$$|C^{6k+2\lambda_r}_{4k+\lambda_r,\ 4k+r-\lambda_r}| = \sum_{i=0}^{2k+\left[\frac{\lambda_r}{2}\right]} \binom{4k+\lambda_r}{2i}\binom{4k+r-\lambda_r}{3k+\lambda_r-i},$$

где $\lambda_0 = 0$, $\lambda_1 = 0$, $\lambda_2 = 1$, $\lambda_3 = 2$, $\lambda_4 = 2$, $\lambda_5 = 2$, $\lambda_6 = 3$, $\lambda_7 = 3$.

Ради краткости введем для этих антицепей обозначения C_{8k+r}, $r = 0, 1, \ldots, 7$. Обозначим через $\lceil\alpha\rceil$ минимальное целое число, не меньшее α.

Сформулируем теперь основной результат, вытекающий из теоремы 1.

Теорема 2. Пусть $n=8k+r$, $r=0, 1, \ldots, 7$. Тогда

$$\max_s A^0(n,\ 3,\ s) \geqslant \frac{1}{\left\lceil \frac{n}{2} \right\rceil} |C_{8k+r}|.$$

Можно показать, что полученная оценка для $A^0(n, 3, s)$ лучше известной для $A(n,\ 4,\ \omega)$, но это требует отдельного рассмотрения случаев $r=0, r=1, \ldots, r=7$.

Пусть, например, $n=8k$. Будем считать, что $k\geqslant 3$. Случаи $k=0, 1, 2$ рассматриваются непосредственно. Покажем, что

$$\frac{1}{8k}\binom{8k}{4k} < \frac{1}{4k}\sum_{i=0}^{2k}\binom{4k}{2i}\binom{4k}{3k-1}. \tag{2}$$

Рассмотрим следующие, легко проверяемые при $k \geqslant 3$, неравенства:

$$\binom{4k}{0}^2 + \binom{4k}{1}^2 < 2\binom{4k}{0}\binom{4k}{k}, \tag{3}$$

$$\binom{4k}{i}^2 + \binom{4k}{2i+1}^2 < 2\binom{4k}{i}\binom{4k}{k+i},\quad i = 1,\ 2,\ \ldots,\ k-2, \tag{4}$$

$$\binom{4k}{2k-2}^2 + \binom{4k}{2k-1}^2 + \frac{1}{2}\binom{4k}{2k}^2 < 2\binom{4k}{2k-1}\binom{4k}{2(k-1)} + \binom{4k}{2k}. \tag{5}$$

Сложив неравенства (3)—(5) и воспользовавшись тем, что

$$\binom{8k}{4k} = \sum_{i=0}^{4k}\binom{4k}{i}^2 = 2\sum_{i=0}^{2k-1}\binom{4k}{i}^2 + \binom{4k}{2k}^2,$$

$$2\sum_{i=0}^{2k}\binom{4k}{i}\binom{4k}{k+i} = 2\left(2\sum_{i=0}^{k-1}\binom{4k}{2i}\binom{4k}{k+i} + \binom{4k}{2k}^2\right),$$

получим неравенство (2).

Список литературы

1. Касами Т., Токура Н., Ивадари Ё., Инагаки Я. Теория кодирования. М., 1978.
2. Hammer P. L., Ibaraki T., Peled U. N. // Ann. Diser. Math. 1981. V. 11. P. 125.
3. Graham R. L., Sloane N. J. // IEEE Trans. Inform. Theory. 1980. V. 26. № 1. P. 37.
4. Петрова Г. Л. // Кибернетика. 1985. № 4. С. 113.

Поступила в редакцию 02.02.87.

УДК 681.3

ДО СУАН ТХО

ЭКВИВАЛЕНТНОСТЬ ОБОБЩЕННЫХ ПРОСТЫХ ТАБЛИЦ

В [1] обобщенная таблица используется как инструмент для оптимизации одного класса запросов пользователей в реляционной базе данных, однако проверка эквивалентности двух таблиц, вообще — NP-полная задача. В нашей работе рассматриваются обобщенные простые таблицы, а также условие существования соответствующих реляционных выражений для класса обобщенных простых таблиц, и доказывается, что алгоритмы проверки их эквивалентности имеют полиномиальную временную сложность.

Обобщенной таблицей T называется двумерная матрица, каждый столбец которой соответствует одному из атрибутов универсального отношения, выбираемому в фиксированном порядке. Первая строка матрицы w_0 называется сводкой. Другие ее строки обозначим через $w_1, w_2, \ldots, w_m$, где m — число строк. Пусть S — множество символов матрицы: $S = \{a_i, b_j, d_k, \bar{d}_l, -\}$, где a_i — характерные переменные; b_j — нехарактерные переменные; d_k — характерные выборные переменные; d_k определяется на множестве значений D_k, $D_k \subseteq \mathrm{dom}(A_k)$; $\bar{d}_l$ — нехарактерные выборные переменные; d_l определена на D_l. Если d_k появляется в w_0, то она появляется также в нескольких строках таблицы T. Причем в каждом столбце появляется только одна характерная переменная a_i или d_k.

В [1] предложены правила построения соответствующей обобщенной таблицы T для ограниченного реляционного выражения E: $V_I(E) = T(I)$ для любого состояния I универсального отношения, где $V_I(E)$, $T(I)$ — значения выражения и таблицы при состоянии I соответственно.

Таблицы T_1 и T_2 называются эквивалентными ($T_1 \equiv T_2$), если для любого I: $T_1(I) = T_2(I)$.

Предположим, что T_1, T_2 — обобщенные таблицы, имеющие общую целевую схему отношения. Необходимым и достаточным условием для $T_1 \equiv T_2$ является существование включенного из T_1 в T_2 и включенного отображения из T_2 в T_1 [1].

Пусть T — обобщенная таблица. Если в каком-то столбце T имеется повторная нехарактерная переменная b_i (или повторная нехарактерная выборная переменная $\bar{d}_i$) и в него не входят никакие другие повторные символы, то T называют простой. Допустим, что x, w — строки. Говорят, что x покрывает w, если выполняются следующие условия: x, w имеют одинаковое число элементов, если w имеет a_i (или d_i) в одном столбце, то x также имеет a_i (или d_i) в этом же столбце, если w имеет $\bar{d}_i$ в одном столбце, то x имеет в соответствующем столбце d_j или $\bar{d}_j$: $D_j \subseteq D_i$, где D_i — область определения $\bar{d}_i$, D_j — область определения d_j и $\bar{d}_j$.

Пусть X — множество строк T. Говорят, что строка x покрывает X, если она покрывает каждую строку множества X.

Функция алгоритма COVERS — проверка покрытия строк.

```
procedure COVERS (i, j, РЕЗУЛЬТАТ) /* i покрывает j? */
for каждый столбец A do
    if строка j имеет a или d в столбце A, строка
        i имеет другой символ в A then goto M else
      if j имеет d̄ в A и i не имеет d1 или d̄1 :D1⊆D then
        M return РЕЗУЛЬТАТ ← false
            return РЕЗУЛЬТАТ ← true
    end COVERS
```

Пусть X — множество строк T, w — ее строка. Обозначаем через $CL_w(X)$ замыкание X относительно w, которое определяется следующим образом: $X \subseteq CL_w(X)$, если $x_1 \in CL_w(X)$, x_2 — строка T, x_1, x_2 имеют одинаковую $\bar{d}_i$ в одном столбце и в том же столбце w имеет d_j или $\bar{d}_j$: $D_j \subset D_i$, то $x_2 \in CL_w(X)$, если $x_1 \in CL_w(X)$, x_2 — строка T, x_1, x_2 имеют одинаковую b_i в одном столбце и в том же столбце w имеет символ, отличающийся от b_i, то $x_2 \in CL_w(X)$. Никакие другие строки не принадлежат $CL_w(X)$.

Алгоритм CLOSE для нахождения замыкания $CL_i(j)$, покрываемого строкой i

```
procedure CLOSE (i, j, CLi(j), РЕЗУЛЬТАТ I)
    k1 ← j
  M COVERS (i, k1, РЕЗУЛЬТАТ)
    if РЕЗУЛЬТАТ=" true" then
    begin
```

```
добавить строку k1 в CL_i(j)
  for каждый столбец A do
    for каждая строка k таблицы T, l∈CL_i(j) do
        if (k и l имеют одинаковую нехарактерную переменную b
          в столбце A, i имеет символ, отличающийся от b) или
          (k, l имеют d̄ в A, i имеет в A d_1 или d̄_1 : D_1⊂D) then
       begin
          k_1 ← k; goto M
       end
end
           return РЕЗУЛЬТАТ I ← РЕЗУЛЬТАТ
end CLOSE
```

Лемма 1. Пусть T — обобщенная простая таблица, $CL_w(X)$ — замыкание множества строк X относительно w, f — отображение, определяемое следующим образом:

$$f(x)=\begin{cases} w, & \text{если } x\in CL_w(x)\\ x, & \text{для остальных строк.}\end{cases}$$

Очевидно, что f является включенным отображением из T в T тогда и только тогда, когда w покрывает $CL_w(X)$.

Лемма 2. Таблица T имеет в столбцах A, B повторные переменные b или $\bar{d}$ на множествах строк X_1, X_2 соответственно. Строка x покрывает $CL_x(X_1)$. Включенное отображение f отображает $CL_x(X_1)$ в x и остальные строки в себя. T' — полученная таблица после исключения строк со свойством $CL_x(X_1)-\{x\}$ из $T\cdot X_3=X_2-(CL_x(X_1)-\{x\})$. Тогда, если число строк $X_3\geqslant 2$ и в T', w покрывает $CL_w(X_3)$, то в T, w покрывает $CL_w(X_2)$.

Леммы 1, 2 говорят о том, что, если x покрывает $CL_x(X)$ в T, то после исключения строк $(CL_x(X)-\{x\})$ из T получим эквивалентную T'. На основе этих лемм построим алгоритм REDUCE

```
procedure REDUCE (T)
     for каждая строка i таблицы T do
       for каждая строка j≠i таблицы T do
         begin
               CLOSE (i, j, CL_i(j), РЕЗУЛЬТАТ I)
                if РЕЗУЛЬТАТ I= "true" then
                  исключить все строки CL_i(j) из T
         end
end REDUCE
```

Алгоритм TEST для проверки эквивалентности двух обобщенных простых таблиц T_1, T_2

```
  procedure TEST (T_1, T_2)
       REDUCE (T_1); REDUCE (T_2);
       for каждый столбец A таблицы T_1, в котором имеет
         повторную b_1 (или d̄_1) do
         begin if столбец A таблицы T_2 не имеет повторной b_2 (или d̄_2:
               D_1=D_2) then
        return false; /* T_1≢T_2 */
           Пусть b_2 (или d̄_2) есть повторный символ в столбце A; T_2
           отождествить b_1 и b_2 (или d̄_1 и d̄_2); отметить строки, в ко-
           торых имеются отождествленные символы
        end
        if каждая отмеченная строка T_1 покрывает каждую отмечен-
           ную строку T_2 и обратно then
              if каждая неотмеченная строка T_1 покрывает каждую
                неотмеченную строку T_2 и обратно then
           return true; /* T_1≡T_2 */
           return false; /* T_1≢T_2 */
       end TEST
```

Теорема 1. Пусть T_1, T_2 — обобщенные простые таблицы, имеющие c столбцов и не более, чем r строк. Области определения выборных переменных D упорядочены с наибольшим размером, равным n. Тогда алгоритм проверки эквивалентности T_1 и T_2 имеет временную сложность $0(r^4c+r^2n^2\log n)$.

Пусть T — обобщенная простая таблица со схемой R. Построим помеченный гиперграф $G(W, F)$, выражающий связи между строками таблицы следующим образом:

каждой строке таблицы w_i, $i=\overline{1, m}$ сооответствует некоторая вершина гиперграфа, т. е. $W=\{w_i \mid w_i$ — строка T, $i=\overline{1, m}\}$;

если существует множество строк $u, v, \ldots, w, x$ таких, что $\{((u[A]=v[A]=\ldots=w[A]=b_i)$ или $(u[A]=v[A]=\ldots=w[A]=\bar{d}_i))$ и $((x[A]=a_j)$ или $(x[A]=d_j))\}$, то строится ребро F с меткой $x(F_x)$, состоящее из вершин $u, v, \ldots, w$, т. е. $F=\{F_x \mid F_x \subseteq W\}$. Условия существования соответствующих реляционных выражений для класса обобщенных простых таблиц определяются следующей теоремой.

Теорема 2. Пусть T — обобщенная простая таблица со схемой R, $G(W, F)$ — помеченный гиперграф связей строк. Тогда T соответствует реляционному выражению E в том и только в том случае, когда не существует нетривиального связного подгиперграфа H гиперграфа $G(W, F)$, вершины которого являются метками помеченных ребер H.

Автор выражает искреннюю благодарность доценту М. М. Ковалеву и доценту А. И. Змитровичу за поддержку и помощь при выполнении работы.

Список литературы

1. До Суан Тхо // MTASZTAKI hözlemenyck. 1986. № 34. P. 123.
2. Aho A. V., Sagiv Y., Ullman J. O. // ACM Trans. Database Syef. 1979. № 4.

Поступила в редакцию 13.04.87.

УДК 531.8

В. П. САВЧУК, Г. И. САФРОНОВ

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОГРЕШНОСТИ ПОЗИЦИОНИРОВАНИЯ СХВАТА РОБОТА С УЧЕТОМ ЕГО ПРОСТРАНСТВЕННОЙ ОРИЕНТАЦИИ

В технических характеристиках современных промышленных роботов (ПР) указывается погрешность позиционирования в единицах длины, т. е. это погрешность переноса характерной точки схвата в заданную точку пространства. Но для многих операций (установка заготовки в патрон станка, сборка и т. д.) кроме переноса требуется также осуществить заданную ориентацию схвата, поэтому наряду с погрешностью положения характерной точки важной характеристикой ПР является также погрешность ориентации схвата в пространстве. Разработке методов определения погрешности позиционирования схвата ПР с учетом его пространственной ориентации посвящен ряд работ, например [1, 2]. Однако предложенные методы основаны на приближенных и сложных вычислительных алгоритмах, что сужает область их применения. В данной работе построен точный алгоритм и получены простые формулы для определения погрешности положения и ориентации контрольного тела (КТ) в форме куба, закрепленного в схвате ПР, на основании показаний неподвижно установленных датчиков перемещений.

Пусть КТ в форме куба с ребром $2d$ закреплено в схвате так, что остаются свободными три грани КТ, имеющие общую вершину. Свяжем с КТ систему координат $O'x'y'z'$, начало которой совпадает с центром симметрии КТ, а положительные полуоси перпендикулярны к свободным граням. Неподвижную систему координат $Oxyz$ выберем так, чтобы ее оси