Замечание 1. Уравнение (1) может иметь и различные сдвиги h_1 и h_2; необходимо лишь, чтобы существовало рациональное число p/q, $h_1 = h_2^{p/q}$, тогда размерность задачи (3) равна pq.

Замечание 2. Подобным способом можно решить уравнение (1) и в некоторых случаях переменных коэффициентов.

Список литературы

1. Зверович Э. И., Крушевский Е. А., Митюшев В. В. // Вестн. Белорусского ун-та. Сер. 1: Физ. Мат. Мех. 1986. № 1. С. 43.
2. Крушевский Е. А. Краевые задачи с разрывными коэффициентами для кольца // Редкол. ж. «Весці АН БССР. Сер. фіз.-мат. навук». Минск, 1986. 23с. Деп. в ВИНИТИ 11.04.86. № 2619-В86.
3. Митюшев В. В. О решении общей краевой задачи линейного сопряжения для нескольких концентрических окружностей / Редкол. ж. «Весці АН БССР. Сер. фіз.-мат. навук». Минск, 1983. 10 с. Деп. в ВИНИТИ 29.04.83. № 2279-83.

Поступила в редакцию 26.06.86.

УДК 517.948.32

Г. В. ГРИНКЕВИЧ

ДВУМЕРНОЕ ИНТЕГРАЛЬНОЕ УРАВНЕНИЕ С ФУНКЦИЕЙ САРАНА F_M В ЯДРЕ

Рассмотрим следующее двумерное интегральное уравнение Вольтерра первого рода:

$$\frac{1}{\Gamma(c_1)\,\Gamma(c_2)}\int\limits_0^x\int\limits_0^y (x-u)^{c_1-1}(y-v)^{c_2-1}\, F_M\Big(a_1,\ a_2,\ a_2,\ b_1,\ b_2,\ b_1;\ c_1,\ c_2,\ c_2;$$

$$\frac{v-y}{u+v},\ \frac{u-x}{u},\ \frac{u-x}{u+v}\Big)\, f(u,\ v)\,du dv = g(x,\ y); \qquad (1)$$

$\operatorname{Re} c_1$, $\operatorname{Re} c_2$, $\operatorname{Re}(a_2 - b_2)$, $\operatorname{Re}(b_1 - a_1 - a_2) > 0$; $0 \leqslant x \leqslant d < \infty$, $0 \leqslant y \leqslant d' < \infty$. Здесь $g(x,\ y)$ — заданная, $f(x,\ y)$ — искомая функции, а $F_M(a_1,\ a_2,\ a_2,\ b_1,\ b_2,\ b_1;\ c_1,\ c_2,\ c_2;\ x,\ y,\ z)$ — гипергеометрическая функция Сарана [1, 2]. Функцию $f(x,\ y)$ будем искать в классе функций, для которых $(x+y)^q x^r f(x,\ y) \in L = L((0,\ d)\times(0,\ d'))$. В дальнейшем этот класс обозначим $R_{q,r}$. Через $I_{x,\ y}^{\nu,\ \nu'}$ обозначим оператор двумерного дробного интегродифференцирования [3, 4], а через $I_{x,\ y}^{\nu,\ \nu'}(P)$ — образ некоторого пространства функций P после действия оператором $I_{x,\ y}^{\nu,\ \nu'}$.

Для следующего уравнения

$$\int\limits_0^x\int\limits_0^y \frac{(x-u)^{\gamma-1}}{\Gamma(\gamma)}\,\frac{(y-v)^{\gamma'-1}}{\Gamma(\gamma')}\left(\frac{u+v}{x+y}\right)^{\alpha}\left(\frac{u}{x}\right)^{\beta}\mu(x,\ y,\ u,\ v)\, f(u,\ v)\,du dv =$$

$$= g(x,\ y); \qquad (2)$$

$\operatorname{Re}\gamma$, $\operatorname{Re}\gamma' > 0$, $x \in [0,\ d]$, $y \in [0,\ d']$, $0 < d,\ d' < \infty$, справедлива

Теорема 1. Если функция $\mu(x,\ y,\ u,\ v)$ дифференцируема n раз по x и n' раз по y, где $n = [\operatorname{Re}\gamma] + 1$, $n' = [\operatorname{Re}\gamma'] + 1$, и все эти смешанные производные ограничены, а $\mu(x,\ y,\ x,\ y) \neq 0$, то уравнение (2) тогда и только тогда имеет решение $f(x,\ y) \in R_{q,r}$, $q < \min(0,\ \operatorname{Re}\alpha)$, $r < \min(0,\ \operatorname{Re}\beta)$, когда $g(x,\ y) \in I_{x,\ y}^{\gamma,\ \gamma'}(R_{q,r})$. Причем решение это единственно.

Уравнение (1) является частным случаем более общего уравнения (2), при $\gamma = c_1$, $\gamma' = c_2$, $\alpha = b_1$, $\beta = b_2$ и $\mu(x,\ y,\ u,\ v) = F_M\Big(c_1 - a_1,$

$c_2 - a_2, c_2 - a_2, b_1, b_2, b_1; c_1, c_2, c_2; \frac{y-v}{x+y}, \frac{x-u}{x}, \frac{x-u}{x+y}\Big)$, поэтому для него имеет место

Теорема 2. Интегральное уравнение (1) тогда и только тогда имеет решение $f(x, y) \in R_{q,r}$, $q < \min(0, \operatorname{Re} b_1)$, $r < \min(0, \operatorname{Re} b_2)$, когда $g(x, y) \in I_{x,y}^{c_1, c_2}(R_{q,r})$. При этом решение единственно.

Вид решения уравнения (1) определяется теоремой

Теорема 3. Если $\operatorname{Re} a_1$, $\operatorname{Re} a_2 > 0$ и $g(x, y) \in I_{x,y}^{c_1, c_2}(R_{q,r})$, где q и r удовлетворяют условиям теоремы 2, то уравнение (1) обращается по следующей формуле:

$$f(x, y) = x^{-b_2}(x+y)^{-b_1} I_{x,y}^{-a_1, -a_2} x^{b_2}(x+y)^{b_1} I_{x,y}^{a_1-c_1, a_2-c_2} g(x, y). \quad (3)$$

Список литературы

1. Exton H. Multiple Hypergeometric Functions and Applications.— Chichester: Ellis Horwood Ltd, 1976.
2. Karlsson W. // Math. Scand. 1974. V. 34. P. 243.
3. Mourya D. P. // Proc. Indian Acad. Sci. 1970. A72. N 4. P. 173.
4. Raina R. K. // Indian J. Pure and Appl. Math. 1984. V. 15. N 5. P. 510.

Поступила в редакцию 02.10.86.

УДК 519.633

Е. В. РАДКЕВИЧ

РАЗНОСТНАЯ СХЕМА ПЕРВОГО ПОРЯДКА АППРОКСИМАЦИИ РЕШЕНИЯ СИСТЕМЫ МНОГОМЕРНЫХ УРАВНЕНИЙ БЮРГЕРСА

В статье предлагаются разностные схемы с расширенной областью устойчивости. Построено и исследовано первое дифференциальное приближение.

В области $Q = (G \cup \Gamma) \times [0 \leqslant t \leqslant T]$, $G(0 < x_n < l_n)$, $n = \overline{1, p}$, Γ — граница области G, рассмотрим следующую граничную задачу для уравнений Бюргерса:

$$\frac{\partial u_n}{\partial t} + \sum_{k=1}^{p} u_k \frac{\partial u_n}{\partial x_k} = \mu \sum_{k=1}^{p} \frac{\partial^2 u_n}{\partial x_k^2}, \quad n = \overline{1, p}, \quad \mu > 0,$$
$$u_n(x, 0) = \varphi_n(x), \quad u_n|_\Gamma = 0, \quad x = (x_1, \ldots, x_p). \quad (1)$$

На сетке $\omega_{h\tau}^{\alpha}$, $\alpha = (\alpha_1, \ldots, \alpha_p)$, $h = (h_1, \ldots, h_p)$, $\tau = \frac{h_k}{\alpha_k}$ предлагается разностная схема (приняты обозначения из [1, 2]):

$$\tau^{-1}\Big(\hat{y}_n - \frac{1}{p}\sum_{k=1}^{p} y_{n,\, i_k - s_k}\Big) + \sum_{k=1}^{p}\big(\sigma_{1,k}(\hat{y}_k^{+} \hat{y}_{n,\, \bar{x}_k,\, i_k} +$$
$$+ \hat{y}_k^{-} \hat{y}_{n,\, x_k,\, i_k}) + (1-\sigma_{1,k})(y_k^{+} y_{n,\, \bar{x}_k,\, i_k - s_k} + y_k^{-} y_{n,\, x_k,\, i_k - s_k})\big) =$$
$$= \mu \sum_{k=1}^{p} \big(\sigma_{2,k} \hat{y}_{n,\, \bar{x}_k x_k,\, i_k} + (1-\sigma_{2,k})\, y_{n,\, x_k,\, x_k,\, i_k - s_k}\big), \quad (2)$$

где $y_{n,\, i_k - s_k} = y_{n,\, i_1, \ldots, i_k - s_k, \ldots, i_p}$, $s_k = \operatorname{sign} y_k$, $y_k^{\pm} = (y_k - 1/ps_k\alpha_k \pm |y_k - 1/ps_k\alpha_k|)/2$.

Теорема. Если $\sigma_{1,k} = 0$, $\sigma_{2,k} = 1$ и выполняется условие $\alpha_k \geqslant 0{,}5pu_{k\,\max}$, то разностная схема (2) устойчива и справедливо неравен-