к изменению амплитуд $\Delta\omega'_{2\nu}$ и $\Delta\omega'_{2\nu-1}$ частотного спектра принимаемого сигнала. При несущей частоте, соответствующей выполнению соотношения (12), и расстройке частоты Ω на величину $\mu = (\Omega' - \Omega) L/v$ при $|\mu| \ll \pi$ $(2\nu - 1)$-я гармоника запишется так:

$$\omega'_{2\nu-1}(t, \mu) = \frac{1}{\alpha L} \Delta\omega_{2\nu-1} \left[\sin \Omega_{2\nu-1} t + \mu \frac{1}{\alpha L} \cos \Omega_{2\nu-1} t \right]. \quad (13)$$

Тогда для параметра модуляции $(2\nu - 1)$-й гармоники

$$H_{2\nu-1}(\mu) = \frac{\omega'_{2\nu-1_{\max}}(t, \mu) - \omega'_{2\nu-1_{\min}}(t, \mu)}{\Delta\omega'_{2\nu-1}}$$

из (13) можно получить: $H_{2\nu-1}(\mu) = \frac{2|\mu|}{\alpha L}$, откуда видно, что производная $dH_{2\nu-1}(\mu)/d\mu$ терпит разрыв в точке $\mu = 0$. Это говорит о резком изменении параметра модуляции $H_{2\nu-1}(\mu)$ при расстройке периода модуляции от его значения, удовлетворяющего (5). Указанное обстоятельство можно использовать для прецизионного измерения при выполнении (5) периода качания T частоты, а значит, и определения скорости распространения волн в среде $v = 2L/T(q \pm 1/2)$.

Отметим также, что полученные соотношения могут найти применение для определения коэффициента поглощения волн (что следует из формулы (12)). Кроме того, их можно использовать для контроля настройки акустического интерферометра. Задавая периодическое качание частоты входного напряжения в соответствии с условием (5) и измеряя отношение амплитуд $\Delta\omega'_k/\Delta\omega_k$, можно судить о качестве настройки и в случае необходимости корректировать ее, добиваясь выполнения соотношений $\Delta\omega'_{2\nu}/\Delta\omega_{2\nu} = 1$ и $\Delta\omega'_{2\nu-1}/\Delta\omega_{2\nu-1} = \text{const}$ для всех ν.

Список литературы

1. Крылович В. И., Рубанов Ан. С. // ИФЖ. 1985. Т. 49. С. 654.
2. Крылович В. И., Логвинович П. Н., Рубанов Ан. С. // Весці АН БССР. Сер. фіз.-тэхн. навук. 1979. № 3. С. 100.
3. Харкевич А. А. Спектры и анализ. М., 1962.

Поступила в редакцию 15.09.86.

УДК 512.93 : 681.325.63.35

Н. Н. ТАРАСЕВИЧ

МИНОРИТАРНАЯ ФУНКЦИЯ — ФУНКЦИЯ КОНТРОЛЯ ОШИБОК В МАЖОРИТАРНО РЕЗЕРВИРОВАННЫХ СИСТЕМАХ

Одним из наиболее эффективных методов структурного резервирования [1, 2] является мажоритарный, предложенный Дж. фон Нейманом [3]. Для улучшения показателей долговечности мажоритарно резервированных систем используют контроль ошибок с последующим восстановлением неисправных блоков. Вопросам контроля ошибок в системах различного назначения посвящена обширная литература. Наиболее полно контроль ошибок в мажоритарно резервированных системах исследован в работе [4], где решена задача синтеза контролирующих автоматов в базисе ИЛИ-НЕ для трехканальной системы. В названии класса изобретений H03K 19/23 [5] содержится определение мажоритарного элемента как элемента, сигнал на выходе которого соответствует сигналу на большинстве его входов. По-видимому, по аналогии с определением мажоритарного элемента там же дано определение миноритарного элемента как элемента, сигнал на выходе которого соответствует сигналу на меньшинстве его входов. Однако из определения не ясно, какой сигнал должен быть на выходе миноритарного элемента, когда сигналы одновременно отсутствуют или присутствуют на всех его входах. Не ясно также практическое использование миноритарного элемента. Цель настоящей работы — обоснование определения миноритарной функции как функции контроля ошибок в мажоритарно резервированных системах.

В настоящее время известны и широко используются пороговые элементы (ПЭ), реализующие пороговую функцию (ПФ):

$$F_{\Pi}(x_1, x_2, \ldots, x_n) = \begin{cases} 1, & \sum\limits_i a_i x_i \geqslant h, \\ 0, & \sum\limits_i a_i x_i < h, \end{cases} \tag{1}$$

где $x_i \in 0, 1$ — значение сигнала на i-м входе ПЭ; a_i — весовой коэффициент i-го входа; h — порог; n — число входов ПЭ (число аргументов ПФ) [1]. Мажоритарной будем называть функцию (1), для которой порог h выбирается следующим образом:

$$n \text{ четно} \rightarrow h = \frac{n}{2} + 1, \; n \text{ нечетно} \rightarrow h = \frac{n+1}{2}. \tag{2}$$

Доопределим (1) следующим образом:

$$F_{\Pi}(x_1, x_2, \ldots, x_n) = \begin{cases} 1, & n \geqslant \sum\limits_i x_i \geqslant h, \\ 0, & 0 \leqslant \sum\limits_i x_i < h, \end{cases} \tag{3}$$

полагая $a_i = 1$ (значение a_i для дальнейших рассуждений несущественно). Функция (3) определена на 2^n наборах аргументов, в том числе и на нулевом, где $F_{\Pi}(0, 0, \ldots, 0) = 0$. Ее свойства, назначение и область применения изучены и достаточно подробно описаны в литературе, например, [6].

В (1), (3) и других логических выражениях значения аргументов (0 или 1) обычно считаются равноправными, т. е. в математических операциях и нуль, и единица имеют равную значимость. Однако логические функции с равноправными аргументами не являются достаточно точной моделью элементов.

При техническом описании работы элементов, устройств пользуются соглашениями положительной и отрицательной логики. При этом сигналом считают либо 1, либо 0. Другое состояние входов и выходов элементов соответствует отсутствию сигнала. В дальнейших рассуждениях будем иметь в виду соглашение положительной логики. Для описания элементов, спроектированных в соответствии с указанным соглашением, введем понятия истинное (единица 1) и ложное или исходное (не единица 1) значение аргумента функции. Элемент «работает» (реализует заданную функцию), когда хотя бы на одном из его входов есть сигнал. При отсутствии входных сигналов элемент находится в исходном состоянии. Следовательно, соответствующая математическая функция, описывающая «работу» реального элемента, не должна определяться на нулевом наборе аргументов, так как здесь элемент не «работает», т. е. областью определения такой функции должно быть $(2^n - 1)$ наборов аргументов, каждый из которых содержит хотя бы один истинный аргумент. Такой подход приводит к отождествлению понятий сигнал и истинный аргумент функции и, следовательно, к соответствию математического и технического описания элемента. Учитывая сказанное, запишем (3) в виде

$$F_M^1(x_1, x_2, \ldots, x_n) = \begin{cases} 1, & n^1 \geqslant \sum\limits_i x_i \geqslant h, \\ \bar{1}, & \sum\limits_i x_i < h, \end{cases} \tag{4}$$

где единица в обозначении $F_M^1(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ указывает истинное значение аргументов, n^1 обозначает n единиц (для определенности все рассуждения проведем для мажоритарного элемента и мажоритарной функции). Выражение (4) читаем так: мажоритарная функция — это такая логическая функция, определенная на всех наборах аргументов, кроме нулевого, которая принимает значение 1, когда большинство ее аргументов истинно, и значение $\bar{1}$, когда истинно меньшинство ее аргументов. Функция (4) описывает реальный мажоритарный элемент при соглашении положительной логики, если порог h выбирается в соответствии с (2).

Мажоритарный элемент, как известно, предназначен для исправления ошибок в резервированной системе. Для обнаружения ошибок необходим элемент контроля. Функцию, описывающую его работу, найдем, применив к (4) закон исключения третьего (что не истинно, то ложно). Получим

$$F_m^1(x_1, x_2, \ldots, x_n) = \begin{cases} \bar{1}, & n^1 \geqslant \sum\limits_i x_i \geqslant h, \\ 1, & \sum\limits_i x_i < h. \end{cases} \tag{5}$$

Сравнивая (4) и (5), видим, что для записи функции, описывающей работу устройства контроля, достаточно было в (4) поменять местами 1 и $\bar{1}$. Если же считать, что логические функции определены на всех 2^n наборах и их аргументы равноправны, то закон исключения третьего не применим. Применив его к (3), видим, что на нулевом наборе аргументов, где $\sum\limits_i x_i = 0$, полученная таким образом функция должна принять значение единицы, т. е. из отсутствия сигналов должен сформироваться сигнал.

Функция (5) является допороговой. Если порог h выбран в соответствии с (2), то выражение (5) определяет миноритарную функцию.

Определение. Миноритарная функция — это такая логическая функция, определенная на всех наборах аргументов, кроме нулевого, которая принимает значение 1 (0), когда меньшинство ее аргументов истинны, и значение $\overline{1}\,(\overline{0})$, когда большинство ее аргументов истинны.

Таблица 1

Номер набора	x_1	x_2	x_3	F_M^1	F_m^1
1	—	—	—	—	—
2	—	—	1	—	1
3	—	1	—	—	1
4	—	1	1	1	—
5	1	—	—	—	1
6	1	—	1	1	—
7	1	1	—	1	—
8	1	1	1	1	—

Таблица

Номер набора	y_1	y_2	y_3	F_M^0	F_m^0
1	0	0	0	0	—
2	0	0	—	0	—
3	0	—	0	0	—
4	0	—	—	—	0
5	—	0	0	0	—
6	—	0	—	—	0
7	—	—	0	—	0
8	—	—	—	—	—

Соглашения положительной и отрицательной логики обратимы. Сравним табл. 1 и 2, являющиеся таблицами истинности мажоритарной и миноритарной функций. Прочерк в таблицах означает отсутствие сигнала, y_i — аргументы функций для соглашения отрицательной логики, нуль в обозначениях F_M^0 и F_m^0 указывает истинное значение аргумента. Если в табл. 2 нуль заменить на единицу, то после циклической перестановки строк получим табл. 1.

Из табл. 1 видим, что наборы 4, 6, 7, на которых $F_M^1 = 1$, неполные: в каждом из них один сигнал отсутствует. Такие ситуации в мажоритарно резервированной системе указывают на наличие отказа, как и ложный сигнал в наборах 2, 3, 5. Отказ (сбой) типа «отсутствие сигнала» в рамках соглашения положительной логики обнаружить невозможно. Это можно сделать в рамках соглашения отрицательной логики, как видно из табл. 2, причем функция контроля отсутствия сигнала идентична функции контроля наличия ложного сигнала (5) с точностью до типа сигнала. Здесь сигналом является нуль (например, для определенности, низкий уровень напряжения в ТТЛ-логике). Функцию контроля ложных сигналов для соглашения отрицательной логики F_m^0 (миноритарную) запишем в виде

$$F_m^0(y_1, y_2, \ldots, y_n) = \begin{cases} \bar{0}, & n^0 > \sum\limits_i y_i \geqslant h, \\ 0, & \sum\limits_i y_i < h. \end{cases} \qquad (6)$$

Для включения элемента, реализующего функцию контроля (6), в систему, построенную в соответствии с соглашением положительной логики, необходимо согласовать эти соглашения. Согласование осуществляется с помощью инвертора — элемента, который имеет один вход и один выход, превращает отсутствие сигнала в сигнал (или наоборот) и предназначен для перехода от соглашения положительной логики к соглашению отрицательной логики и обратно.

Алгоритм перехода следующий: 1) $n^0 \to n^1$; 2) $0 \to \bar{1}$, $\bar{0} \to 1$; 3) $y_i \to x_i$; 4) исключается равенство $n^0 = \sum\limits_i y_i$ (исходное состояние системы).

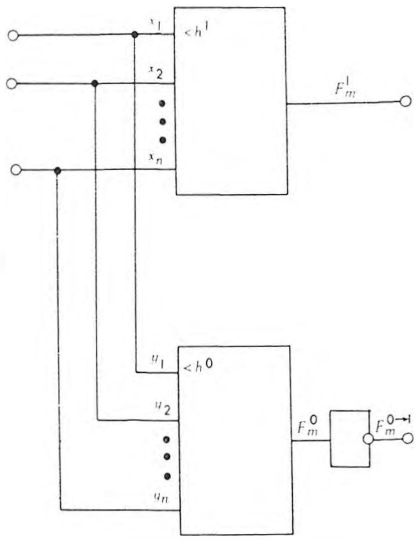
Функция (6), преобразованная в соответствии с указанным алгоритмом, имеет вид

$$F_m^{0\to 1}(x_1, x_2, \ldots, x_n) = \begin{cases} 1, & n^1 > \sum\limits_i x_i \geqslant h, \\ \bar{1}, & \sum\limits_i x_i < h, \end{cases} \qquad (7)$$

где $F_m^{0\to 1}$ обозначает, что функция реализована в соглашении отрицательной логики и приведена к соглашению положительной логики.

Полученные выражения (5) и (7) иллюстрируются схемой (см. рисунок), где $<h^1$ — миноритарный элемент, для которого сигнал — единица; $<h^0$ — миноритарный элемент, для которого сигнал — нуль. Элемент, реализующий (5), обнаруживает ложные сигналы, а устройство, реализующее (7),— ложные пропадания сигналов.

Использованный в работе подход позволяет строго обосновать определение миноритарной функции как функции меньшинства. При этом миноритарный элемент может быть определен как элемент, сигнал на выходе которого появляется при наличии сигналов на меньшинстве входов. Если сигнал единица, то единица на его выходе должна появиться при наличии единиц на меньшем, чем установленный порог, числе входов, а если сигнал нуль, то нуль на выходе появляется при наличии нулей на меньшем, чем установленный порог, числе входов. Соответ-



Устройство для контроля ошибок в мажоритарно резервированной системе

ственно миноритарная функция принимает истинное значение нуль, если меньшинство ее аргументов имеют истинное значение нуль, и истинное значение единица, если меньшинство ее аргументов имеют истинное значение единица.

В заключение отметим следующее. Если нет сигналов ни на одном из входов элемента, то и на его выходе сигнала быть не может, иначе это не элемент, а устройство, состоящее из нескольких (минимум из двух) элементов, по крайней мере, один из которых обязательно инвертор. Элемент, имеющий один вход и один выход, может только передать сигнал со входа на выход (если этот элемент рассматривать в рамках только одного соглашения), т. е. повторить, а элемент, имеющий несколько входов, может сформировать сигнал на своем выходе только при наличии сигнала хотя бы на одном из входов.

Выводы

1. Логические функции, определенные на $(2^n - 1)$ наборах аргументов (за исключением нулевого, когда истинный аргумент функции единица, и единичного, когда истинный аргумент нуль) являются более точной моделью логических элементов, чем функции, определенные на всех 2^n возможных наборах аргументов.

2. n-й набор аргументов логической функции соответствует исходному состоянию логического элемента. Любой элемент имеет исходное состояние: если нет сигналов на входах, то нет сигнала и на выходе.

3. Задачу контроля ошибок в резервированных системах можно решать, применяя закон исключения третьего к основной задаче.

4. Применение закона исключения третьего к пороговым функциям позволяет определить класс допороговых функций, одной из которых является миноритарная.

5. Миноритарная функция — это функция меньшинства, функция контроля ошибок (отказов) в мажоритарно резервированных системах.

Список литературы

1. Пакулов Н. И., Уханов В. Ф., Чернышов П. Н. Мажоритарный принцип построения надежных узлов и устройств ЦВМ. М., 1974.
2. Веригин В. Н. Раздельное резервирование как метод повышения надежности ЦВМ. М., 1967.
3. Нейман Дж. // Автоматы. М., 1956. С. 68.
4. Доманицкий С. М. Построение надежных логических устройств. М., 1971.
5. МКИ[4] Н03К 19/23. Четвертая редакция. М., 1985.
6. Вавилов Е. Н., Егоров Б. М., Ланцев В. С., Тоценко В. Г. Синтез схем на пороговых элементах. М., 1970.

Поступила в редакцию 23.06.86.