$$\sigma_j = \begin{cases} -\Delta_j/\delta_j, & \text{если } \Delta_j\delta_j < 0; \\ 0, & \text{если } \Delta_j = 0,\ \delta_j < 0; \\ \infty & \text{в остальных случаях, } j \in J_{\text{н}}. \end{cases} \tag{5}$$

Шаг 10. Построим новые векторы $\bar{u}(I) = u(I) + \sigma\delta(I)$, $\bar{\Delta}(J) = \Delta(J) + \sigma\delta(J)$ и перейдем к шагу 15.

Шаг 11. Вычислим начальную скорость вдоль направления δ:

$$\alpha_0 = \begin{cases} \varkappa_{j_0}, & \text{если } \theta = \theta_{j_0}; \\ b_{i_0} - A(i_0, J)\varkappa, & \text{если } \theta = \theta_{i_0}, \text{ где } \varkappa = x + l. \end{cases}$$

Шаг 12. Подсчитаем числа σ_i, $i \in I_{\text{оп}}$, и σ_j, $j \in J_{\text{н}}$, по формулам (4)—(5) и все конечные из них упорядочим по возрастанию $\sigma_{\bar{j}_1} \leqslant \sigma_{\bar{j}_2} \leqslant \ldots \leqslant \sigma_{\bar{j}_r}$, $r \leqslant n$.

Шаг 13. Если $\delta_{\bar{j}_k} \geqslant 0$, $\bar{j}_k \in (I_{\text{оп}}, J_{\text{н}})$, то вычислим

$$\Delta\alpha_k = \begin{cases} \delta_{\bar{j}_k}\varkappa_{\bar{j}_k}, & \text{если } \bar{j}_k \in J_{\text{н}}; \\ \delta_{\bar{j}_k}(A(\bar{j}_k, J)\varkappa - b_{\bar{j}_k}), & \text{если } \bar{j}_k \in I_{\text{оп}}. \end{cases}$$

Если тогда $\alpha_0 + \sum_{i=1}^{p} \Delta\alpha_i \geqslant 0$, то положим $\sigma = \sigma_{\bar{j}_p} = \sigma_{\bar{j}_*}$ и перейдем к шагу 10.

Шаг 14. Если $\delta_{\bar{j}_k} < 0$, $\bar{j}_k \in (I_{\text{оп}}, J_{\text{н}})$, то положим $\sigma = \sigma_{\bar{j}_k} = \sigma_{\bar{j}_*}$ и перейдем к шагу 10.

Шаг 15. Заменим опору $K_{\text{оп}}$ на $\bar{K}_{\text{оп}} = \{\bar{I}_{\text{оп}}, \bar{J}_{\text{оп}}\}$, где

1) $\bar{I}_{\text{оп}} = I_{\text{оп}}$, $\bar{J}_{\text{оп}} = (J_{\text{оп}} \setminus j_0) \cup \bar{j}_*$, если $\theta = \theta_{j_0}$, $\bar{j}_* \in J_{\text{н}}$;

2) $\bar{I}_{\text{оп}} = I_{\text{оп}} \setminus \bar{j}_*$, $\bar{J}_{\text{оп}} = J_{\text{оп}} \setminus j_0$, если $\theta = \theta_{j_0}$, $\bar{j}_* \in I_{\text{оп}}$;

3) $\bar{I}_{\text{оп}} = I_{\text{оп}} \cup i_0$, $\bar{J}_{\text{оп}} = J_{\text{оп}} \cup \bar{j}_*$, если $\theta = \theta_{i_0}$, $\bar{j}_* \in J_{\text{н}}$;

4) $\bar{I}_{\text{оп}} = (I_{\text{оп}} \setminus \bar{j}_*) \cup i_0$, $\bar{J}_{\text{оп}} = J_{\text{оп}}$, если $\theta = \theta_{i_0}$, $\bar{j}_* \in I_{\text{оп}}$,

и перейдем к шагу 2.

Поступила в редакцию 20.11.86.

УДК 539.3

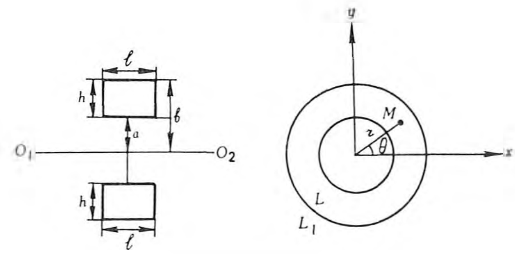
И. А. ЕГОРЕНКОВ, И. А. ПРУСОВ

ОБ ОДНОМ МЕТОДЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ УПРУГИХ ХАРАКТЕРИСТИК АНИЗОТРОПНЫХ ШПАНГОУТОВ

Применяемые в современной технике шпангоуты во многих случаях в пределах допускаемой нагрузки можно рассматривать как упругое тело, обладающее цилиндрической анизотропией. Если внешняя нагрузка такая, что напряжениями σ_z, τ_{rz}, $\tau_{\theta z}$, отнесенными к цилиндрическим координатам r, θ, z (см. рисунок), можно пренебречь, для решения задач по определению НДС шпангоута необходимо знать его упругие характеристики [1]:

$$a_{11} = 1/E_r,\ a_{22} = 1/E_\theta,\ a_{12} = -\nu_1/E_\theta = -\nu_2/E_r. \tag{1}$$

Наиболее достоверную информацию о значениях величин (1) можно получить путем экспериментов со сплошным шпангоутом. В нашей работе выведены три уравнения, используя которые можно найти значения величин a_{ij} по данным эксперимента для радиальных смещений точек на цилиндрических поверхностях шпангоута, подвергнутого равномерному растяжению или сжатию в радиальном направлении.



Сечения шпангоута

Растяжение шпангоута нормальным давлением на внутренней цилиндрической поверхности. Пусть L и L_1 — концентричные окружности с радиусами a и b ($a<b$). Его сечение диаметральной плоскостью — прямоугольник $h\times l$ (см. рисунок). Предположим, что на цилиндрических поверхностях

$$\sigma_r=-q=\text{const на } L,\ \sigma_r=0 \text{ на } L_1. \tag{2}$$

Применяя формулы [1, 2]:

$\sigma_r=M(b/r)^{1-\gamma}-N(b/r)^{1+\gamma}$, $\sigma_\theta=\gamma[M(b/r)^{1-\gamma}+N(b/r)^{1+\gamma}]$, где M и N — произвольные постоянные; $\gamma=\sqrt{a_{11}/a_{22}}=\sqrt{E_\theta/E_r}$, с учетом условий (2) найдем:

$$\sigma_r=[(b/r)^{1-\gamma}-(b/r)^{1+\gamma}]q/\lambda(\lambda^\gamma-\lambda^{-\gamma}),\quad \sigma_\theta=[(b/r)^{1-\gamma}+(b/r)^{1+\gamma}]q\gamma/\lambda(\lambda^\gamma-\lambda^{-\gamma}).$$

Зная σ_r и σ_θ, значения радиальных смещений u_r любой точки шпангоута найдем по формуле $u_r=r(a_{12}\sigma_r+a_{22}\sigma_\theta)$. В частности, для точек на контурах L и L_1 найдем

$$u_q=a(-a_{12}+\varepsilon_1 a_{22})\,q,\ u_q^{(1)}=a\varepsilon_2 a_{22}\,q, \tag{3}$$

где $\varepsilon_1=\gamma(\lambda^\gamma+\lambda^{-\gamma})/\lambda^\gamma-\lambda^{-\gamma}$; $\varepsilon_2=2\gamma/\lambda^\gamma-\lambda^{-\gamma}$; u_q и $u_q^{(1)}$ — значения u_r на L и L_1.

Сжатие шпангоута нормальным давлением на внешней цилиндрической поверхности шпангоута. Предположим теперь, что $\sigma_r=0$ на L, $\sigma_r=-p=\text{const}$ на L_1. Поступая, как выше, получаем $\sigma_r=[\lambda^{-\gamma}(b/r)^{1+\gamma}-\lambda^\gamma(b/r)^{1-\gamma}]p/\lambda^\gamma-\lambda^{-\gamma}$, $\sigma_\theta=[\lambda^{-\gamma}(b/r)^{1+\gamma}+\lambda^\gamma(b/r)^{1-\gamma}]\gamma p/\lambda^\gamma-\lambda^{-\gamma}$. Следовательно, радиальные смещения на L и L_1 определяются выражениями:

$$u_p=-b\varepsilon_2 a_{22}\,p,\ u_p^{(1)}=-b(a_{12}+\varepsilon_1 a_{22})\,p. \tag{4}$$

Из четырех уравнений (3), (4) независимыми будут только три:

$$\varepsilon_1 a_{22}-a_{12}=b_1,\ \ \varepsilon_1 a_{22}+a_{12}=-b_2,\ \ \varepsilon_2 a_{22}=b_3, \tag{5}$$

где $b_1=\dfrac{u_q}{aq}$, $b_2=\dfrac{|u_p^{(1)}|}{bp}$, $b_3=\dfrac{u_q^{(1)}}{aq}$ — величины, найденные путем эксперимента. Считая их известными, найдем $a_{12}=-(b_1+b_2)/2$. Используя затем первое и третье из уравнений (5), получаем: $\lambda^\gamma+\lambda^{-\gamma}=2m$, $m=(b_1-b_2)/2$. Согласно этому уравнению, $\lambda^\gamma=m+\sqrt{m^2-1}$, $\gamma=\ln(m+\sqrt{m^2-1})/\ln\lambda$.

По найденному γ можно найти ε_2, затем a_{11} и a_{22} найдем из уравнений: $a_{11}/a_{22}=\gamma^2$, $\varepsilon_2 a_{22}=b_3$.

Поскольку нахождение радиальных смещений для указанной нагрузки не вызывает технических трудностей, используя полученные формулы, можно определить характеристики материала шпангоута a_{ij}, не прибегая к испытаниям его элементов.

Список литературы

1. Лехницкий С. Г. Теория упругости анизотропного тела. М., 1977.
2. Прусов И. А. Термоупругие анизотропные пластинки. Минск, 1978.

Поступила в редакцию 21.01.87.