МОДЕЛЬ ОПТИМАЛЬНОГО ПЛАНИРОВАНИЯ РАБОТ ПО ПРОВЕРКЕ И РЕМОНТУ ГРУЗОВЫХ КОНТЕЙНЕРОВ

М. Н. Лукашевич, М. Я. Ковалев

Белорусский государственный университет, г. Минск;
mikhail.n.lukashevich@gmail.com;
науч. рук. – М. Я. Ковалев, д-р физ.-мат. наук, проф.

Рассматривается следующая задача. Грузовые контейнеры разных типов, прибывающие в порт, необходимо осмотреть и, возможно, отремонтировать для дальнейшего удовлетворения ежедневного спроса пользователей. Контейнеры прибывают на площадку 0, а осматриваются и ремонтируются на этой и F других площадках. Осмотр и ремонт любого контейнера производиться в один и тот же день. Требуется найти план распределения контейнеров по площадкам и их осмотра и ремонта во времени такой, чтобы спрос был выполнен и суммарная стоимость осмотра, ремонта, перевозки и хранения контейнеров была минимальна. Приводится формулировка задачи оптимального планирования работ по проверке и ремонту грузовых контейнеров и ее сведение к задаче математического программирования.

***Ключевые слова*:** оптимальное планирование, грузовые контейнеры, линейное программирование, управление запасами, минимум совокупных издержек.

ФОРМУЛИРОВКА ЗАДАЧИ

Входные параметры: $j = 1, \dots, n$ – типы контейнеров; $f = 0, 1, \dots, F$ – площадки; $t = 0, 1, \dots, T$ – дни горизонта планирования; $q = 0, 1, \dots, Q + 1$ – уровни качества в порядке ухудшения ($q = 0$ – идеальное состояние, $q = Q + 1$ – качество для утилизации); k_{jt} – количество контейнеров типа j, прибывающих на площадку 0 в начале периода времени t; u_{jt} – запас неиспектированных контейнеров типа j на площадке f в начале дня 1; g_{jf} – запас контейнеров типа j и уровня качества 0 на площадке f в начале дня 1; d_{jt} – спрос на контейнеры типа j и уровня качества 0, который должен быть удовлетворен к концу дня t; m – верхняя граница на число контейнеров любого типа, которые могут быть перемещены с площадки 0 на все другие площадки в один и тот же день; $\frac{p_{jq}}{100}$ – вероятность того, что уровень качества любого неинспектированного контейнера типа j равен q, $\sum_{q=0}^{Q+1} p_{jq} = 100$; s_j – количество человеко-часов, необходимых для проверки одного контейнера типа j на любой площадке; V_f – верхняя граница человеко-часов, доступных для проверки контейнеров на площадке f в любой день; r_{jq} – количество человеко-часов, необходимых для ремонта одного контейнера типа j и уровня качества $q \neq Q + 1$ на любой площадке; U_f – верхняя граница человеко-часов, доступных для ремонта контейнеров на площадке f в любой день; W_f – вместимость площадки f, т.е. количество контейнеров всех типов, которые могут одновременно хранится на f при переходе между двумя любыми соседними днями; $c_j^{(i)}$– стоимость осмотра одного контейнера типа j любого уровня качества на любой площадке; $c_{jq}^{(r)}$ – стоимость ремонта одного контейнера типа j и уровня качества q на любой площадке; $c_j^{(r)} = \frac{\sum_{q=0}^{Q} c_{jq}^{(r)} p_{jq}}{100}$ – ожидаемая стоимость ремонта одного контейнера типа j любого уровня качества, кроме уровня качества $Q+1$, на любой площадке; $c_f^{(tra)}$– стоимость перевозки одного контейнера любого типа с площадки 0 на площадку $f \geq 1$; $c_f^{(hol)}$– стоимость хранения одного контейнера любого типа на площадке f при переходе между двумя любыми соседними днями.

Задача минимизации суммарной стоимости осмотра, ремонта, перевозки и хранения контейнеров, при условии выполнения спроса, может быть сформулирована следующим образом. Введем переменную $x_{j,f,t,f',t',\cdot}$, которая представляет количество контейнеров типа j, перемещенных с площадки f на площадку f' при переходе с дня t на день $t' \in \{t, t+1\}$. Символ $\cdot \in \{-, \circ, \bullet, \times, {}^{*}\}$ характеризует неинспектированные и неотремонтированные контейнеры ($\cdot = -$), контейнеры уровня качества 0 ($\cdot = \circ$), отремонтированные контейнеры ($\cdot = \bullet$), контейнеры, перемещаемые с площадки $f = 0$ на площадку $f' \geq 1$ ($\cdot = \times$) и контейнеры для утилизации ($\cdot = {}^{*}$). Массив переменных $x_{j,f,t,f',t',\cdot}$ обозначим через x.

ФОРМАЛЬНАЯ ПОСТАНОВКА

$$\min_{n} \sum_{j=1}^{n} \Big(Hol_j(x) + IR_j(x) + Tra_j(x) \Big),$$

где

$$Hol_j(x) = \sum_{t=1}^{T} \sum_{f=1}^{F} c_f^{(hol)} \Big(x_{j((f,t),(f,t+1),-)} + x_{j((f,t),(f,t+1),\circ)} + x_{j((f,t),(f,t+1),\bullet)} \Big)$$

общая стоимость хранения контейнеров типа j на всех площадках,

$$IR_j(x) = \big(c_j^{(i)} + c_j^{(r)}\big) \sum_{t=1}^{T} \sum_{f=1}^{F} x_{j((f,t),(F+1,t),\bullet)} + c_j^{(i)} \sum_{t=1}^{T} \sum_{f=1}^{F} x_{j((f,t),(F+1,t),\blacklozenge)}$$

общая стоимость осмотра и ремонта контейнеров типа j, и

$$Tra_j(x) = \sum_{t=1}^{T}\sum_{f=1}^{F} c_f^{(tra)} \sum_{t=1}^{T}\sum_{f=1}^{F} x_{j((0,t),(F+1,t),\times)}$$

общая стоимость перевозки контейнеров типа j, при следующих ограничениях:

$$x_{j((-1,t),(0,t),-)} = k_{jt}, j = 1, \dots, n, t = 1, \dots T, \qquad (1)$$

$$x_{j((f,0),(f,1),\circ)} = g_{jf}, j = 1, \dots, n, f = 0,1, \dots F, \qquad (2)$$

$$x_{j((f,0),(f,1),-)} = u_{jf}, j = 1, \dots, n, f = 0,1, \dots F, \qquad (3)$$

$$x_{j((f,t),(F+1,t),\blacklozenge)} = \frac{p_{j,Q+1}}{100}\left(x_{j((f,t),(F+1,t),\blacklozenge)} + x_{j((f,t),(F+1,t),\bullet)}\right),$$
$$f = 0,1, \dots F, t = 1, \dots T, \qquad (4)$$

$$x_{j((0,t),(f,t),\times)} + x_{j((f,t-1),(f,t),-)} = x_{j((f,t),(f,t+1),\bullet)} + x_{j((f,t),(f,t+1),-)} + x_{j((f,t),(F+1,t),\bullet)} + x_{j((f,t),(F+1,t),\blacklozenge)}, f = 0,1, \dots F, t = 1, \dots T, (5) \qquad (5)$$

$$x_{j((f,t-1),(f,1),\circ)} + x_{j((f,t-1),(f,1),\bullet)} + x_{j((f,t),(f,t+1),\circ)} + x_{j((f,t),(F+1,t),\circ)} = u_{jf}, f = 0,1, \dots F, t = 1, \dots T, \qquad (6)$$

$$\sum_{f=0}^{F}\left(x_{j((f,t-1),(f,t),\circ)} + x_{j((f,t),(F+1,t),\bullet)}\right) = d_{jt}, j = 1, \dots, n, t = 1, \dots T, \qquad (7)$$

$$\sum_{j=1}^{n}\sum_{f=1}^{F} x_{j((0,t),(F+1,t),\times)} \le m, f = 0,1, \dots F, t = 1, \dots T, \qquad (8)$$

$$\sum_{j=1}^{n} s_j\left(x_{j((f,t),(F+1,t),\bullet)} + x_{j((f,t),(F+1,t),\blacklozenge)}\right) \le V_f, f = 0,1, \dots F, t = 1, \dots T, \qquad (9)$$

$$\sum_{j=1}^{n} r_j\left(x_{j((f,t),(F+1,t),\bullet)}\right) \le V_f, f = 0,1, \dots F, t = 1, \dots T, \qquad (10)$$

$$\sum_{j=1}^{n} x_{j((f,t),(f,t+1),-)} + x_{j((f,t),(f,t+1),\circ)} + x_{j((f,t),(f,t+1),\bullet)} \le W_f, f = 0,1, \dots F,$$
$$t = 1, \dots T, \qquad (11)$$

$$x \ge 0. \qquad (12)$$

Исследуемая задача может быть отнесена к классу многопродуктовых динамических задач управления запасами. Исследования таких задач были начаты Вагнером и Витином [8] и продолжены, среди прочих, Као [5], Чубановым и др. [2], Ли и др. [7], Кимом и Ли [6], Кан-гом и др. [4], Ву и др. [9], Кунхой и др. [3] и Алтендорфером [1]. Приведенная алгебраическая постановка задачи является задачей линейного программирования и для ее решения можно воспользоваться стандартным программным обеспечением.

Библиографические ссылки

1. Altendorfer, K. Effect of limited capacity on optimal planning parameters for a multiitem production system with setup times and advance demand information. International Journal of Production Research. 2019; 57(6): 1892-1913.
2. Chubanov, S., Kovalyov, M.Y., Pesch, E. A single-item economic lot-sizing problem with a non-uniform resource: Approximation. European Journal of Operational Research. 2008; 189(3): 877-889.
3. Cunha, J.O., Kramer, H.H., Melo, R.A., Effective matheuristics for the multi-item capacitated lot-sizing problem with remanufacturing. Computers and Operations Research. 2019; 104: 149-158.
4. Kang, Y., Albey, E., Uzsoy, R., Rounding heuristics for multiple product dynamic lot-sizing in the presence of queueing behavior. Computers and Operations Research. 2018; 100: 54-65.
5. Kao, E.P.C., A multi-product dynamic lot-size model with individual and joint set-up costs. Operations Research. 1979; 27(2): 279-289.
6. Kim, B.S., Lee, W.S., A multi-product dynamic inbound ordering and shipment scheduling problem at a third-party warehouse. International Journal of Industrial Engineering. 2013; 20(1-2): 36-46.
7. Li, W.Z., Tao, Y., Wang, F., An effective approach to multi-item capacitated dynamic lot-sizing problems. International Journal of Production Research. 2012; 50(19): 5348-5362.
8. Wagner, H.M.,Whitin, T.M., Dynamic version of the economic lot size model. Management Science. 1958; 5(1): 89-96.
9. Wu, T., Xiao, F., Zhang, C., He, Y., Liang, Z., The green capacitated multi-item lot sizing problem with parallel machines. Computers and Operations Research. 2018; 98: 148-164.