УДК 539.121.7

НГУЕН ДИНЬ ЗУНГ

НЕУПРУГОЕ РАССЕЯНИЕ ПОЛЯРИЗОВАННЫХ НЕЙТРОНОВ НА КРИСТАЛЛЕ С ПОЛЯРИЗОВАННЫМИ ЯДРАМИ ПРИ УЧЕТЕ ПРЕЛОМЛЕНИЯ И ЗЕРКАЛЬНОГО ОТРАЖЕНИЯ

Пусть поток поляризованных нейтронов падает на кристалл с поляризованными ядрами, входная поверхность которого совпадает с плоскостью yoz. Предположим, что вектор поляризации ядер направлен по направлению оси z и имеется магнитное поле внутри кристалла с компонентами $B_x=B_y=0$, $B_z=B(x)$, где $B(x)=B$ при $x>0$ и $B(x)=0$ при $x<0$.

Процесс неупругого рассеяния поляризованных нейтронов на поверхности этого кристалла определяется гамильтонианом [1, 2]:

$$H=-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta+H_k+W_1+W_2, \qquad (1)$$

где H_k — гамильтониан рассеивателя и

$$W_1=-\mu\sigma B(x)-\mu\sigma H_{\text{эф}}^{\text{яд}}(x),$$

$$W_2=\sum_l [A_l+B_l\vec{\sigma}(\vec{J}_l-\langle\vec{J}_l\rangle)]\,\delta(\vec{r}-\vec{R}_l)-g\mu_{\text{Б}}\mu\times$$

$$\times\sum_j\left[\vec{s}\,\vec{\nabla}_r(\vec{S}_j-\langle\vec{S}_j\rangle)\,\vec{\nabla}_r\frac{1}{|\vec{r}-\vec{R}_j|}+4\pi\vec{s}(\vec{S}_j-\langle\vec{S}_j\rangle)\,\delta(\vec{r}-\vec{R}_j)\right],$$

где $\vec{r}$, $\vec{R}_l$, $\vec{R}_j$ — векторы положения нейтрона, ядер и спинов S_j; $\vec{s}=\frac{1}{2}\vec{\sigma}$ — оператор спина нейтрона; $\vec{J}$ — оператор спина ядра; $\mu_{\text{Б}}$ — магнетон Бора; $g\mu_{\text{Б}}S_j$ — электронный момент, связанный с узлом j; μ — магнитный момент нейтрона.

Эффективное сечение неупругого рассеяния поляризованных нейтронов определяется следующей формулой:

$$\frac{d^2\sigma}{d\Omega\, dE_{k'}}=\frac{m^2}{(2\pi)^3\hbar^5}\cdot\frac{K'}{K}\int\limits_{-\infty}^{\infty}dt\, e^{\frac{i}{\hbar}(E_{k'}-E_k)t}\,\mathrm{Sp}\,\{\rho_n\,\rho_{\text{яд}}\,\rho_{\text{эл}}\,T^{+}_{k'k}\,T_{k'k}(t)\}, \qquad (2)$$

где m — масса нейтрона; ρ_n, $\rho_{\text{яд}}$, $\rho_{\text{эл}}$ — спиновые матрицы плотности нейтрона, ядра и электронного узла.

В данной задаче имеются взаимодействия двух типов W_1 и W_2, поэтому применим метод приближения искаженных волн для вычисления матричного элемента оператора перехода $T_{k'k}$. В [3] показано, что

$$T_{k'k}^{\text{иск}}=(\varphi_{k'}^{(-)}\,|\,W_2\,|\,\varphi_k^{(+)}), \qquad (3)$$

где $\varphi_k^{(+)}$, $\varphi_k^{(-)}$ — расходящаяся и сходящаяся волны задачи рассеяния с потенциалом взаимодействия W_1, т. е. решения следующего уравнения Шредингера:

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta-(\mu\sigma_z B(x)+\mu\sigma_z H_{\text{эф}}^{\text{яд}}(x))\right]\varphi_k=E_k\,\varphi_k. \qquad (4)$$

Представим φ_k в виде $\varphi_k=e^{i\vec{k}_{\parallel}\vec{r}_{\parallel}}\varphi_k(x)\,\chi_\alpha$, где $\chi_\alpha=\begin{pmatrix}c_1\\c_2\end{pmatrix}$ — спиновая собственная функция нейтрона; $k_{\parallel}$, $r_{\parallel}$ — компоненты волнового вектора и вектора положения нейтрона, параллельные поверхности кристалла. Решив уравнение (4), получим:

$$\varphi_{\pm}(x)=\begin{cases} e^{ik_x^< x}+A_{r\pm}e^{-ik_x^< x} & \text{при } x<0,\\ A_{t\pm}e^{ik^>_{x\pm}x} & \text{при } x>0,\end{cases} \tag{5}$$

где $A_{r\pm}=\dfrac{K_x^<-K_{x\pm}^>}{K_x^<+K_{x\pm}^>}$, $A_{t\pm}=\dfrac{2K_x^<}{K_x^<+K_{x\pm}^>}$ — амплитуды отраженных и преломленных волн нейтрона; $K_x^<=\sqrt{2mE_\perp/\hbar^2}$ при $x<0$; $K_{x\pm}^>=\sqrt{\dfrac{2m}{\hbar^2}[E_\perp\pm\mu(B+H_{\text{эф}}^{\text{яд}})}$ при $x>0$, где $E_\perp=E_k-\dfrac{K^2\hbar^2}{2m}>0$.

Разлагая решения уравнения (4) $\varphi_\pm$ по матрицам Паули $\vec{\sigma}$ и единичной двухмерной матрице I в виде $\lambda I+\vec{A}\vec{\sigma}$, вычисляя интеграл (3), получаем $T_{k'k}^{\text{иск}}$. После громоздких вычислений для эффективного сечения неупругого рассеяния поляризованных нейтронов на ферромагнетике, имеющем насыщение намагничивания вдоль оси z, получим

$$\frac{d^2\sigma}{d\Omega\, dE_{k'}}=\frac{m^2}{(2\pi)^3\hbar^5}\cdot\frac{K'}{K}\int_{-\infty}^{\infty}dt\, e^{\frac{i}{\hbar}(E_{\vec{k}'}-E_{\vec{k}})t}\Big\{\sum_{ll'}[A_l^*A_{l'}(T_{1l}^*T_{1l'}+T_{2l}^*T_{2l'})+$$
$$+P_{0z}2\mathrm{Re}(A_l^*A_{l'}T_{1l}^*T_{2l'})+2B_l^*B_{l'}T_{1l}^*T_{1l'}\langle(J_{lx}(0)-\langle J_{lx}(0)\rangle)(J_{l'x}(t)-$$
$$-\langle J_{l'x}(t)\rangle)\rangle+\sum_{jj'}[(2T_{3j}^*T_{3j'}-Q_y^2 2\mathrm{Re}(T_{3j}^*T_{4j'})+2\mathrm{Re}(T_{3j}^*T_{6j'})+$$
$$+Q_y^2Q_\parallel^2T_{4j}^*T_{4j'}+Q_\parallel T_{5j}^*T_{5j'}+Q_y^2T_{5j}^*T_{5j'}+T_{6j}^*T_{6j'}+Q_z^2T_{7j}^*T_{7j'}+$$
$$+Q_z^2Q_y^2T_{8j}^*T_{8j'})+P_{ox}(Q_yQ_z 2\mathrm{Im}(T_{3j}^*T_{4j'})+Q_z 2\mathrm{Re}(T_{3j}^*T_{7j'})+$$
$$+Q_y^2Q_z 2\mathrm{Re}(T_{5j}^*T_{8j'})+Q_z 2\mathrm{Re}(T_{6j}^*T_{7j'}))+P_{oy}(-Q_z 2\mathrm{Im}(T_{3j}^*T_{5j'})+$$
$$+Q_yQ_z 2\mathrm{Re}(T_{3j}^*T_{8j'})-Q_y^3Q_z 2\mathrm{Re}(T_{4j}^*T_{8j'})+Q_y^2Q_z 2\mathrm{Im}(T_{4j}^*T_{5j'})+$$
$$+Q_yQ_z 2\mathrm{Re}(T_{5j}^*T_{7j'})-Q_z 2\mathrm{Im}(T_{5j}^*T_{6j'}))+P_{oz}(-Q_y^3 2\mathrm{Im}(T_{4j}^*T_{5j'})-$$
$$-Q_y^2Q_z^2 2\mathrm{Re}(T_{4j}^*T_{8j'})+Q_y 2\mathrm{Im}(T_{5j}^*T_{6j'})+Q_z^2 2\mathrm{Re}(T_{5j}^*T_{7j'}))]\langle(S_{jx}(0)-$$
$$-\langle S_{jx}(0)\rangle)(S_{j'x}(t)-\langle S_{j'x}(t)\rangle)\rangle\Big\}, \tag{6}$$

где $\vec{P}_o=(P_{ox},P_{oy},P_{oz})$ — вектор поляризации падающего нейтрона $\vec{Q}_\parallel=(Q_y,Q_z)=\vec{K}'_\parallel-\vec{K}_\parallel$, $Q_\parallel=|\vec{Q}_\parallel|$,

$$T_{1l}=e^{-i\vec{Q}_\parallel\vec{R}_{l\parallel}}\frac{1}{2}[A_{t+}^{*\prime}A_{t+}e^{-i(K_{x+}^{>\prime}-K_{x+}^>)R_{lx}}+A_{t-}^{*\prime}A_{t-}e^{-i(K_{x-}^{>\prime}-K_{x-}^>)R_{lx}}],$$

$$T_{2l}=e^{-i\vec{Q}_\parallel\vec{R}_{l\parallel}}\frac{1}{2}[A_{t+}^{*\prime}A_{t+}e^{-i(K_{x+}^{>\prime}-K_{x+}^>)R_{lx}}-A_{t-}^{*\prime}A_{t-}e^{-i(K_{x-}^{>\prime}-K_{x-}^>)R_{lx}}],$$

$$T_{3j}=-2\pi g\mu_{\text{Б}}\mu T_{1j},$$

$$T_{4j}=-\frac{1}{2}g\mu_{\text{Б}}\mu[\tau_{1j}+\tau_{2j}+\tau_{3j}+\tau_{4j}+\tau_{5j}+\tau_{6j}],$$

$$T_{5j}=-\frac{1}{2}g\mu_{\text{Б}}\mu[-(K_x^{<\prime}-K_x^<)\tau_{1j}-(K_x^{<\prime}+K_x^<)\tau_{2j}+(K_x^{<\prime}+K_x^<)\tau_{3j}+$$
$$+(K_x^{<\prime}-K_x^<)\tau_{4j}-(K_{x+}^{>\prime}-K_{x+}^>)\tau_{5j}-(K_{x-}^{>\prime}-K_{x-}^>)\tau_{6j}],$$

$$T_{6j}=\frac{1}{2}g\mu_{\text{Б}}\mu[(K_x^{<\prime}-K_x^<)^2\tau_{1j}+(K_x^{<\prime}+K_x^<)^2\tau_{2j}+(K_x^{<\prime}+K_x^<)^2\tau_{3j}+$$
$$+(K_x^{<\prime}-K_x^<)^2\tau_{4j}+(K_{x+}^{>\prime}-K_{x+}^>)^2\tau_{5j}+(K_{x-}^{>\prime}-K_{x-}^>)^2\tau_{6j}],$$

$$T_{7j}=\frac{1}{2}g\mu_{\text{Б}}\mu[(K_x^{<\prime}+K_x^<)\tau_{7j}-(K_x^{<\prime}-K_x^<)\tau_{8j}-(K_x^{<\prime}+K_x^<)\tau_{9j}+$$
$$+(K_{x+}^{>\prime}-K_{x+}^>)\tau_{5j}+(K_{x-}^{>\prime}-K_{x-}^>)\tau_{6j}],$$

$$T_{8j}=\frac{1}{2}g\mu_{\text{Б}}\mu[\tau_{5j}+\tau_{6j}+\tau_{7j}+\tau_{8j}+\tau_{9j}],$$

$$\tau_{1j} = \frac{2\pi e^{-i\vec{Q}_{\parallel}\vec{R}_{\parallel j}} e^{-Q_{\parallel} R_{xj}}}{Q_{\parallel}\,[Q_{\parallel} + i\,(K_x^{<} - K_x^{<'})]}, \quad \tau_{2j} = \frac{\pi\,(A_{r+} + A_{r-})\, e^{-i\vec{Q}_{\parallel}\vec{R}_{\parallel j}} e^{-Q_{\parallel} R_{xj}}}{Q_{\parallel}\,[Q_{\parallel} - i\,(K_x^{<} + K_x^{<'})]},$$

$$\tau_{3j} = \frac{\pi\,(A_{r+}^{*'} + A_{r-}^{*'})\, e^{-i\vec{Q}_{\parallel}\vec{R}_{\parallel j}} e^{-Q_{\parallel} R_{xj}}}{Q_{\parallel}\,[Q_{\parallel} + i\,(K_x^{<} + K_x^{<'})]},$$

$$\tau_{4j} = \frac{\pi\,(A_{r+}^{*'} A_{r+} + A_{r-}^{*'} A_{r-})\, e^{-i\vec{Q}_{\parallel}\vec{R}_{\parallel j}} e^{-Q_{\parallel} R_{\parallel j}}}{Q_{\parallel}\,[Q_{\parallel} - i(K_x^{<} - K_x^{<'})]},$$

$$\tau_{5j} = \frac{A_{l+}^{*'} A_{l+}\, \pi\, e^{-i\vec{Q}_{\parallel}\vec{R}_{\parallel j}} e^{-i\,(K_{x+}^{>'} - K_{x+}^{>}) R_{xj}}}{Q_{\parallel}\,[Q_{\parallel} - i\,(K_{x+}^{>'} - K_{x+}^{>})]},$$

$$\tau_{6j} = \frac{A_{l-}^{*'} A_{l-}\, \pi\, e^{-i\vec{Q}_{\parallel}\vec{R}_{\parallel j}} e^{-i(K_{x-}^{>'} - K_{x-}^{>}) R_{xj}}}{Q_{\parallel}\,[Q_{\parallel} - i\,(K_{x-}^{>'} - K_{x-}^{>})]},$$

$$\tau_{7j} = \frac{(A_{r+} - A_{r-})\, \pi\, e^{-i\vec{Q}_{\parallel}\vec{R}_{\parallel j}} e^{-Q_{\parallel} R_{xj}}}{Q_{\parallel}\,[Q_{\parallel} - i(K_x^{<} + K_x^{<'})]},$$

$$\tau_{8j} = \frac{(A_{r+}^{*'} A_{r+} - A_{r-}^{*'} A_{r-})\, \pi e^{-i\vec{Q}_{\parallel}\vec{R}_{\parallel j}} e^{-Q_{\parallel} R_{xj}}}{Q_{\parallel}\,[Q_{\parallel} + i(K_x^{<'} - K_x^{<})]},$$

$$\tau_{9j} = \frac{(A_{r+}^{*'} - A_{r-}^{*'})\, \pi\, e^{-i\vec{Q}_{\parallel}\vec{R}_{\parallel j}} e^{-Q_{\parallel} R_{xj}}}{Q_{\parallel}\,[Q_{\parallel} + i\,(K_x^{<'} + K_x^{<})]}.$$

Из (6) видно, что эффективное сечение неупругого рассеяния поляризованных нейтронов на ферромагнетике при учете преломления и зеркального отражения содержит корреляционные функции спинов ядер и электронных спинов узлов решетки.

В случае полного отражения нейтронов от поверхности ферромагнетика $e^{iK_{x\pm}^{>} R_{xj}} = e^{iK_x^{<} n_{\pm} R_{xj}} \to e^{-K_x^{<} \beta R_{xj}}$, где $\beta = \mathrm{Im}\, n_{\pm}$ — мнимая часть показателя преломления. Так как $\mu < 0$, величина $\beta > 0$ только в случае параллельной ориентации спина нейтрона и спина ядра. Если выберем $K_x^{<} \sim 10^8$ см$^{-1}$, $-\mu(B + H_{\text{эф}}^{\text{яд}}) \sim 10^{-19}$ эрг, то критический угол полного отражения $\theta_k \lesssim 10^{-4}$ рад. Можем выбрать $\theta < \theta_k$ так, чтобы $\beta \sim 10^{-1}$. Тогда для глубины затухания нейтронов в кристалле получаем оценку $l = \frac{1}{K_x^{<}\beta} \sim 10^{-7}$см. Следовательно, при полном отражении волновая функция нейтронов очень быстро затухает в тонком слое кристалла.

Учитывая, что спины падающего нейтрона и ядра направлены по направлению оси z, в случае полного отражения получаем эффективное сечение поверхностного неупругого рассеяния нейтронов в виде:

$$\frac{d^2\sigma}{d\Omega dE_{k'}} = \frac{m^2}{(2\pi)^3\hbar^5} \frac{K'}{K} \int_{-\infty}^{\infty} dt e^{\frac{i}{\hbar}(E_{k'} - E_k)t} \Big\{ \sum_{ll'} [2A_l^* A_{l'} \overset{*}{t}_{1l} t_{1l'} +$$

$$+ P_{oz} 2\mathrm{Re}\,(A_l^* A_{l'} \overset{*}{t}_{1l} t_{1l'}) + 2B_l^* B_{l'} \overset{*}{t}_{1l} t_{1l'} \langle (J_{lx}(0) - \langle J_{lx}(0)\rangle)(J_{l'x}(t) -$$

$$- \langle J_{l'x}(t)\rangle)\rangle] + \sum_{jj'} [(2\overset{*}{t}_{3j} t_{3j'} - Q_y^2 2\mathrm{Re}(\overset{*}{t}_{3j} t_{4j'}) + 2\mathrm{Re}\,(\overset{*}{t}_{3j} t_{6j'}) + Q_y^2 Q_{\parallel}^2 \overset{*}{t}_{4j} t_{4j'} +$$

$$+ Q_{\parallel}^2 \overset{*}{t}_{5j} t_{5j'} + Q_y^2 \overset{*}{t}_{5j} t_{5j'} + \overset{*}{t}_{6j} t_{6j'} + Q_z^2 \overset{*}{t}_{7j} t_{7j'} + Q_z^2 Q_y^2 \overset{*}{t}_{8j} t_{8j'}) +$$

$$+ P_{oz} (- Q_y^3 2\mathrm{Im}\,(\overset{*}{t}_{4j} t_{6j'}) - Q_z^2 Q_y^2 2\mathrm{Re}(\overset{*}{t}_{4j} t_{8j'}) + Q_y 2\mathrm{Im}\,(\overset{*}{t}_{5j} t_{6j'}) +$$

$$+ Q_z^2 2\mathrm{Re}\,(\overset{*}{t}_{5j} t_{7j'}))] \langle (S_{jx}(0) - \langle S_{jx}(0)\rangle)(S_{j'x}(t) - \langle S_{j'x}(t)\rangle)\rangle \Big\}, \quad (7)$$

где $t_{1l} = t_{2l} = \frac{1}{2} A_{l+}^{*\prime} A_{l+} e^{-i\underline{Q}_{\parallel} \underline{R}_{l\parallel}} e^{-(K_x^{<\prime} \beta' + K_x^{<} \beta) R_{lx}}$, $t_{3j} = -2\pi g \mu_Б \mu t_{1j}$, t_{4j}, t_{5j}, t_{6j}, t_{7j}, t_{8j} получаем из T_{4j}, T_{5j}, T_{6j}, T_{7j}, T_{8j} соответственно, если положить $A_{r-} = A_{t-} = 0$.

Важно отметить, что, так как функции $e^{-2(K_x^{<\prime} \beta + K_x^{<} \beta) R_{lx}}$ и $e^{-2Q_{\parallel} R_{jx}} = e^{-2|K_{\parallel}' - K_{\parallel}| R_{jx}}$ быстро затухают, эффективное сечение поверхностного рассеяния нейтронов в случае полного отражения зависит только от корреляционной функции спинов поверхностных ядер и корреляционной функции электронных спинов узлов на поверхности кристалла.

Автор выражает глубокую благодарность профессору В. Г. Барышевскому за постановку задачи и полезные обсуждения работы.

Список литературы

1. Mazur P. and Mills D. L. // Physical review. 1982. V. 26. № 9. P. 5175.
2. Барышевский В. Г. Ядерная оптика поляризованных сред. Минск, 1976.
3. Давыдов А. С. Квантовая механика. М., 1973.

Поступила в редакцию 16.03.87.

УДК 519.24

В. А. ГАЙСЁНОК, Г. Г. КРЫЛОВ

НОВЫЙ МЕТОД ТОЧНОГО ОБРАЩЕНИЯ УРАВНЕНИЯ СВЕРТКИ

Обработка результатов кинетических измерений, как правило, требует решения уравнения свертки следующего вида:

$$g(t) = \int_0^t f(t-\tau) h(\tau) d\tau, \qquad (1)$$

где $g(t)$ — выходной сигнал; $f(t)$ — искомый входной сигнал; $h(t)$ — функция отклика прибора; пределы интегрирования определяются условиями причинной связи входного и выходного сигналов. Задача отыскания $f(t)$ относится к некорректным задачам математической физики, что связано с неустойчивостью решения относительно малых вариаций входных данных задачи [1]. С физической точки зрения неустойчивость решения понятна, если отметить, что уравнение (1) описывает фактически линейную фильтрацию входного сигнала некоторым прибором с заданной функцией отклика. Тогда для входных сигналов, совпадающих в частотной полосе пропускания фильтра и сильно различающихся вне полосы пропускания, выходные сигналы будут практически одинаковыми. При попытке восстановить входной сигнал могут поэтому получаться сильно различающиеся решения при любом уровне шума в исходных данных.

Для получения приемлемого решения (1) необходимо привлекать дополнительную информацию: заранее сузить класс возможных решений, так чтобы в рамках рассматриваемого класса задача становилась устойчивой к малым вариациям исходных данных. Такое сужение можно проводить различными способами, что соответствует различным выборам процедуры регуляризации (см. [1]), вводимой для решения широкого круга некорректных задач. В приложениях для обращения уравнения свертки использовались методы преобразования Фурье [2—6] и Лапласа [7—9], разложения в ряд [10], сплайн-аппроксимации [11], явной регуляризации с последующим варьированием [12], итерационные [13] и некоторые другие [14, 15].

Многообразие применяемых методов обусловлено недостатками, присущими отдельным методам. Так, при явной регуляризации трудным моментом является априорный выбор параметра регуляризации, с помощью которого выбирается нужный класс функций, особенно если заранее о поведении искомого решения сказать что-либо трудно. Методы решения