использовалась разностная схема из [1, с. 254]. Следуя [1], функции $f(x, y)$, $g(x, y)$ взяты так, чтобы $u(x, y)=x(1-x)y(1-y)$ при $K_1(x, y)=1+C[(x-0{,}5)^2+(y-0{,}5)^2]$, $K_2(x, y)=1+C[0{,}5-(x-0{,}5)^2-(y-0{,}5)^2]$. Величина C подбиралась так, чтобы отношение c_2/c_1, где $c_1=1$, $c_2=1+0{,}5C$, соответствовало значениям этого отношения, рассматриваемым в [1].

Непосредственное применение предлагаемого алгоритма к решению разностной задачи приводило к медленной сходимости. Скорость сходимости зависела от числа узлов сетки. Полезной оказалась предварительная нормировка системы (1), (2), состоящая в умножении (1) слева на матрицу $(A_iC_i)^{-1/2}$. Отметим, что такая нормировка приводит к приближенному равенству $A_iC_{i-1}\approx E$. Число итераций, выполненных до достижения условия $\max\limits_{i,j}|u_{ij}^{(k)}-u_{ij}^{(k-1)}|\leqslant 10^{-4}$, приводится в табл. 2.

Список литературы

1. Самарский А. А., Николаев Е. С. Методы решения сеточных уравнений. М., 1978.
2. Самарский А. А. Теория разностных схем. М., 1983.
3. Марчук Г. И. Методы вычислительной математики. М., 1980.
4. Ильин В. П. Численные методы решения задач электрофизики. М., 1985.
5. Ильин В. П. // Сиб. матем. журн. 1985. Т. 26. № 1. С. 83.

Поступила в редакцию 03.07.87.

УДК 519.685

Л. В. ПЕВЗНЕР

О НЕКОТОРЫХ АЛГОРИТМАХ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ГРАММАТИК

В последнее время помимо контекстно-свободных (КС) грамматик для описания языков программирования используются грамматики более широкого класса, объемлющего класс КС грамматик. Для эффективного применения таких грамматик достаточно перспективным представляется иметь несколько анализаторов, разработанных специально для отдельных формализаций, и систему алгоритмов, позволяющих сводить грамматики одного вида к грамматикам другого с наименьшими потерями их специфических свойств.

В настоящей работе рассмотрим грамматики, которые можно разбить на следующие классы: к классу K_1 отнесем графовые, т. е. WEB грамматики и ГПГ — графово-программные [1], к классу K_2: RГ — R грамматики [2]; ЦПГ — цепочечные программные [3]; ИГ — индексные [4]; ГВВ — грамматики ван Вейнгаардена [4].

Установим взаимосвязь между ИГ и RГ. Введем отношение W, означающее анализ цепочки, находящейся в вершине соответствующего магазина, но не выталкивание из него.

Пусть дана ИГ $G^1=(V_T^1, V_N^1, F, P, \sigma^1)$. Построим для нее RГ $G_2=(V_T^2, V_N^2, \Gamma, R^2, P^2, r_0, r_\varnothing)$. Здесь V_T^1, V_T^2 — терминальные алфавиты; P — множество правил; σ^1— аксиома; F — множество индексов; R^2 — множество комплексов; Г — алфавит G^2.

Для любой грамматики можно построить эквивалентную ей индексную грамматику в приведенной форме [3]; таким образом, для простоты будем устанавливать связь только между ИГ в приведенной форме и RГ G^2.

Считаем, что все правила из P^1 имеют вид:

а) $A\to Bf$ в) $A\to a$

б) $f=[A\to B]$ г) $A\to BC$

Терминальный алфавит V_T^2 совпадает с алфавитом V_T^1, r_0 соответствует σ^1, множество $R^2 - P^1 \cup F$; $V_T^1 \cup V_N^1 \cup F \subset \Gamma$. Каждому правилу (а, б, в, г) грамматики G^1 поставим в соответствие комплексы 1, 2, 3, 4, а также построим дополнительные комплексы правил, осуществляющие поиск самого левого символа в цепочке (комплекс 5).

Для правил $A \to Bf$ — комплекс 1:

$$r_A \sim \{\varnothing \xrightarrow{W_2((A-2),\, \varnothing)} r_{A^1},\ \varnothing \xrightarrow{W_0} r_1\}$$

$$r_{A^1} \sim \{\varnothing \xrightarrow{W_1(\varnothing,\, (\beta-2)(f-1))} r_{A^2}\}$$

$$r_{A^2} \sim \{\varnothing \xrightarrow{W_3(*,\, \varnothing)} r_{A^3},\ \varnothing \xrightarrow{W_{2,1}^{1,2}((\alpha-\varnothing),\, \varnothing)} r_{A^2},\ \varnothing \xrightarrow{W_{2,1}^{1,2}((\alpha-2),\, (f-1))} r_{A^2}\}$$

$$r_{A^3} \sim \{\varnothing \xrightarrow{W_3(\varnothing,\, *)} r_1,\ \varnothing \xrightarrow{W_{2,1}^{1,2}(\varnothing,\, \alpha)} r_{A^3}\}$$

Для правил $f = [A \to B]$ — комплекс 2:

$$r_{fA} \sim \{\varnothing \xrightarrow{W_2((f-1)(A-2),\, \varnothing)} r_{fA^1},\ \varnothing \xrightarrow{W_0} r_1\}$$

$$r_{fA^1} \sim \{\varnothing \xrightarrow{W_1((\beta-2),\, \varnothing)} r_1\}$$

Для правил $A \to a$ — комплекс 3:

$$r_A \sim \{a \xrightarrow{W_2((A-2),\, \varnothing)} r_1,\ \varnothing \xrightarrow{W_0} r_1\}$$

Для правил $A \to BC$ — комплекс 4:

$$r_A \sim \{\varnothing \xrightarrow{W_2((A-2),\, \varnothing)} r_{A_1},\ \varnothing \xrightarrow{W_0} r_1\}$$

$$r_{A^1} \sim \{\varnothing \xrightarrow{W_1((C-2)(B-2),\, \varnothing)} r_1\}$$

Дополнительные правила — комплекс 5:

$$r_1 \sim \{\varnothing \xrightarrow{W_3(*,\, \varnothing)} r_2,\ \alpha \xrightarrow{W_2((\alpha-\bigcirc),\, \varnothing)} r_1,$$
$$\varnothing \xrightarrow{W_{2,1}^{1,2}((\alpha-\bigcirc),\, \varnothing)} r_1,\ \varnothing \xrightarrow{W_3((\alpha-1)(\beta-2),\, \varnothing)} r_1,\ \varnothing \xrightarrow{W_3((\alpha-2),\, \varnothing)} r_1\}$$

$$r_2 \sim \{\varnothing \xrightarrow{W_3(\varnothing,\, *)} r_\varnothing,\ \varnothing \xrightarrow{W_0} r_3\}$$

$$r_3 \sim \{\varnothing \xrightarrow{W_3(\varnothing,\, *)} r_1,\ \varnothing \xrightarrow{W_{2,1}^{1,2}(\varnothing,\, \alpha)} r_3\}$$

$$r_0 \sim \{\varnothing \xrightarrow{W_1(*\,(\sigma-2),\, *)} r_1\}$$

$$r_\varnothing \sim \{«STOP»\}$$

Здесь $(\alpha - n)$ определяет нетерминальный символ $(n = 2)$, индекс $(n = 1)$, терминальный символ $(n = 0)$; α, β — цепочки символов из множества $V_T^1 \cup V_N^1$; $W_{i,j}^{i,j}$ означает комбинацию операций стирания элементов из i-го магазина и записи их, по мере стирания, в вершину j-го магазина.

Покажем, что $L(G^1) = L(G^2)$. Покажем вначале, что если из $A \overset{*}{\underset{G^1}{\Rightarrow}} \omega_1$ при помощи правила (а), то $A \overset{*}{\underset{G^2}{\Rightarrow}} \omega_1$ при помощи комплексов 1. Доказательство проведем по индукции. Для $n = 1$ из того, что $A \to Bf$, следует $A \to (\varnothing \neq r_A \neq *(A-2),\ *) \to \ldots \to (\varnothing \neq r_A \neq *(f-1)\ (B-2),\ *)$. Предположим, что для m наше утверждение справедливо; покажем справедливость утверждения для $m+1$. $A \overset{*}{\underset{G^1}{\Rightarrow}}{}^{m+1} \omega_1$, т. е. мы можем записать, что $A \overset{*}{\Rightarrow} \omega_1 = x_1 A x_2 \Rightarrow x_1 Bf x_2 = \omega_1$, $x_2 \in (V_N^1 \cup V_T^1)^*$, $x_1 \in (V_T^1)^*$, так как мы строим самый левый вывод из $A \overset{*}{\underset{G^1}{\Rightarrow}}{}^m \omega^1$. Тогда $A \to \ldots \to (\varnothing \neq r_A \neq *\omega_1',\ *) \to (\varnothing \neq r_A \neq *\, x_2' A x_1',\ *) \to \ldots \to (x_1 \neq r_1 \neq *\, x_2'\ (f-2)\ (A-2),\ *)$. Аналогично доказывается, что если из $A \overset{*}{\underset{G^2}{\Rightarrow}} \omega_2\,(\omega_3,\ \omega_4)$ с помощью правил б, в, г, то из $A \overset{*}{\underset{G^1}{\Rightarrow}} \omega_2 (\omega_3,\ \omega_4)$ с помощью комплексов 2, 3, 4 соответственно. Справедливо и обратное утверждение. Если из $A \overset{*}{\underset{G^2}{\Rightarrow}} \omega_1 (\omega_2,\ \omega_3,\ \omega_4)$ с помощью комплексов 1, 2, 3, 4, 5, то из $A \overset{*}{\underset{G^1}{\Rightarrow}} \omega_1 (\omega_2,\ \omega_3,\ \omega_4)$ с помощью правил а, б, в, г соответственно. Легко показать, что $A \overset{*}{\underset{G^1}{\Rightarrow}} \omega$, тогда и только тогда, когда $A \overset{*}{\underset{G^2}{\Rightarrow}} \omega$, это и означает, что $L(G^1) = L(G^2)$.

Таким образом, для любой ИГ в приведенной форме можно построить эквивалентную ей RГ; а так как для любой ИГ можно построить эквивалентную ей ИГ в приведенной форме, то можно сформулировать следующую лемму.

Лемма 1. Для любой ИГ можно построить эквивалентную ей RГ.

Рассматривая связь между ГВВ и RГ, можно доказать:

Лемма 2. Для любой ГВВ можно построить эквивалентную ей RГ.

Доказательство осуществляем аналогично предыдущему. Идея доказательства заключается в том, что ГВВ преобразуется в трехуровневую RГ. На первом уровне RГ обеспечивает вывод цепочки в метаграмматике, на втором — заменяет в правилах строгой грамматики все вхождения нетерминальных символов метаграмматики на их терминальные порождения; на третьем — описывает вывод в строгой грамматике.

Аналогично доказывается обратная связь. Пусть дано RГ, покажем, что справедлива следующая

Лемма 3. Для любой RГ G^2 можно построить ЦПГ G^1.

Пусть комплекс $r_j \in G^2$ имеет вид:

$$r_j \sim \{a \xrightarrow{W_i(\alpha_1\alpha_2 \ldots \alpha_n)} r_k\}.$$

Каждому правилу из комплекса r_j можно поставить в соответствие в зависимости от i наборы правил:

1) если $a \xrightarrow{W_0} r$, то $r')\ \varphi \to a\psi,\ r,\ \varnothing$

2) если $a \xrightarrow{W_1(\alpha)} r$, то $\begin{cases} r'')\ \varphi \to a\beta\psi,\ r''_1,\ \varnothing \\ r''_1)\ \beta \to \bar{\alpha},\ r,\ \varnothing \end{cases}$

3) если $a \xrightarrow{W_2(\alpha)} r$, то $r''')\ \varphi\alpha \to a\psi,\ r,\ \varnothing$,

каждое φ соответствует комплексу $r'(r'', r''')$, а каждое ψ — r.

Если комплекс r_j состоит из t правил $r_j \sim \{r_j^1, \ldots, r_j^t\}$, то схема связи между правилами следующая:

$$\begin{gathered} r_j^1)\ \varphi_j^1 \to \psi_j^1,\ S_1^1,\ r_j^2 \\ r_j^2)\ \varphi_j^2 \to \psi_j^2,\ s_2^1,\ r_j^3 \\ \cdots \\ r_j^t)\ \varphi_j^t \to \psi_j^t,\ S_j^1,\ \varnothing \end{gathered}$$

Очевидно, что $L(G^1) = L(G^2)$.

Аналогично доказывается обратная связь между RГ и ИГ, RГ и ГВВ.

В [1] показано, что для любой ГПГ может быть построена графовая грамматика типа WEB и обратно; в [5], что для любой ЦПГ может быть построена эквивалентная ей RГ; в [6], что для любой RГ может быть построена эквивалентная ей КС грамматика.

Пусть G_1 — ГПГ; G_2 — WEB грамматика; G_3 — RГ; G_4 — ИГ; G_5 — ГВВ; G_6 — ЦПГ; G_7 — КСГ. Будем обозначать $\to$ сводимость грамматики G' к G''. Тогда, учитывая вышесказанное, получим следующие цепочки связей между грамматиками: $G_1 \to G_2$, $G_2 \to G_1$, $G_3 \to G_4$, $G_3 \to G_5$, $G_3 \to G_6$, $G_4 \to G_3$, $G_6 \to G_3$, $G_6 \to G_1$.

Обобщив доказанное, можно сформулировать следующее: любая грамматика $G' \in K_2$ может быть преобразована в любую другую грамматику $G'' \in K_2$, что $L(G') = L(G'')$.

Оценим сложность алгоритмов сводимости грамматик друг к другу. Для этого введем следующие обозначения: пусть t_1 — количество правил грамматики G'; t_2 — количество правил грамматики G'', полученной при $G' \to G''$, причем $L(G') = L(G'')$, n_1 — мощность множества V_N^1; тогда $t_2 \leqslant t_1 \max\{m_1, m_2, \ldots, m_{n_1}\}$, где $i = \overline{1, n_1}$; $m_i = \{\varphi_i \in \overline{V}_N^1 \mid \overline{V}_N^1 = V_N^1 \setminus \{\varphi_i\}\}$.

Из доказанного следует, что сложность любого из рассмотренных алгоритмов преобразования грамматик друг к другу — $Q(t_1 + n_1)$, т. е. практически зависит от количества правил и нетерминальных символов искомой грамматики.

Список литературы

1. Певзнер Л. В. // Вестн. Белорус. ун-та. Сер. 1: Физ. Мат. Мех. 1983. № 3. С. 43.
2. Вельбицкий И. В., Ходаковский В. Н., Шолмов Л. И. Технологический комплекс производства программ на машинах ЕС ЭВМ, БЭСМ-6. М., 1980.
3. Розенкранц Д. // Сб. переводов по вопросам информационной теории и практики / ВИНИТИ. 1970. № 16.
4. Ахо А. // Языки и автоматы / Под ред. А. Н. Маслова и Э. Д. Стоцкого. М., 1975.
5. Певзнер Л. В. // Вестн. Белорус. ун-та. Сер. 1: Физ. Мат. Мех. 1979. № 2. С. 46.
6. Глушков В. М. и др. Алгебра. Языки. Программирование. Киев, 1975.

Поступила в редакцию 01.07.87.

УДК 519.854.2

В. А. СТРУСЕВИЧ

УЛУЧШЕННЫЙ АЛГОРИТМ ВЫБОРА СКОРОСТЕЙ ПРИБОРОВ ДЛЯ ДВУХСТАДИЙНОЙ СИСТЕМЫ СМЕШАННОГО ТИПА

В систему, состоящую из двух приборов A и B, в момент времени $d = 0$ поступает множество $N = \{1, 2, \ldots, n\}$ требований. Предполагается, что скорости приборов заранее не заданы. Если скорость прибора L равна $v_L > 0$, то длительность обслуживания требования $i \in N$ этим прибором равна $w_L t_{iL}$, где $w_L = 1/v_L$, $L \in \{A, B\}$, $t_{iA} = a_i \geqslant 0$, $t_{iB} = b_i \geqslant 0$.

Множество N требований разбито на два подмножества N_F и N_O. Каждое требование $i \in N_F$ обслуживается вначале прибором A, затем прибором B, причем $a_i > 0$ и $b_i > 0$. Для требований множества N_O порядок прохождения приборов заранее не задан и может быть различным для разных требований. Будем считать, что $N_F = \{1, 2, \ldots, n_1\}$, $|N_O| = n_0$.

Процесс обслуживания каждого требования каждым прибором протекает без прерываний. Не допускается одновременного обслуживания двух или более требований одним прибором, а также одновременного обслуживания каждого требования обоими приборами.

Пусть v_A и v_B — фиксированные скорости приборов A и B соответственно и в описанную систему в момент времени $d = 0$ поступает множество требований $R \subseteq N$. Общим временем обслуживания при некотором расписании $s = s(v_A, v_B; R)$ назовем момент завершения обслуживания всех требований множества R при этом расписании. Наименьшее значение общего времени обслуживания в классе всех расписаний для указанных скоростей приборов обозначим через $\bar{t}(v_A, v_B; R)$, а расписание, которому соответствует это значение,— $s^*(v_A, v_B; R)$.

Рассмотрим задачу P нахождения таких скоростей приборов v_A и v_B, при которых функционал

$$f(v_A, v_B) = c_0 \bar{t}(v_A, v_B; N)^{q_1} + c_1 v_A^{q_2} + c_2 v_B^{q_3} \tag{1}$$