



УДК 530.12

А. В. ОСТАПЕНКО

О РЕЛЯТИВИСТСКОМ ФЕРМИОН-АНТИФЕРМИОННОМ УРАВНЕНИИ СО СКАЛЯРНЫМ ЛИНЕЙНЫМ ПОТЕНЦИАЛОМ

Проблема невылетания кварков в настоящее время является одной из важнейших в физике адронов. В этой связи все более актуальным становится рассмотрение двухчастичных релятивистских уравнений с запирающим потенциалом. Настоящая работа посвящена исследованию фермион-антифермионного уравнения типа Бете — Солпитера со скалярным линейным потенциалом и проблеме запираения кварков.

В работах [1—3] произведена редукция релятивистского фермион-антифермионного уравнения типа Бете — Солпитера для произвольного центрально-симметричного потенциала. Точное решение полученной в [2] системы радиальных уравнений для случая скалярного потенциала кулоновского типа дано в [4]. Дальнейшим естественным шагом является исследование радиальных уравнений для случая, когда потенциал содержит линейный член.

Будем исходить из уравнения, полученного в [4],

$$\left[\frac{d^2}{dr^2} - \frac{J(J+1)}{r^2} + \omega^2 \right] \Phi(r) = 0, \quad (1)$$

где

$$\omega^2 = \frac{1}{4E^2} [E^2 - (m_1 + m_2 + 2V(r))^2] [E^2 - (m_1 - m_2)^2]; \quad (2)$$

J — полный спин системы связанных кварка и антикварка; m_1 и m_2 — массы составляющих кварков; E — энергия связанной системы.

При линейном потенциале

$$V(r) = C + \beta r \quad (3)$$

уравнение (1) в общем случае не имеет аналитического решения. Использование квазиклассического приближения (ВКБ) позволяет записать решение уравнения через громоздкие выражения, содержащие эллиптические интегралы. Однако в частном случае $J = 0$ уравнение (1) с линейным потенциалом имеет точное аналитическое решение, позволяющее получить полезную физическую информацию.

Итак, положим в (1) $J = 0$ и возьмем $V(r)$ в виде (3). Тогда вместо (1), получим:

$$\left[\frac{d^2}{dr^2} - v^2 \left(\frac{M}{2} + \beta r \right)^2 + \sigma^2 \right] \Phi(r) = 0, \quad (4)$$

где $\sigma^2 = \frac{1}{4}(E^2 - m^2)$; $M = m_1 + m_2$, $m = m_1 - m_2$; $v^2 = (E^2 + m^2)/E^2$.

(Мы опустили константу C , так как она входит только в сумму $M/2 + C$ и может быть устранена заменой $M/2 + C \rightarrow M'/2$, что приводит лишь к сдвигу по M .)

Вводя новую переменную

$$x = (M/2 + \beta r)^2/\beta \quad (5)$$

и представив функцию $\Phi(r)$ в виде

$$\Phi(r) = \exp(-x/2)v(x), \quad (6)$$

из (4) легко получить следующее уравнение относительно функции

$$xv''(x) + \left(\frac{1}{2} - x\right)v'(x) - \left(\frac{1}{4} - \frac{\sigma^2}{4v\beta}\right)v(x) = 0. \quad (7)$$

Это известное уравнение Куммера. Его решение записывается через вырожденные гипергеометрические функции в виде

$$v(x) = C_1 F_1\left(\frac{1}{4} - \frac{\sigma^2}{4v\beta}, \frac{1}{4}, x\right) + C_2 F_2\left(\frac{3}{4} - \frac{\sigma^2}{4v\beta}, \frac{3}{2}, x\right)x^{1/2}. \quad (8)$$

Из (6) и (8) следует, что условие конечности функции $\Phi(r)$ при $r \rightarrow \infty$ приводит к следующему ограничению на аргументы функций F_1 и F_2 :

$$\frac{1}{4} - \frac{\sigma^2}{4v\beta} = -n_r', \quad n_r' = 0, 1, 2, \dots; \quad (9)$$

$$\frac{3}{4} - \frac{\sigma^2}{4v\beta} = -n_r'', \quad n_r'' = 0, 1, 2, \dots \quad (10)$$

Разрешая (9) и (10) относительно E , можно найти формулы для дискретного энергетического спектра решений уравнения (4) в виде:

$$E_{1;2} = (m + \sqrt{m^2 + 16(n_r' + 1; 3)^2 \beta^2})^{1/2}. \quad (11)$$

Объединяя формулы (11) в одну, для случая равных масс ($m_1 = m_2 = \mu$) получим

$$E = 2\sqrt{\beta(2n_r + 1)}, \quad n_r = 0, 1, 2, \dots \quad (12)$$

Формулу (12) можно получить также путем исследования квазиклассического решения уравнения (4) для равных масс.

Условие ВКБ-квантования для (4) имеет вид:

$$\int_{r_1}^{r_2} p(r) dr = \pi\left(n + \frac{1}{2}\right), \quad (13)$$

где

$$p(r) = \sqrt{\sigma^2 - (\mu + \beta r)^2}, \quad (14)$$

r_1 и r_2 — две классические точки поворота, являющиеся действительными решениями уравнения:

$$\sigma^2 - (\mu + \beta r)^2 = 0. \quad (15)$$

Из (15) имеем:

$$r_1 = (E - 2\mu)/(2\beta), \quad r_2 = -(E + 2\mu)/(2\beta). \quad (16)$$

Теперь легко получить:

$$\int_{r_1}^{r_2} p(r) dr = \frac{E^2 \pi}{8\beta}. \quad (17)$$

Сравнивая (17) с (13), получаем формулу (12).

Требование положительности r налагает, как следует из (16), на E условие $|E| > 2\mu$. Отметим, что полученные результаты справедливы при условии применимости квазиклассического приближения:

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{2}{\sqrt{E^2 - 4x}} \right) \ll 1. \quad (18)$$

Как показано в [4], в случае притягивающего кулоновского потенциала дискретный спектр энергий лежит в интервале $(0, 2\mu)$. В рассматриваемом нами случае отталкивающего линейного потенциала — в интервале $(2\mu, \infty)$. Отметим, что в области, где потенциал (3) существует, т. е. при больших r , выполняется условие $E \gg 2\mu$, что находится в согласии с условием (18).

В [5, 6] отмечено, что уравнение Клейна — Гордона с линейным потенциалом приводит к эффекту просачивания частиц через потенциальный барьер, т. е. к отсутствию запираания кварков. В рассматриваемом нами уравнении (4) этого не происходит. Действительно, коэффициент прохождения в ВКБ-приближении для нашего случая имеет вид:

$$T = \exp\left(-\frac{E^2\pi}{8\mu}\right). \quad (19)$$

Коэффициент прохождения не зависит от масс составляющих частиц и связан только с энергией и постоянной взаимодействия. При условии применимости квазиклассического приближения, т. е. при $E \gg 2\mu$, очевидно, что T стремится к нулю, т. е. при переходе от $r = 0$ к $r = \infty$ не происходит просачивания кварков через потенциальный барьер. Следовательно, линейный потенциал в области применимости ВКБ-приближения приводит к запираанию составляющих частиц.

Итак, показано, что для составной фермион-антифермионной системы равных масс с полным спином $J = 0$ наличие скалярного линейного потенциала приводит к дискретному спектру энергий в области $(2\mu, \infty)$, в которой имеет место эффект запираания кварков.

Список литературы

1. Krolikowski W., Rzewuski J. // Nuovo Cimento. 1956. V. 4. P. 975.
2. Fischer J., Limic N., Niederle J., Rachca R. // Nuovo Cimento. 1968. V. 55A. P. 33.
3. Krolikowski W., Rzewuski J. // Acta Phys. Pol. 1975. B 7, 487.
4. Богущ А. А., Остапенко А. В., Толкачев Е. А. // Ядерная физика. 1980. Т. 31. С. 188.
5. Kang J. S., Schnitzer H. J. // Phys. Rev. 1975. V. D12. P. 841.
6. Ram B. // Lett. Nuovo Cimento. 1978. V. 23. P. 321.

Поступила в редакцию 23.06.86.

УДК 535.012.2+621.373.038.824

Л. И. БУРОВ, И. И. ГАНЧЕРЕНКО

ВЛИЯНИЕ ПОЛЯРИЗАЦИИ И ГЕОМЕТРИИ НАКАЧКИ НА ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ЛАЗЕРА НА КРАСИТЕЛЕ С АНИЗОТРОПНЫМ РЕЗОНАТОРОМ

При накачке поляризованным излучением активная среда лазера на красителе становится анизотропной. Это оказывает существенное влияние на энергетические, спектральные и временные характеристики генерируемого излучения [1]. Однако в [1] рассмотрен лишь частный вариант продольной накачки линейно поляризованным излучением в пренебрежении вращательной релаксацией молекул, что соответствует сильно-вязкому растворителю в случае лазеров на красителях. Настоящая работа посвящена исследованию влияния поляризации и геометрии накачки на энергетические параметры жидкостного ОКГ в произвольном случае.

В качестве энергетической характеристики лазера будем рассматривать разность коэффициентов усиления и потерь ϵ . Для ее нахождения воспользуемся матричным методом. Как и в [1], матрицы будем записывать в прямоугольной системе координат, определяемой главными направлениями полного поляризатора, расположенного в резонаторе лазера. Тогда изменение амплитуды линейно поляризованной волны после полного обхода резонатора находится из равенства [1]

$$\begin{pmatrix} E_{\parallel} \\ E_{\perp} \end{pmatrix} = R_1 R_2 P(1, 0) \{ \kappa(-\varphi) \hat{L} \kappa(\varphi) \}^2 P(1, 0) \begin{pmatrix} E_{\parallel 0} \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (1)$$

где $E_{\alpha 0}$ и E_{α} — амплитуды волн в начале и после обхода резонатора