 48.
3. Архангельский Ю. А. Аналитическая механика твердого тела. М., 1977.
4. А. с. 36674. НРБ. Кл. В 25 19/00. 1985.

Поступила в редакцию 27.04.87.

УДК 519.1

В. Э. ЗВЕРОВИЧ

СВЯЗЫВАЮЩЕЕ ЧИСЛО ГРАФА

Рассматриваются конечные неориентированные графы без петель и кратных ребер. Неопределяемые понятия можно найти в [1]. Связывающее число введено в 1973 г. [2]. Основным результатом [2] является достаточное условие существования гамильтонова цикла в терминах связывающего числа. В [3] установлено, что трудно определить связывающее число произведения произвольных графов, поэтому рассматривались графы следующих типов: полный граф K_n , полный двудольный $K_{m,n}$, цикл C_n , простой путь P_n . В работах [4] и [5] найдено связывающее число декартова произведения таких графов.