

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ
БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ФАКУЛЬТЕТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАТИКИ
Кафедра дискретной математики и алгоритмики

ЛУКЬЯНОВ Иван Денисович

**АЛГОРИТМЫ ПЛАНИРОВАНИЯ ПЕРЕХОДА
С ТРАДИЦИОННОГО ОБЩЕСТВЕННОГО ТРАНСПОРТА
НА ЭЛЕКТРОБУСЫ**

Магистерская диссертация

специальность 1-31 80 09 «Прикладная математика и информатика»

Научный руководитель:
доктор физико-математических наук,
профессор Ковалёв М.Я.

Допущена к защите

«___» _____ 2021 г.

Заведующий кафедрой дискретной математики и алгоритмики

_____ В.М. Котов

доктор физико-математических наук, профессор

Минск, 2021

ОГЛАВЛЕНИЕ

Общая характеристика работы.....	3
Введение.....	6
Глава 1 Описание общей модели и постановка задачи.....	8
1.1 Основные понятия и определения.....	8
1.2 Замечания по модели.....	10
1.3 Описание входных данных.....	11
1.3.1 Транспортная и электрическая сети.....	12
1.3.2 Зарядные станции.....	13
1.3.3 Электробусы.....	14
1.3.4 Маршруты.....	14
1.4 Описание выходных данных.....	16
1.5 Условия допустимости решения.....	19
1.6 Критерии оптимизации.....	20
Глава 2 Методы решения задачи оптимизации.....	22
2.1 Рандомизированные эвристики.....	22
2.1.1 Эвристика «без предпочтений».....	23
2.1.2 «Жадная» эвристика.....	27
2.2 Эвристика одиночного сброса маршрута.....	30
2.3 Сведение к задаче линейного программирования.....	32
2.3.1 Переменные в линейной модели.....	32
2.3.2 Критерии оптимизации в линейной модели.....	33
2.3.3 Условия допустимости решения в линейной модели.....	34
Глава 3 Программная реализация и тестирование.....	36
3.1 Подготовка входных данных для тестирования.....	36
3.1.1 Входные данные электробусов.....	36
3.1.2 Входные данные зарядных станций.....	37
3.1.3 Входные данные транспортной сети.....	38
3.1.4 Входные данные электрической сети.....	39
3.1.5 Входные данные маршрутов.....	40
3.1.6 Выходные данные.....	43
3.2 Детали программной реализации.....	44
3.3 Тестирование и сравнение методов решения.....	45
Заключение.....	48
Список использованных источников.....	49

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Магистерская диссертация, 50 страниц, 2 рисунка, 1 таблица, 33 формулы, 23 источника.

Ключевые слова: ЭЛЕКТРОБУСЫ, КАЛЕНДАРНОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ, МНОГОКРИТЕРИАЛЬНАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ, ЭВРИСТИЧЕСКИЕ АЛГОРИТМЫ, ЛИНЕЙНОЕ ПРОГРАММИРОВАНИЕ.

Объектом исследования являются методы планирования перевода общественного транспорта на электробусы.

Целью исследования является разработка алгоритмов решения задачи планирования перехода с традиционного общественного транспорта на электробусы.

Методами исследования являются наблюдение, анализ, вычислительный эксперимент, тестирование и сравнение.

В ходе работы была изучена и описана математическая модель городской транспортной сети, в рамках которой рассматриваются электробусы различных типов, сопутствующая им инфраструктура и сеть маршрутов общественного транспорта. Сформулирована задача оптимизации, в которой критерии оптимизации – положительный эффект, денежные расходы и энергозатраты.

Результатом работы являются методы решения задачи планирования перевода общественного транспорта на электробусы. Эти методы позволяют получить множество приемлемых решений задачи. Проведено тестирование на наборе данных, приближенных к реальным данным, и выполнено качественное сравнение результатов работы различных методов.

Областью применения является поиск оптимального назначения электробусов на заданный набор маршрутов, оптимизация городского общественного транспорта.

АГУЛЬНАЯ ХАРАКТЕРЫСТЫКА РАБОТЫ

Магістарская дысертация, 50 старонак, 2 малюнкi, 1 табліца, 33 формулы, 23 крыніцы.

Ключавыя словы: ЭЛЕКТРОБУСЫ, КАЛЯНДАРНАЕ ПЛАНАВАННЕ, ШМАТКРЫТЭРЫЙНАЯ АПТЫМІЗАЦЫЯ, ЭЎРЫСТЫЧНЫЯ АЛГАРЫТМЫ, ЛІНЕЙНАЕ ПРАГРАМАВАННЕ.

Аб’ектам даследавання з’яўляюцца метады планавання пераводу грамадскага транспарту на электробусы.

Мэтай даследавання з’яўляецца распрацоўка алгарытмаў развязку задачы планавання пераходу з традыцыйнага грамадскага транспарту на электробусы.

Метадамі даследавання з’яўляюцца назіранне, аналіз, вылічальны эксперымент, тэставанне і параўнанне.

Падчас працы была вывучана і апісана матэматычная мадэль гарадской транспартнай сеткі, у рамках якой разглядаюцца электробусы розных тыпаў, спадарожная інфраструктура і сетка маршрутаў грамадскага транспарту. Акрэслена заданне аптымізацыі, у якой крытэрыі аптымізацыі – станоўчы эффект, грашовыя выдаткі і энергазатраты.

Вынікам працы з’яўляюцца метады развязку задачы планавання пераводу грамадскага транспарту на электробусы. Гэтыя метады дазваляюць атрымаць мноства дапушчальных развязкаў задачы. Праведзена тэставанне на наборы дадзеных, набліжаных да рэальных дадзеных, і выканана якаснае параўнанне вынікаў працы розных метадаў.

Вобласцю ўжывання з’яўляецца пошук аптымальнага прызначэння электробусаў на зададзены набор маршрутаў, аптымізацыя гарадскога грамадскага транспарту.

ABSTRACT

Master's thesis, 50 pages, 2 figures, 1 table, 33 formulas, 23 references.

Keywords: ELECTRIC BUSES, SCHEDULING, MULTI-OBJECTIVE OPTIMIZATION, HEURISTIC ALGORITHMS, LINEAR PROGRAMMING.

The object of the research is methods of planning transfer of public transport to electric buses.

The objective of the study is to develop algorithms for solving the problem of planning conversion of conventional public transport into electric buses

The research methods are observation, analysis, computational experiment, testing, and comparison.

During the course of the research, a mathematical model of an urban transport network that considers different types of electric buses, supporting infrastructure, and a network of public transport routes was studied and described. An optimization problem that has a positive effect, total cost, and energy consumption as its optimization criteria was formulated.

The result is methods for solving the problem for planning conversion of conventional public transport into electric buses. These methods make it possible to obtain several feasible solutions to the problem. The methods were tested on a data set that is close to real data and their results were qualitatively compared against each other.

The scope is the search for an optimal assignment of electric buses for a given set of routes, the optimization of urban public transport.

ВВЕДЕНИЕ

В 2016 году в Беларуси впервые началось производство и внедрение электробусов — нового вида городского общественного транспорта. Электробусы являются автономными транспортными средствами общего пользования, способными накапливать электроэнергию в батареях на борту и использовать её для движения и питания оборудования электробуса.

Для работы электробусы не нуждаются в рельсах и контактной электросети, протянутой вдоль всей трассы маршрута. Электробусы не используют углеродное топливо для движения по маршруту, что позволяет сократить вредные выбросы в атмосферу. Электробусы приводятся в движение за счёт электрического заряда, накопленного на зарядных станциях. С учётом сказанного можно с уверенностью сказать, что электробус — это современный вид транспорта, превосходящий по манёвренности, экологичности и простоте в эксплуатации традиционные виды наземного общественного транспорта, такие как автобус, троллейбус и трамвай.

Перевод традиционного городского общественного транспорта на автономный электротранспорт позволит значительно улучшить экологию, сократить потребление электроэнергии и упростить обслуживание, в связи с чем задача планирования перехода на электробусы является особенно важной. В то же время, несмотря на выгоду от такого перехода в долгосрочной перспективе, транспортные реформы целесообразно проводить постепенно, учитывая расходы и нагрузку на производителей и эксплуатирующие организации [20].

При разработке плана внедрения электробусов в транспортную сеть используется общая математическая модель. Данная модель включает в себя такие объекты, как различные типы электробусов; зарядные станции, предназначенные для пополнения заряда батареи электробусов; транспортная сеть, состоящая из депо, конечных и промежуточных остановок и содержащая направленные связи между ними; электрическая сеть для питания зарядных станций; и, наконец, городские маршруты. Для нахождения оптимального плана решается многокритериальная задача глобальной оптимизации. К критериям оптимизации относятся капитальные и операционные расходы на электробусы и сопутствующую инфраструктуру, потребляемая электроэнергия и положительный социально-экологический эффект, выраженный в числовом эквиваленте.

Решение данной задачи оптимизации вызывает некоторые затруднения с точки зрения модели и вычислений. Поскольку интерес вызывают транспортные сети крупных городов, то размерность задачи может оказаться чрезвычайно велика. Кроме того, в реальных транспортных системах необходимо учесть многочисленные взаимосвязанные факторы, связи между которыми трудно формализуемы, такие как пассажиропоток, препятствия на дороге, стиль вождения, климатические и погодные условия и др. [15]. Для упрощения модели и методов решения задачи накладывается ряд ограничений и делаются замечания.

Сложности также возникают и при подготовке входных данных для тестирования методов решения. Например, такие данные, как пассажиропоток на маршрутах, капитальная и операционная стоимости электробусов и зарядных станций, объём используемого традиционным транспортом топлива, оценка вредных выбросов в атмосферу, энергозатраты на питание электробусов, расположение трансформаторов и др., отсутствуют в открытых источниках, либо же их точные значения найти крайне затруднительно. В связи с этим поиск точных решений задачи не представляется целесообразным. Вместо этого внимание уделяется разработке приближённых алгоритмов решения задачи, как рандомизированных, так и детерминированных, основанных на некоторых допущениях в модели.

Таким образом, целью исследования данной магистерской диссертации является разработка методов поиска приближённых решений задачи, возникающей при переводе традиционного общественного транспорта на электробусы.

Для достижения поставленной цели необходимо решить следующие задачи исследования:

- изучить и описать общую математическую модель исходной задачи оптимизации;
- рассмотреть некоторые алгоритмы решения задачи, формализовать их для удобной реализации и определить условия их применимости;
- подготовить тестовый набор псевдореальных входных данных для тестирования алгоритмов, основанный на данных города Минска;
- протестировать описанные методы решения на подготовленном наборе входных данных и выполнить качественное сравнение результатов работы алгоритмов.

ГЛАВА 1

ОПИСАНИЕ ОБЩЕЙ МОДЕЛИ И ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим задачу оптимизации, которая появляется при планировании перевода парка традиционных транспортных средств, таких как автобусы и троллейбусы, на электрический транспорт для определённого набора городских маршрутов. В данной главе введём основные понятия для объектов, используемых при формализации, а также главные характеристики этих объектов. Затем выделим критерии оптимизации и опишем ограничения, накладываемые на решения. При описании частично использованы обозначения из работы [12].

1.1 Основные понятия и определения

Электробус — единица электротранспорта, назначаемая на маршруты. В распоряжении имеется несколько различных типов электробусов. Каждый тип имеет следующие значимые характеристики:

- *пассажироместимость* — наибольшее количество пассажиров, которые могут быть перевезены одним электробусом данного типа в любой момент времени;
- множество типов *зарядных станций*, на которых заряжаются батареи электробусов на остановках и в депо. Зарядка допустима на этих и только на этих типах зарядных станций;
- множество *маршрутов* транспортной сети, на которых могут быть задействованы электробусы данного типа;
- *капитальная стоимость* одного электробуса, то есть одноразовые расходы на закупку и введение в эксплуатацию единицы транспорта;
- *операционная стоимость* одного электробуса за отчётный период времени, то есть расходы на эксплуатацию и техническое обслуживание единицы транспорта в течение фиксированного срока.

По каждому типу электробусов известно количество единиц электротранспорта, которые используются на маршрутах в данный момент, до интересующего нас периода. В качестве типов электробусов мы выбираем реальные модели электрических транспортных средств.

Зарядная станция — стационарное устройство, устанавливаемое в депо или на остановке. Наличие зарядных станций необходимо для эксплуатации электробусов. Некоторые стратегии зарядки батарей электробусов, подходящих для различных эксплуатационных условий и технических характеристик электротранспорта, описываются в работах [4], [9], [13], [23]. В данной магистерской диссертации рассматривается стратегия зарядки электробусов, применяемая к транспортной сети города Минска. Суть этой стратегии заключается в следующем: электробус, который посещает остановку с установленными на ней зарядными станциями подходящих типов, может зарядить батарею до максимального уровня независимо от текущего уровня заряда. В случае минской транспортной сети это происходит на конечных остановках маршрутов, а на полную зарядку батареи уходит от 6 до 10 минут в зависимости от типа электрического транспортного средства.

Существует несколько типов зарядных станций. Каждый тип описывается номинальной мощностью одной станции, а также множество депо и остановок, в которых допустима установка таких станций. Помимо этого, указываются также капитальная и операционная стоимости одной зарядной станции.

Трансформатор — устройство, предназначенное для питания зарядных станций электроэнергией из городской энергосети. Каждый трансформатор характеризуется множеством остановок, на которых зарядные станции могут быть подключены к этому трансформатору, и запасом мощности.

Электрическая сеть — граф потенциальных связей трансформаторов с остановками и депо. Эта сеть предназначена для питания зарядных станций электроэнергией, поступающей из городской сети. Вершины электрической сети — возможные местоположения трансформаторов, а рёбра означают возможность подключения того или иного трансформатора к какой-либо остановке. Каждое ребро имеет стоимость подключения остановки к трансформатору.

Транспортная сеть — ориентированный граф, в котором вершины — это депо и остановки, а дуги означают возможность проезда от одной остановки к другой. Способы формализации транспортной сети и маршрутов изучаются в работах [10], [11], [14], [22]. В данной работе мы полагаем, что электротранспорт является уличным, то есть движется по городским улицам, объединённым в единую сеть, а не по специальным выделенным полосам. Поэтому вершины и рёбра транспортной сети во многом зависят от планировки городских улиц.

Маршрут — элемент городской маршрутной сети. Электробусы перевозят пассажиров по одному из определённых маршрутов. Наиболее важными характеристиками маршрута являются следующие:

- *цикл маршрута* — последовательность остановок. Цикл начинается с отправления транспортного средства от конечной остановки маршрута и заканчивается повторным прибытием на эту же остановку в следующий раз;
- частоты появления электробусов различных типов на какой-либо остановке из цикла маршрута, а также верхние и нижние границы таких частот;
- текущее и наибольшее возможное количества электробусов допустимого типа на маршруте;
- наибольшее допустимое время зарядки батареи на зарядной станции;
- пассажиропоток в часы пик;
- приоритетность маршрута по отношению к другим маршрутам.

Интенсивность пассажиропотока одного цикла маршрута — реальная или планируемая вместимость всех транспортных средств, отправляющихся с какой-либо остановки маршрута, за единицу времени в наблюдаемый период.

Задача оптимизации заключается в нахождении количества электробусов каждого типа на каждый маршрут, в размещении зарядных станций каждого типа и подключения их к трансформаторам так, чтобы максимизировать положительный эффект от внедрения электробусов и минимизировать расходы. При этом должны быть удовлетворены ограничения, описываемые в разделе 1.5.

1.2 Замечания по модели

Сделаем несколько принципиальных замечаний по модели. Эти замечания позволят упростить модель и учесть специфику работы пассажирского транспорта в городах Беларуси.

1. Рассматривается движение электробусов в час пик, когда интенсивность пассажиропотока и энергозатраты максимальны. В менее нагруженные промежутки времени количество электробусов может быть уменьшено.

2. Единственным источником питания электробуса является бортовая батарея. Зарядка батареи выполняется только на зарядных станциях, расположенных в депо и на конечных остановках. Существуют и другие стратегии, рассматриваемые в работах [10] и [13]: например, зарядка на каждой остановке или зарядка в депо на весь рабочий день. В рамках данной диссертации ограничимся рассмотрением лишь одной стратегии, применяемой по состоянию на 2021 год в городе Минске.
3. Для упрощения период, для которого решается задача, фиксирует текущее состояние транспортной сети: новые маршруты не добавляются, а последовательности остановок старых не модифицируются.
4. Разрешается частичный перевод маршрута на электрический транспорт. Возможно совместное курсирование традиционных видов транспорта и электробусов на одном и том же маршруте.
5. Зарядные станции являются общими для всех электробусов, независимо от маршрута, типа станции и посещаемой остановки.
6. Каждый маршрут обслуживается только одним депо. Любое депо может обслуживать несколько маршрутов.
7. Время совершения полного цикла маршрута в часы пик, то есть проезда от одной конечной остановки маршрута до другой и обратно, принимается постоянной величиной, определённой заранее отдельно для каждого маршрута.
8. В час пик транспорт прибывает на остановку с постоянным интервалом, хотя на практике чаще всего это не так из-за пробок и расписания.

1.3 Описание входных данных

Здесь и далее будем обозначать прописными латинскими буквами множества (например C , NN , B_c) и переменные (например, FR_{rb} , NC_{je}), а строчными — численные данные и постоянные величины ($cvCap_b$, fr_{rb} и т. д.).

1.3.1 Транспортная и электрическая сети

Транспортная и электрическая сети задаются единым взвешенным ориентированным графом $G = (NN, AA, EE)$, где NN — множество вершин, AA — множество дуг (ориентированных рёбер) транспортной сети, EE — множество неориентированных рёбер электрической сети.

Множество $NN = N \sqcup T$ разбивается на два непересекающихся множества. Множество T есть множество вершин, в которых (и только в них) разрешается установка трансформаторов. Вершины множества T будем называть *трансформаторными*. Множество N состоит из вершин, в которых разрешается устанавливать зарядные станции. Вершины этого множества будем называть *остановками*; для упрощения депо также считается остановкой. Иными словами, N — это множество остановок и депо, являющихся вершинами в графе G .

В свою очередь множество $N = ND \sqcup NT \sqcup NE$ разбивается на множество вершин ND , в которых располагаются депо, множество NT конечных остановок и множество NE промежуточных остановок.

Обозначим через $NO \subseteq N$ подмножество остановок, на которых ранее была установлена хотя бы одна зарядная станция. Также через $NM \subseteq N$ будем обозначать множество остановок, на которых необходимо открыть зарядную станцию какого-либо типа, если через остановку проходит маршрут, на котором в найденном решении добавляются новые электробусы.

Каждая вершина $j \in N$ описывается следующими характеристиками:

- $m \leq |T|$, количество трансформаторов, которые необходимо подключить к остановке, чтобы подпитывать зарядные станции электроэнергией. Предполагается, что это число совпадает для всех остановок;
- $R_j \subseteq R$, множество маршрутов, проходящих через данную остановку;
- $TE_j \subseteq T$, множество трансформаторных вершин, к которым можно подключить данную остановку;
- nc_{jc} , количество зарядных станций типа $c \in C$, которые уже были установлены ранее на данной остановке;
- uc_{jc} , наибольшее количество зарядных станций типа $c \in C$, которые можно установить на данной остановке. Значение может быть равно «бесконечности», если количество станций не ограничено;
- ct_{jbc} , наибольшее время дозарядки одного электробуса типа $b \in B$ на зарядной станции типа $c \in C_b$, установленной на остановке $j \in N_c$.

Дуга $(i; j) \in AA$ соответствует направленному отрезку какого-либо маршрута от остановки $i \in N$ к остановке $j \in N$.

Обозначим через $TO \subseteq T$ подмножество трансформаторных вершин, в которых уже есть трансформаторы с ненулевым запасом мощности.

Каждая вершина $i \in T$ характеризуется следующими параметрами:

- o_i , запас мощности трансформатора для питания зарядных станций, подсоединённых к данной вершине;
- cb_i , стоимость установки трансформатора в данной вершине $i \in T \setminus TO$, если там его раньше не было.

Ребро $(i; j) \in EE$ означает, что к трансформатору в вершине $i \in T$ возможно подсоединить остановку $j \in N$. Каждому ребру $(i; j)$ соответствует стоимость подключения cl_{ij} остановки j к вершине i , причём стоимость сооружения трансформатора сюда не входит.

На рисунке 1 изображён пример графа G . Транспортная сеть состоит из двух депо D_1, D_2 , четырёх конечных остановок T_1, T_2, T_3, T_4 , пяти промежуточных остановок 1, 2, 3, 4, 5. Циклы трёх маршрутов: $R_1 = (D_1, T_1, 1, 2, T_2, 3, T_1, D_1)$, $R_2 = (D_2, T_3, 4, T_2, 2, T_3, D_2)$, $R_3 = (D_2, T_3, 2, 1, T_4, 5, T_3, D_2)$. К депо D_1 относится маршрут R_1 , к депо D_2 приписаны маршруты R_2, R_3 . Также имеются два трансформатора, и каждая остановка и депо могут быть связаны с ними.

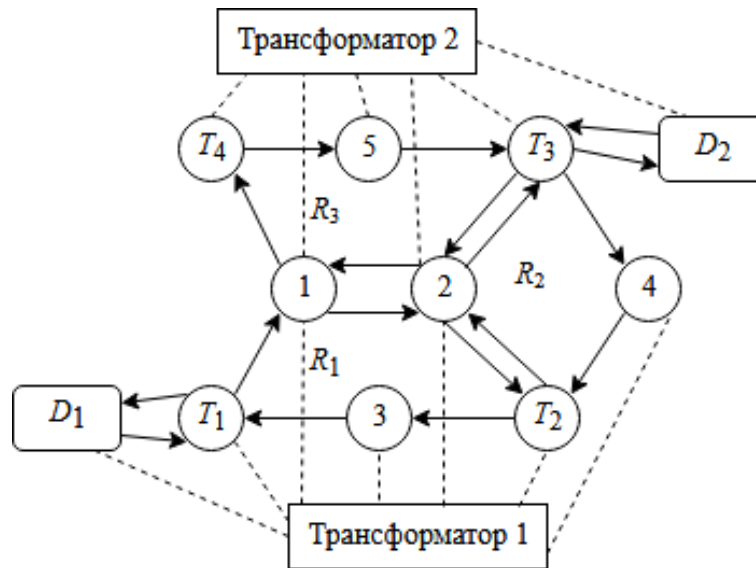


Рисунок 1 — Пример графа с транспортной и электрической сетями

1.3.2 Зарядные станции

Каждый тип зарядной станции $s \in C$ имеет следующие характеристики:

- po_s , номинальная мощность одной зарядной станции;

- $ssCap_c$, капитальные расходы на введение в эксплуатацию одной зарядной станции данного типа;
- $ssOpe_c$, операционные расходы на обслуживание одной зарядной станции за отчётный период (один календарный год);
- $N_c \subseteq N$, множество остановок, на которых разрешается установка зарядных станций данного типа;
- $B_c \subseteq B$, множество типов электробусов, заряжаемых от зарядных станций данного типа.

1.3.3 Электробусы

Каждый тип электробуса $b \in B$ описывается следующими параметрами:

- cap_b , пассажировместимость одного электробуса данного типа;
- $cvCap_b$, капитальные расходы на введение в эксплуатацию одного электробуса данного типа;
- $cvOpe_b$, операционные расходы на обслуживание одного электробуса данного типа за отчётный период (один календарный год);
- $C_b \subseteq C$, множество типов зарядных станций для зарядки батареи электробусов данного типа. Другие типы зарядных станций не подходят;
- $R_b \subseteq R$, множество маршрутов, на которых могут курсировать электробусы данного типа. На других маршрутах курсирование электробусов типа b не допускается.

1.3.4 Маршруты

Обозначим через R множество наличных маршрутов. Также положим $R_0 \subseteq R$ — множество маршрутов, на которых уже курсируют электробусы.

Запись $j \in r$ и $(i; j) \in r$ означает, что соответствующая остановка или дуга транспортной сети принадлежит маршруту $r \in R$.

Каждый маршрут $r \in R$ описан следующими характеристиками:

- $(j_0(r), j_1(r), \dots, j_{n(r)}(r))$, последовательность остановок маршрута. Здесь $j_0(r)$ — депо, к которому приписан маршрут; $j_1(r)$ — конечная остановка. Мы предполагаем, что в начале смены электробус выезжает из депо $j_0(r)$, затем посещает остановки $(j_1(r), \dots, j_{n(r)}(r))$ по циклу и возвращается с остановки $j_1(r)$ в депо $j_0(r)$ в конце смены;

- $B_r \subseteq B$, множество типов электробусов, разрешённые для назначения на данный маршрут;
- $ei_{r(i,j)bc}$, индикатор допустимости проезда. Равняется $ei_{r(i,j)bc} = 1$, если электробусы типа $b \in B_r$ могут проехать с остановки $i \in r \cap N_c$ на следующую остановку $j \in r$ маршрута r , зарядив батарею на остановке i от зарядной станции типа $c \in C_b$. Если одной зарядки батареи недостаточно, то $ei_{r(i,j)bc} = 0$. Индикатор допустимости проезда определяется с учётом дорожных условий между остановками i и j маршрута r , а также минимальной допустимой и рекомендуемой степени заряда батареи электробуса типа b ;
- fr_{rb} , частота появления электробусов типа $b \in B_r$ на каждой остановке на маршруте r за единицу времени. Если на маршруте r ранее не было электробусов, величина полагается равной 0;
- $lfr_{rb} \geq 0$, нижняя граница частоты появления электробусов типа $b \in B_r$ на каждой остановке на маршруте r за единицу времени. Может полагаться равной 0, если не нужно ограничивать частоту снизу;
- $ufr_{rb} \geq lfr_{rb}$, верхняя граница частоты появления электробуса типа $b \in B_r$ на каждой остановке на маршруте r за единицу времени. Может полагаться равной «бесконечности», если не нужно ограничивать частоту сверху;
- $tDepot_{rb}$, промежуток времени, во время которого в депо $j_0(r)$ отстает максимальное число электробусов типа $b \in B_r$. В частности, за этот промежуток мы можем принять время ночного отстоя всех электробусов типа b в депо;
- nv_{rb} , количество электробусов типа $b \in B_r$, ранее назначенных на маршрут r ;
- uv_{rb} , наибольшее допустимое количество электробусов типа $b \in B_r$ на маршруте r . Может полагаться равным «бесконечности», если количество электробусов не ограничено;
- d_r , верхняя граница времени обхода электробуса любого типа по одному циклу маршрута r ;
- dc_{rb} , верхняя граница времени зарядки батареи одного электробуса типа $b \in B_r$ после прохождения одного цикла маршрута;
- se_{rb} , общая стоимость электроэнергии, затраченной одним электробусом типа $b \in B_r$ при прохождении по маршруту r , за весь отчётный период (календарный год);

- $w_r \geq 0$, коэффициент предпочтения (важности) маршрута r . Может задаваться вручную и при необходимости определяться пассажиропотоком, близостью трассы маршрута к пересадкам на другие виды транспорта и иными способами. Предполагается, что чем больше коэффициент для маршрута r , тем более предпочтителен маршрут для перевода на электробусы;
- pas_r , интенсивность пассажиропотока, поддерживаемая на маршруте r как электробусами, так и традиционным транспортом вкуче;
- $co_r(Z)$, функция, оценивающая объём выбросов в атмосферу вредных веществ за отчётный период при перевозке Z пассажиров единицей традиционного транспорта, например автобусом;
- $fu_r(Z)$, функция, оценивающая объём потребления горючего топлива за отчётный период при перевозке Z пассажиров единицей традиционного транспорта, например автобусом;
- $v_r(Z)$, функция, оценивающая социально-экологический положительный эффект от (возможно, частичного) перевода маршрута r на электротранспорт. Пусть $Z_r \leq pas_r$ — наибольшее количество пассажиров, перевозимых электробусами на маршруте r . Тогда зададим данную функцию как линейную комбинацию количества перевезённых пассажиров Z_r и оценочных функций $co_r(Z_r)$ и $fu_r(Z_r)$, умноженную на коэффициент предпочтения маршрута:

$$v_r(Z_r) = w_r(\alpha_r Z_r + \beta_r co_r(Z_r) + \gamma_r fu_r(Z_r)),$$

где $\alpha_r, \beta_r, \gamma_r \geq 0$ и $\alpha_r + \beta_r + \gamma_r = 1$.

1.4 Описание выходных данных

Решение x исходной задачи задаётся следующими переменными:

- $FR_{rb} \geq 0$, частота появления новых электробусов типа $b \in B_r$ на маршруте $r \in R$. Если на маршрут r новые электробусы типа b не назначались, то $FR_{rb} = 0$;
- $NC_{jc} \in \{0, 1, 2, \dots\}$, количество новых зарядных станций типа $c \in C$, выбранных для установки на остановке $j \in N_c$;
- $L_j \subseteq TE_j$, множество трансформаторных вершин, к которым будет подключена остановка $j \in N \setminus NO$.

Эти переменные определяют следующие вспомогательные множества и величины, зависящие от решения x :

- $R_b(x) = \{r \in R_b : FR_{rb} > 0\}$, множество маршрутов хотя бы с одним назначенным электробусом типа $b \in B_r$;
- $R(x) = \cup_{b \in B} R_b(x)$, множество маршрутов хотя бы с одним назначенным электробусом любого типа;
- $N(x) = \{j \in N : \exists r \in R(x) j \in r\}$, множество остановок, через которые проходят маршруты с новыми электробусами в решении x ;
- $C(x) = \{c \in C : \exists j \in N(x) NC_{jc} > 0\}$, множество типов зарядных станций таких, что была установлена хотя бы одна новая станция этого типа на какой-либо остановке;
- $S_c(x) = \{j \in N_c : NC_{jc} > 0\}$, множество остановок, на которых открыты новые зарядные станции типа $c \in C$;
- $S(x) = \cup_{c \in C(x)} S_c(x)$, множество остановок, на которых открыты новые зарядные станции любого типа;
- $B_r(x) = \{b \in B_r : FR_{rb} > 0\}$, множество типов электробусов таких, что новые электробусы этого типа были назначены на маршрут $r \in R(x)$;
- $B(x) = \cup_{r \in R(x)} B_r(x)$, множество типов электробусов таких, что новые электробусы были назначены на какой-либо из маршрутов из $R(x)$;
- $SR_{rbc}(x)$, подпоследовательность цикла маршрута $r \in R(x)$, в которую входят только те остановки маршрута r , на которых открыта хотя бы одна зарядная станция типа $c \in C_b$ (ранее действовавшие или новые), при этом на маршрут назначены новые электробусы типа $b \in B(x)$. Если на маршруте r нет зарядных станций типа c и не назначено ни одного нового электробуса типа b , то $SR_{rbc}(x)$ считается пустым;
- $sr_{rbc}(x)$, количество дуг в $SR_{rbc}(x)$, соответствующих участкам цикла маршрута $r \in R(x)$ между зарядными станциями типа $c \in C_b$ при проезде электробуса типа $b \in B(x)$;
- $Z_r(x) = \sum_{b \in B_r(x)} cap_b FR_{rb}$, интенсивность пассажиропотока на маршруте $r \in R(x)$, обеспечиваемая новыми электробусами из решения x ;
- $V(x) = \sum_{r \in R(x)} v_r(Z_r(x))$, положительный социально-экологический эффект. Может оцениваться как взвешенная сумма $Z_r(x)$, $co_r(Z_r(x))$ и $fu_r(Z_r(x))$ с весовыми коэффициентами w_r для разных маршрутов;
- $NV_{rb} = \lceil d_r FR_{rb} \rceil$, количество новых добавленных электробусов типа $b \in B(x)$ на маршрут $r \in R(x)$ в решении x ;

- $FN_{jb} = \sum_{r \in R_j \cap R_b(x)} (fr_{rb} + FR_{rb})$, частота прибытия электробусов типа $b \in B(x)$, как старых, так и новых, на остановку $j \in (NT \cup NE) \cap N(x)$, не являющуюся депо;
- $FN_{jb} = \sum_{r \in R_j \cap R_b(x)} (nv_{rb} + NV_{rb}) / tDepot_{rb}$, частота прибытия электробусов типа $b \in B(x)$, как старых, так и новых, в депо $j \in ND \cap N(x)$. Данное выражение является верхней оценкой частоты, поскольку характеризует «худший» случай, при котором все электробусы выстаивают в депо одновременно;
- $M_i(x) = \{j \in S(x) : i \in L_j\}$, множество остановок, подключённых к трансформаторной вершине i , которые раньше не были подключены к этой вершине;
- $T(x)$, множество трансформаторных вершин, к которым подключены остановки хотя бы с одной новой зарядной станцией;
- $TP_i(x) = \sum_{j \in M_i(x)} \sum_{c \in C(x)} po_c NC_{jc}$, суммарная мощность, потребляемая от трансформатора в вершине i новыми зарядными станциями, подключёнными к этой вершине;
- $TP(x) = \sum_{i \in T(x)} TP_i(x)$, суммарная мощность, потребляемая всеми новыми зарядными станциями;
- $CC(x) = \sum_{c \in C(x)} \sum_{j \in S_c(x)} ccCap_c NC_{jc} + \sum_{r \in R(x)} \sum_{b \in B_r(x)} cvCap_b NV_{rb} + \sum_{j \in S(x) \setminus NO} \sum_{i \in L_j} cl_{ij} + \sum_{i \in T(x) \setminus TO} cb_i$, общие капитальные расходы на введение в эксплуатацию новых зарядных станций, электробусов, трансформаторов и связывания новых зарядных станций с трансформаторами;
- $OC(x) = \sum_{c \in C(x)} \sum_{j \in S_c(x)} ccOpe_c NC_{jc} + \sum_{r \in R(x)} \sum_{b \in B_r(x)} (cvOpe_b + ce_{rb}) NV_{rb}$, общие операционные расходы на эксплуатацию новых зарядных станций и новых электробусов, включая стоимость электроэнергии, потреблённой новыми электробусами, за отчётный период.

1.5 Условия допустимости решения

Будем обозначать через X множество всех допустимых решений исходной задачи. Решение x называется допустимым, если оно удовлетворяет следующим условиям:

1. интенсивность пассажиропотока, обеспечиваемая новыми электробусами, не превосходит заданной величины, определённой для каждого маршрута $r \in R(x)$:

$$Z_r(x) = \sum_{b \in B_r(x)} cap_b FR_{rb} \leq pas_r ; \quad (1.1)$$

2. потребление электроэнергии от каждого трансформатора в вершине $i \in T(x)$ не превышает запаса его мощности:

$$TP_i(x) = \sum_{j \in M_i(x)} \sum_{c \in C(x)} po_c NC_{jc} \leq o_i ; \quad (1.2)$$

3. частота появления новых электробусов любого типа $b \in B(x)$ на каком-либо маршруте $r \in R_b(x)$ лежит между верхней и нижней границами:

$$lfr_{rb} \leq FR_{rb} \leq ufr_{rb}; \quad (1.3)$$

4. для каждого маршрута $r \in R_b(x)$ с новыми электробусами типа $b \in B(x)$ в цикле маршрута должна быть хотя бы одна ранее существовавшая или вновь добавленная зарядная станция типа $c \in C_b \cap C(x)$:

$$\sum_{j \in r} (nc_{jc} + NC_{jc}) \geq 1 \geq \frac{FR_{rb}}{ufr_{rb}} ; \quad (1.4)$$

5. для электробуса типа $b \in B(x)$ должна существовать возможность проезда по полному циклу маршрута $r \in R_b(x)$, пользуясь при этом зарядными станциями типа $c \in C_b \cap C(x)$:

$$\sum_{(i;j) \in SR_{rbc}(x)} ei_{r(i;j)bc} = sr_{rbc}(x) ; \quad (1.5)$$

6. количество электробусов типа $b \in B(x)$, ранее курсировавших или вновь добавленных, для любого маршрута $r \in R_b(x)$ не превышает заданной границы:

$$nv_{rb} + NV_{rb} \leq uv_{rb}; \quad (1.6)$$

7. общее время зарядки одного электробуса типа $b \in B(x)$ на всех остановках цикла маршрута $r \in R_b(x)$ не превышает заданной границы:

$$\sum_{j \in SR_{rbc}(x) \setminus ND} \sum_{c \in C_b \cap C(x)} ct_{jbc} \leq dc_{rb} ; \quad (1.7)$$

8. количество зарядных станций типа $c \in C(x)$, ранее существовавших и вновь добавленных, для любой остановки $j \in S_c(x)$ не превышает заданной границы:

$$nc_{jc} + NC_{jc} \leq uc_{jc}; \quad (1.8)$$

9. на любой остановке $j \in NM \cap N(x)$, принадлежащей какому-либо маршруту, на который назначен по крайней мере один новый электробус, должна быть установлена хотя бы одна зарядная станция, ранее действовавшая или вновь добавленная:

$$\sum_{c \in C(x)} (nc_{jc} + NC_{jc}) \geq 1; \quad (1.9)$$

10. на любой остановке $j \in S_c(x)$ установлено количество зарядных станций типа $c \in C(x)$ такое, что на любую зарядную станцию приходится не более одного электробуса в любой момент времени. Это можно интерпретировать следующим образом: если электробусы прибывают на остановку с равными интервалами, то для электробуса по прибытии на остановку с зарядными станциями по крайней мере одна зарядная станция будет доступна:

$$nc_{jc} + NC_{jc} \geq \sum_{b \in B_c \cap B(x)} ct_{jbc} FN_{jb}; \quad (1.10)$$

11. для любой остановки $j \in S(x) \setminus NO$, на которой появились новые зарядные станции, но при этом ранее там зарядных станций не было, добавлено ровно m новых связей с трансформаторными вершинами:

$$|L_j| = m. \quad (1.11)$$

Множество X не является пустым, так как предполагается, что решение, в котором не добавлено ни одной зарядной станции и ни одного электробуса, по определению является допустимым, а также оптимальным по расходам.

1.6 Критерии оптимизации

Задача заключается в оптимизации следующих четырёх критериев среди всех допустимых решений из множества X :

- $V(x) \rightarrow \max$, максимизация положительного эффекта;
- $CC(x) \rightarrow \min$, минимизация общих капитальных расходов;
- $OC(x) \rightarrow \min$, минимизация общих операционных расходов;
- $TP(x) \rightarrow \min$, минимизация общего потребления электроэнергии.

Данная задача оптимизации является многокритериальной. Поскольку критерии взаимосвязаны друг с другом, задача не может быть тривиально сведена к однокритериальной задаче оптимизации. В работах [6], [8], [16], [18] и [21] изучаются некоторые подходы к решению многокритериальных оптимизационных задач. Один из общих подходов — отбор множества Парето всех решений задачи в пространстве $(V(x), CC(x), OC(x), TP(x))$. В таком множестве нет двух различных решений $x, y \in X$ таких, что решение x доминирует над решением y , то есть x не хуже y по всем критериям одновременно.

Кроме того, целесообразно в качестве ответа предлагать не одно, а несколько решений. Это даёт возможность выбирать приемлемые решения, исходя из имеющихся значений оптимизируемых критериев, и для этого нет необходимости фиксировать предпочтения между критериями.

В описанной задаче объём входных данных, основанных на реальных транспортных и маршрутных сетях, достаточно большой. Размер множества Парето настолько велик, что нахождение всех оптимальных решений за мыслимое время невозможно. В связи с этим необходима разработка алгоритмов, отыскивающих относительно небольшое множество Парето допустимых решений задачи.

Таким образом, в данной главе было дано описание общей модели задачи о планировании перевода маршрутов с традиционного общественного транспорта на электробусы. Сформулированы критерии оптимизации и определены ограничения на допустимые решения.

В следующей главе рассматривается несколько подходов к решению задачи. Один из них заключается в построении рандомизированных эвристических алгоритмов, позволяющих получить некоторое множество допустимых решений. В книге [5] описано несколько общих принципов разработки рандомизированных эвристик, которые могут быть использованы в данной задаче. Другой подход предлагает упрощение ограничений, наложенных на допустимые решения. Такие меры могут значительно ускорить поиск решений, но ухудшить оптимизируемые критерии и нарушить часть условий допустимости.

ГЛАВА 2

МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ОПТИМИЗАЦИИ

В данной главе рассмотрим несколько подходов к решению описанной в главе 1 многокритериальной задачи оптимизации. Как уже упоминалось, поиск точных решений затруднён и нецелесообразен. Маршрутная автобусная сеть Минска включает в себя около 200 маршрутов и примерно 1000 остановок. Поэтому в настоящей диссертации сосредоточим внимание на эвристических алгоритмах и поиске приближённых решений.

Методы решения задачи разделим на два класса:

- *рандомизированные* методы решения — методы, основанные на случайном выборе решения. Вероятности выбора того или иного значения выходной переменной являются параметрами алгоритма и могут корректироваться по ходу вычислительного эксперимента;
- *детерминированные* методы решения — методы, порождающие множество решений по вполне определённому правилу без привлечения вероятностных подходов. Такие методы также могут иметь изменяемые параметры, влияющие на ход генерации решений.

Вначале будут описаны рандомизированные эвристические алгоритмы, затем рассмотрим альтернативный детерминированный подход, сводящий исходную задачу к задаче непрерывного линейного программирования.

2.1 Рандомизированные эвристики

Опишем два рандомизированных эвристических алгоритма, которые позволят получить множество допустимых решений S , которые, как ожидается, будут так или иначе близки к оптимальным решениям из множества X . Из найденного множества S могут отбираться решения сведением исходной задачи оптимизации к однокритериальной. К примеру, может выбираться решение с минимальными капитальными затратами $CC(x)$, при этом положительный эффект $V(x)$ не должен быть некоей нижней границы, а суммарные энергозатраты $TP(x)$ ограничены сверху. Второй подход — максимизация $V(x)$ при ограниченных сверху критериях $CC(x)$, $OC(x)$, $TP(x)$. Последний подход представляется наибо-

лее приближенным к реальной ситуации, когда бюджет ограничен, а положительный эффект должен быть максимизирован. Именно поэтому такое сведение будет использовано нами в главе 3 при тестировании эвристик на тестовом наборе данных.

В текстовых описаниях алгоритмов упоминаются вероятности выбора конкретного значения для численных переменных. Эти вероятности могут соответствовать равномерному, геометрическому, пуассоновскому или иным распределениям. Также они могут быть скорректированы при вычислительном эксперименте.

Рассмотрим так называемые эвристику «без предпочтений» и «жадную» эвристику для генерации множества решений S . Каждая из этих рандомизированных эвристик по окончании исполнения запускается заново для поиска очередных новых решений, пока не истечёт регламентированное вычислительное время исполнения алгоритма, например 5 минут.

2.1.1 Эвристика «без предпочтений»

В эвристике «без предпочтений» осуществляется случайный выбор маршрутов, на которые назначаются электробусы. После этого случайно выбираются типы назначаемых электробусов, места расположений зарядных станций и из-за связи с трансформаторами. Если порождённое решение является локально допустимым, то есть выполнены отдельные условия допустимости решения, то осуществляется попытка расширить данное решение за счёт добавления новых электробусов на маршруты. При этом решение должно оставаться допустимым.

Алгоритм 1 (эвристика «без предпочтений»).

Шаг 1. Положим $S := \{x_0\}$, где x_0 — начальное решение без добавления новых электробусов. Здесь и далее начальное решение используется для создания нового решения x .

Шаг 2. Случайным образом выберем множество R_x из тех маршрутов, на которых ранее не было ни одного электробуса. Определим вероятности выбора:

$$0 \leq p_r = P(r \in R_x) \leq 1, r \in R \setminus R_0. \quad (2.1)$$

Маршруты $r \in R_0$ также будут отобраны и рассмотрены, поэтому для таких маршрутов $p_r = 1$. Породим по заданным вероятностям непустое множество R_x .

Шаг 3. Случайным образом выберем для каждого маршрута $r \in R_x$ множество $B_r(x)$ типов электробусов, которые будут назначены на этот маршрут. Определим вероятности выбора:

$$0 \leq p_{rb} = P(b \in B_r(x)) \leq 1, b \in B_r. \quad (2.2)$$

Типы электробусов b , которые ранее уже были назначены на маршрут r , также будут отобраны и рассмотрены, поэтому для таких типов $p_{rb} = 1$. Породим по заданным вероятностям семейство непустых множеств $B_r(x)$.

Шаг 4. Случайным образом выберем для каждого маршрута $r \in R_x$ и для каждого типа электробусов $b \in B_r(x)$ множество $C_{rb}(x)$ типов зарядных станций для зарядки батарей электробусов типа b на маршруте r . Определим вероятности выбора:

$$0 \leq p_{rbc} = P(c \in C_{rb}(x)) \leq 1, c \in C_b. \quad (2.3)$$

При этом для фиксированных маршрута r и типа электробусов b сумма вероятностей p_{rbc} по всем типам зарядных станций c равняется 1. Для типов зарядных станций c , которые уже есть на какой-то остановке маршрута, примем $p_{rbc} = 1$. Породим по заданным вероятностям непустые множества $C_{rb}(x)$. Обозначим множество типов зарядных станций на маршруте r $C_r(x) = \cup_{b \in B_r(x)} C_{rb}(x)$.

Шаг 5. Случайным образом выберем для каждого маршрута $r \in R_x$, для каждого типа зарядной станции $c \in C_r(x)$, для каждой остановки $j \in N_c \cap r$ количество $NC_{jc}(x)$ новых зарядных станций типа c , которые будут установлены на остановке j . Определим вероятности выбора:

$$0 \leq p_{rcja} = P(NC_{jc} = a) \leq 1, a = 0..uc_{jc}. \quad (2.4)$$

При этом при фиксированных параметрах r, c, j сумма вероятностей по количеству a равна 1. Породим по заданным вероятностям значения $NC_{jc}(x)$ так, чтобы были удовлетворены следующие условия:

- для любого маршрута $r \in R_x$, для любого типа электробуса $b \in B_r(x)$ существует по крайней мере одна зарядная станция на цикле маршрута r :

$$\sum_{j \in r} NC_{jc}(x) \geq 1, c \in C_{rb}(x); \quad (2.5)$$

- добавлена по крайней мере одна новая зарядная станция какого-либо выбранного типа для каждого рассматриваемого маршрута $r \in R_x$:

$$\sum_{r \in R_x} \sum_{b \in B_r(x)} \sum_{c \in C_{rb}(x)} NC_{jc}(x) \geq 1, j \in NM \cap r, r \in R_x. \quad (2.6)$$

Шаг 6. Для каждой остановки $j \in S(x) \setminus NO$, на которой ранее не было зарядных станций, но они появились в решении x , отберём множество $L_j(x)$ из m трансформаторных вершин, к которым подключена остановка j . Определим вероятности выбора:

$$0 \leq p_{ij} = P(i \in L_j) \leq 1, (i; j) \in EE. \quad (2.7)$$

При этом сумма вероятностей p_{ij} по трансформаторным вершинам i , с которыми у остановки возможна связь, равна 1. Пока $|L_j(x)| < t$, с вероятностью p_{ij} выберем вершину i и добавим её в множество $L_j(x)$.

Шаг 7. Проверим *локальную допустимость* решения x без учёта частот появления электробусов:

1. не превышен запас мощности никакого из трансформаторов $i \in T(x)$:

$$TP_i(x) \leq o_i; \quad (2.8)$$

2. электробусы типов $b \in B(x)$ могут проехать по всему циклу маршрута $r \in R_b(x)$, заряжая батарею от зарядных станций типов $c \in C_b \cap C(x)$:

$$\sum_{(i; j) \in SR_{rbc}(x)} ei_{r(i; j)bc} = sr_{rbc}(x); \quad (2.9)$$

3. общее время зарядки батареи электробуса типа $b \in B(x)$ на цикле маршрута $r \in R_b(x)$ не превосходит заданной границы:

$$\sum_{j \in SR_{rbc}(x) \setminus RD} \sum_{c \in C_b \cap C(x)} ct_{jbc} \leq dc_{rb}; \quad (2.10)$$

4. количество зарядных станций типа $c \in C(x)$ для каждой остановки $j \in S_c(x)$ не превосходит заданной границы:

$$nc_{jc} + NC_{jc}(x) \leq uc_{jc}; \quad (2.11)$$

5. на остановках $j \in NM \cap N(x)$, в которых предполагались новые зарядные станции, зарядные станции действительно есть:

$$\sum_{c \in C(x)} (nc_{jc} + NC_{jc}(x)) \geq 1. \quad (2.12)$$

Если эти условия выполнены, то решение x локально допустимо, переходим к шагу 8. Иначе решение x не может быть расширено до допустимого решения, поэтому оно заведомо не подходит. Если не превышен предел вычислительного времени, переходим к шагу 2, иначе переходим к шагу 9.

Шаг 8. Расширим локально допустимое решение x до множества полных решений $S'(x)$. Для каждого маршрута $r \in R_x$, для каждого типа электробуса $b \in B_r(x)$ имеются переменные FR_{rb} решения x' , которые соответствуют частотам прибытия электробусов на остановки маршрута. Составим задачу оптимизации с тремя критериями:

- $V(x') \rightarrow \max$ (максимизация положительного эффекта);
- $CC(x') \rightarrow \min$ (минимизация капитальных расходов);
- $OC(x') \rightarrow \min$ (минимизация расходов на эксплуатацию).

При этом на решение x' накладываются ограничения:

1. интенсивность пассажиропотока, обеспечиваемая добавленными электробусами, не превосходит границы для любого маршрута $r \in R(x')$:

$$Z_r(x') \leq pas_r; \quad (2.13)$$

2. частоты прибытия добавленных электробусов типа $b \in B(x')$ лежат между нижней и верхней границами для любого маршрута $r \in R_b(x')$:

$$lfr_{rb} \leq FR_{rb} \leq ufr_{rb}; \quad (2.14)$$

3. количество электробусов типа $b \in B(x')$, как старых, так и новых, не превосходит верхней границы для любого маршрута $r \in R_b(x')$:

$$nv_{rb} + NV_{rb} \leq uv_{rb}; \quad (2.15)$$

4. на любой остановке $j \in S_c(x)$ имеется столько зарядных станций типа $c \in C(x)$, что в любой момент на каждую зарядную станцию приходится не более одного электробуса (в предположении, что электробусы прибывают с равными интервалами):

$$nc_{jc} + NC_{jc}(x') \geq \sum_{b \in B_c \cap B(x')} ct_{jbc} FN_{jb}. \quad (2.16)$$

Построим множество Парето $S'(x)$ решений x' . С этой целью решается задача с тремя критериями минимизации ($-V(x')$), $CC(x')$, $OC(x')$. Будем использовать следующий способ сведения к одному критерию оптимизации. Переберём несколько линейных комбинаций критериев с суммой коэффициентов 1, после чего решим задачу линейного программирования (целочисленного или непрерывного) с ограничениями в условиях, приведённых выше. В условии (2.15) для определения величины NV_{rb} снимем округление вверх, позволив ей быть непрерывной. В книгах [2] и [19] изучаются задачи целочисленного программирования и методы их решения.

Если полученное множество $S'(x)$ пусто, то решение x не может быть расширено до допустимого решения, поэтому оно заведомо не подходит. Присваиваем $S := S \cup S'(x)$. Если не превышен предел вычислительного времени, переходим к шагу 2, иначе переходим к шагу 9.

Шаг 9. Для решений $x \in S$ вычисляем значения критериев $V(x)$, $CC(x)$, $OC(x)$, $TP(x)$. По полученным величинам строим множество Парето решений и возвращаем его в качестве результата. Останавливаем работу алгоритма.

Замечание. Эвристика допускает вариант, когда назначение электробусов выполняется только на маршруты, на которых раньше не было электробусов. В этом случае на шаге 2 алгоритма 1 для маршрутов $r \in R_0$ вероятность их выбора равна $p_r = 0$.

2.1.2 «Жадная» эвристика

Данная эвристика воплощает «жадный» подход к выбору маршрутов электробусов, а также типов электробусов, типов зарядных станций и связей с трансформаторами. Все маршруты из множества R упорядочиваются по убыванию коэффициента предпочтения w_r , а в случае равенства коэффициента порядок маршрутов выбирается произвольно. Затем происходит несколько итераций построения решения. На каждой итерации выбирается ещё не рассмотренный маршрут r в описанном выше порядке. Алгоритм с некоторой вероятностью $p > 0$ алгоритм пробует назначить как можно больше электробусов на маршрут, а с вероятностью $q = 1 - p$ маршрут r пропускается и кладётся в конец очереди.

При выборе типа электробусов $b \in B_r$, назначаемых на маршрут, предпочтение отдаётся таким типам, у которых общие капитальные и операционные расходы на один электробус вместе с зарядными станциями и связями с трансформаторными вершинами минимальны. При подсчёте расходов на электробус типа b зарядные станции ставятся жадно так, чтобы не нарушалось условие (1.5) допустимости решения (см. раздел 1.5), то есть чтобы электробус смог проехать по всему циклу маршрута, заряжаясь от зарядных станций типа $c \in C_b$ без полной разрядки батареи. Среди связей с трансформаторными вершинами и остановками отдаётся предпочтение самым дешёвым связям.

Заметим, что при $p = 1$ мы получаем детерминированную «жадную» эвристику для построения допустимого решения задачи.

Алгоритм 2 («жадная» эвристика).

Шаг 1. Положим $S := \{x_0\}$, где x_0 — начальное решение без добавления новых электробусов. Здесь и далее начальное решение используется для создания нового решения x .

Шаг 2. Рассмотрим множество $R' = R \setminus R_0$ маршрутов, на которых ранее электробусы не курсировали вообще. Отсортируем маршруты из R' по убыванию коэффициентов предпочтения w_r . Если у каких-то k маршрутов коэффициенты предпочтения равны, их порядок выбирается равновероятно из $k!$ возможных перестановок маршрутов. Поместим маршруты из R' в двусвязную очередь *QUEUE* в полученном порядке так, что маршрут с наибольшим w_r будет первым к извлечению, а маршрут с наименьшим w_r — последним.

Шаг 3. Если в очереди *QUEUE* нет маршрутов, переходим к шагу 9. Иначе извлечём из начала очереди маршрут r .

Шаг 4. С вероятностью p переходим к шагу 5; в противном случае, вероятность которого равна $q = 1 - p$, добавляем маршрут r в конец очереди *QUEUE* и переходим к шагу 3.

Шаг 5. Для каждого типа электробуса $b \in B_r$ определим сумму $cost_b$ капитальных и операционных расходов на один электробус для маршрута r . При подсчёте $cost_b$ будем строить множество X расширенных решений, основанных на текущем решении x и зависящих от типа электробуса b . Если после назначения одного электробуса типа b на маршрут r нарушится хотя бы одно из условий допустимости (1.1) (верхняя граница интенсивности пассажиропотока) или (1.6) (наибольшее возможное количество электробусов типа b на маршруте r), то этот тип электробусов b не рассматривается.

Потребуем, чтобы в депо и на конечной остановках $j \in J_r = \{j_0(r), j_1(r)\}$ были обеспечены свободные зарядные станции. Если для решения x не выполняется условие допустимости (1.10), то есть если ни для одного $c \in C_b$ не выполнено неравенство $nc_{jc} + NC_{jc}(x) \geq \sum_{b \in B_c \cap B(x)} ct_{jbc} FN_{jb}(x)$, $j \in J_r$, то необходимо поместить зарядную станцию на остановку j , иначе переходим к шагу 6. Если невозможно назначить ни одной зарядной станции типа $c \in C_b$, на остановку j , то есть

$$nc_{jc} + NC_{jc}(x) = uc_{jc}, c \in C_b, \quad (2.17)$$

то решение x не может быть допустимым. В этом случае считаем $cost_b = \infty$ и переходим к шагу 8. Иначе помещаем по зарядной станции на $j_0(r)$ и $j_1(r)$.

Подключение зарядных станций к трансформаторам для остановки $j \in r \setminus NO$, на которой раньше не было ни одной зарядной станции, делается следующим образом. Все связи остановки j с трансформаторными вершинами $i \in TE_j$ сортируются по возрастанию стоимости подключения cl_{ij} , а затем трансформаторные вершины i рассматриваются в этом порядке. Если для трансформаторной вершины i после подключения выполнена условие допустимости решения (1.2), то связь $(i; j)$ добавляется. Как только остановка j получила m связей, просмотр новых возможных связей прекращается. Если не удалось построить m связей для остановки $j \in r \setminus NO$, то мы считаем, что на ней установить зарядную станцию невозможно.

Шаг 6. Пусть i — последняя на цикле маршрута r остановка, на которую была назначена зарядная станция типа $c \in C_r(x)$. При первом исполнении шага 6 для фиксированных маршрута r и типа электробусов b полагаем $i := j_1(r)$. Найдём после остановки i в цикле маршрута r самую дальнюю остановку $j \in r$, для которой выполнены условия:

- если на остановке j уже есть зарядные станции типа c , то должно быть истинным хотя бы одно из условий допустимости (1.8) и (1.10). Иными словами, возможно добавить новые зарядные станции типа c или имеющихся зарядных станций хватает для прибывающих электробусов;
- иначе если на остановке j нет зарядных станций типа c , то справедливо модифицированное условие (1.8) допустимости решения:

$$nc_{jc} + (NC_{jc}(x) + 1) \leq uc_{jc}; \quad (2.18)$$

- индикатор допустимости проезда по циклу маршрута r между остановками i и j с помощью электробуса типа b равен 1 ($ei_{r(i,j)bc} = 1$).

Шаг 7. Если j не существует, то проезд электробуса типа b невозможен — полагаем $cost_b = \infty$ и переходим к шагу 8.

Если $j = j_1(r)$, то считаем $cost_b$ равным суммарным капитальным $cvCap_b$ и операционным $cvOp_e_b$ расходам на один электробус типа b , зарядные станции ($ccCap_c, ccOp_e_c$) типов $c \in C_b$, на сооружение трансформаторов (cb_i) в трансформаторных вершинах $i \in T(x) \setminus TO$ и на установление связей с трансформаторами $cl_{ij}, i \in T(x), j \in M_i(x)$. Переходим к шагу 8.

В противном случае назначаем на остановку j зарядную станцию найденного типа $c \in C_b$: увеличиваем $NC_{jc}(x)$ на 1 в случае невыполнения условия допустимости (1.10) для остановки. Если таких типов зарядных станций несколько, произвольно выбираем одну из самых дешёвых зарядных станций. Присваиваем $i := j$ и переходим к шагу 6.

Шаг 8. Выберем тип электробуса $b \in B_r$ с наименьшим $cost_b$. Если $cost_b = \infty$, то на маршрут r невозможно назначить дополнительные электробусы какого-либо типа, переходим к шагу 9. В противном случае назначаем один электробус типа b с учётом необходимых новых зарядных станций и связей с трансформаторами (это назначено в соответствующем расширении текущего решения в X^*) и кладём маршрут r в начало очереди $QUEUE$. Переходим к шагу 3.

Шаг 9. Уточняем допустимость решения x . Если в решении x для маршрута $r \in R_x$ и для назначенных на него электробусов типа $b \in B_r(x)$ нарушено условие допустимости (1.3) об ограничениях на частоту появления новых электробусов или условие (1.7) о верхней границе на общее время зарядки при проходе по одному циклу маршрута, то удаляем все вновь назначенные электробусы типа b с маршрута r : $FR_{rb} := 0$.

Иначе решение считается допустимым. Присваиваем $S := S \cup \{x\}$.

Если не превышен предел вычислительного времени, переходим к шагу 2, иначе переходим к шагу 10.

Шаг 10. Для решений $x \in S$ вычисляем значения критериев $V(x)$, $CC(x)$, $OC(x)$, $TP(x)$. По полученным величинам строим множество Парето решений и возвращаем его в качестве результата. Останавливаем работу алгоритма.

Замечание 1. Существует несколько вариантов выбора для функции оценки $cost_b$. Так, можно принимать за $cost_b$ максимальный положительный эффект, взятый со знаком минус, при этом функции $CC(x)$, $OC(x)$ ограничены сверху некоторыми константами, имеющими смысл планируемого бюджета. Ограничения на расходы воспринимаются как дополнительные условия допустимости.

Замечание 2. При исполнении шага 8 алгоритма 2 при $cost_b < \infty$ можно вместо шага 3 переходить к шагу 5. Таким образом при выборе маршрута r будет обеспечен максимальный по включению набор электробусов, что устранил необходимость рассмотрения маршрута r в будущем. Однако, такой подход может породить качественно иные решения. Предполагается, что такая модификация алгоритма 2 выберет меньше маршрутов для перевода на электробусы, но назначит на них больше единиц электротранспорта.

2.2 Эвристика одиночного сброса маршрута

В отличие от двух описанных выше эвристических алгоритмов, эвристика одиночного сброса не строит полностью новое решение, а незначительно модифицирует уже имеющиеся решения в попытках улучшить значения критериев.

Алгоритм 3 (эвристика одиночного сброса маршрута).

Шаг 1. На вход подаётся непустое множество допустимых решений S . Выберем случайно равновероятно решение $x \in S$.

Шаг 2. Выберем случайно равновероятно один маршрут $r \in R(x)$, на котором частота появления новых электробусов типа $b \in B_r(x)$ больше нижней границы ($FR_{rb} > lfr_{rb}$). Если таких пар (r, b) не существует, то при наличии вычислительного времени переходим к шагу 1, или же переходим к шагу 7, если время истекло.

Шаг 3. Поставим наименьшее возможное количество новых электробусов на выбранном маршруте r : $FR_{rb} := lfr_{rb}$ для всех типов $b \in B_r(x)$. После этого ре-

шение останется допустимым, поскольку нижнее ограничение на частоты только одно. В то же время, значения функций расходов сократятся.

Шаг 4. Рассмотрим в произвольном порядке все остановки $j \in r$ цикла текущего маршрута, на которых есть зарядные станции ($NC_{jc} > 0$). Пока решение остаётся допустимым и пока $NC_{jc} > 0$, присваиваем $NC_{jc} := NC_{jc} - 1$. После этого если решение перестало отвечать условиям (1.1)–(1.11) допустимости решения, присвоим $NC_{jc} := NC_{jc} + 1$.

Шаг 5. Рассмотрим в произвольном порядке все остановки $j \in r$ цикла текущего маршрута, на которых нет зарядных станций ($nc_{jc} + NC_{jc} = 0$), но есть связи с трансформаторными вершинами ($|L_j| > 0$). Все такие связи являются избыточными, поэтому их можно устранить, уберём их. При этом, поскольку никакая зарядная станция не была затронута, а энергозатраты для каждого трансформатора не увеличились, решение осталось допустимым. Также заметим, что лишние неиспользованные трансформаторы исчезнут автоматически за счёт суммы в функции $CC(x)$.

Шаг 6. Обозначим полученное модифицированное решение за x' . Поскольку оно всё ещё является допустимым, попытаемся его расширить. Для этого можно воспользоваться процедурой расширения эвристики «без предпочтений» (шаг 8 алгоритма 1) или запустить одну из эвристик со входом $S = \{x'\}$. При этом подразумевается, что добавленные новые электробусы на данной стадии не переходят в разряд «старых» электробусов, курсировавших ранее, и они по-прежнему могут быть удалены при повторном применении данной эвристики. Полученное множество $S'(x')$ присоединим ко множеству текущих допустимых решений: $S := S \cup S'(x)$.

Если не истёк предел вычислительного времени, переходим к шагу 1, иначе переходим к шагу 7.

Шаг 7. Для решений $x \in S$ вычисляем значения критериев $V(x)$, $CC(x)$, $OC(x)$, $TP(x)$. По полученным величинам строим множество Парето решений и возвращаем его в качестве результата. Останавливаем работу алгоритма.

Замечание. По аналогии со сбросом маршрутов можно рассматривать эвристики сброса зарядных станций, новых трансформаторов и других объектов модели. Однако при попытке сброса зарядных станций возникают проблемы с приведением решения к допустимому: часто оно не может быть приведено даже к локально допустимому. Для этого приходится убирать и другие объекты, в том числе маршруты. Поэтому в данной диссертации ограничимся рассмотрением лишь эвристики сброса маршрута как наиболее простой вариации.

2.3 Сведение к задаче линейного программирования

В дополнение к эвристическим алгоритмам рассмотрим принципиально иной подход к решению задачи оптимизации. Вместо того чтобы разрабатывать специализированные алгоритмы, модифицируем общую модель таким образом, чтобы полученная новая задача могла быть решена более простыми и точными алгоритмами. При этом мы должны будем сделать ряд допущений и объяснить взаимосвязь решений новой задачи с решениями исходной задачи.

Будем сводить исходную задачу к задаче линейного программирования. При зафиксированных параметрах такой подход, в отличие от предыдущих рассмотренных, является детерминированным методом решения. Часть ограничений, наложенных на решения, сводится тривиальным образом, в то время как иные ограничения необходимо ослабить и преобразовать. К тому же некоторые выходные переменные являются целочисленными, поэтому необходимо дать интерпретацию нецелым значениям этих переменных.

2.3.1 Переменные в линейной модели

Принадлежность элемента множеству является логической переменной. В числовой форме такую переменную можно задать так: если элемент принадлежит множеству, то ему соответствует число 1, в противном случае ему соответствует число 0.

Выходные переменные FR_{rb} обозначают частоту появления новых электробусов типа $b \in B_r$ на маршруте $r \in R$ и могут принимать неотрицательные действительные значения.

Переменные NC_{jc} , выражающие количество новых зарядных станций типа $c \in C$, установленных на остановке $j \in N$, по своей природе являются целочисленными. Однако будем предполагать, что эти переменные принимают неотрицательные действительные значения, а для нахождения целого количества зарядных станций необходимо округлить NC_{jc} вверх.

Переменная L_j , то есть множество трансформаторных вершин, связываемых с остановкой $j \in N$, может быть заменена набором логических переменных L_{ij} , означающих, что трансформаторная вершина $i \in T$ связана с остановкой j . Если связь есть, то $L_{ij} > 0$, в противном случае $L_{ij} = 0$. Эти переменные также будем полагать действительными, при этом в качестве истинного значения

логической переменной примем значение L_{ij} , округлённое вверх. Таким образом, вводится дополнительное условие допустимости: $L_{ij} \leq 1$.

Вспомогательную величину NV_{rb} , равную количеству новых электробусов типа $b \in B_r$ на маршруте $r \in R$, определим без округления вверх: $NV_{rb} = d_r FR_{rb}$. Несмотря на то что эта величина может оказаться нецелой, округление её вверх даёт требуемое количество электробусов на маршруте, как и в исходной модели.

2.3.2 Критерии оптимизации в линейной модели

Определим критерии оптимизации $V(x)$, $CC(x)$, $OC(x)$, $TP(x)$, линейно зависящие от переменных.

Легко заметить, что пассажиропоток $Z_r(x)$ линейно зависит от частот прибытия электробусов, даже если эти частоты равны 0. Поэтому для пассажиропотока можем записать: $Z_r(x) = \sum_{b \in B} cap_b FR_{rb}$. Оценку положительного эффекта $V(x)$ будем считать как сумму $w_r Z_r(x)$ по всем $r \in R$, полагая, что функции оценки вредных выбросов и потребления горючего топлива также линейно зависят от пассажиропотока. Получаем, что $V(x)$ линейна от FR_{rb} .

В функции $CC(x)$ капитальных расходов слагаемое $\sum_{j \in S(x) \setminus NO} \sum_{i \in L_j} cl_{ij}$ может быть переписано как линейная сумма $\sum_{j \in N \setminus NO} \sum_{i \in T} cl_{ij} L_{ij}$. Разумеется, в тех случаях, когда между трансформаторной вершиной i и остановкой j нет связи, соответствующее слагаемое также отсутствует.

Также в функции $CC(x)$ слагаемое, отвечающее за сооружение новых трансформаторов, запишем как линейную сумму $\sum_{i \in T \setminus TO} \frac{cb_i}{m} \sum_{(i,j) \in EE} L_{ij}$. В некоторых случаях эта сумма будет больше суммы из исходной модели, что следует учитывать при выборе решений.

Остальные слагаемые в функциях $CC(x)$ и $OC(x)$ отвечают за капитальные и операционные расходы на электробусы и зарядные станции и линейно зависят от переменных FR_{rb} и NC_{jc} , поэтому не нуждаются в корректировке.

Наконец, рассмотрим функцию энергозатрат $TP(x)$, которая является суммой таких функций $TP_i(x)$ по каждой трансформаторной вершине $i \in T$. Эти функции зависят от установленных связей L_{ij} с остановками и от количества зарядных станций NC_{jc} на них. К сожалению, в сумме присутствует нелинейная часть — произведение переменных L_{ij} и NC_{jc} . Чтобы избежать этого, нам приходится несколько ухудшить показатели энергозатрат, предположив, что на оста-

новке j , с которой имеется связь, установлено наибольшее возможное количество зарядных станций uc_{jc} . Тогда изменённая функция запишется следующим образом: $TP_i(x) = \sum_{j \in N} L_{ij} \cdot (\sum_{c \in C} po_c uc_{jc})$. При рассмотрении решений учтём, что значение этого критерия окажется в несколько раз больше истинного.

Таким образом, теперь все критерии линейно зависят от переменных.

2.3.3 Условия допустимости решения в линейной модели

Теперь рассмотрим условия (1.1) – (1.11) допустимости решения, перенесённые на линейную непрерывную модель.

Условие (1.1) о верхней границе интенсивности пассажиропотока с учётом структуры множества $B_r(x)$ принимает следующий равносильный вид:

$$Z_r(x) = \sum_{b \in B} cap_b FR_{rb} \leq pas_r. \quad (2.19)$$

Иными словами, сумму можно брать по всем доступным типам электробусов. При этом значение функции $Z_r(x)$ останется прежним, но оно будет линейно выражаться через переменные FR_{rb} .

Условие (1.2) о верхнем ограничении на энергопотребление от трансформаторной вершины $i \in T$, с учётом замечаний из предыдущего подраздела, запишется следующим образом:

$$TP_i(x) = \sum_{j \in N} L_{ij} \cdot (\sum_{c \in C} po_c uc_{jc}) \leq o_i. \quad (2.20)$$

Новому условию (2.20) следует уделить особое внимание, так как оно прямо влияет на критерий оптимизации $TP(x)$.

Можно заметить, что условие (1.3) об ограничениях на частоты прибытия электробусов, условие (1.4) об обязательном наличии хотя бы одной зарядной станции на каждом маршруте, условие (1.6) о количестве электробусов на маршрутах, условие (1.8) о количестве зарядных станций на остановке и условие (1.10) о достаточном количестве зарядных станций для электробусов «в среднем» линейно выражаются через переменные FR_{rb} и NC_{jc} , поэтому они не нуждаются в корректировке и остаются в линейной модели как есть.

Условие (1.5) о возможности проезда по полному циклу маршрута трудно поддаётся линеаризации в общем случае. По практическим соображениям позволим себе предположить, что электробусам, работающим на маршрутах, достаточно наличия хотя бы одной зарядной станции на какой-либо конечной остановке — это гарантируется условием (1.4). Поэтому в линейной модели условие (1.5) отсутствует.

Условие (1.7) об ограничении на время зарядки электробуса на маршруте зависит от того, на каких остановках цикла маршрута есть зарядные станции. Для линеаризации снова усилим условие и запишем его в таком виде:

$$\sum_{j \in r} \sum_{c \in C_b} ct_{jbc} NC_{jc} \leq dc_{rb}, r \in R, b \in B_r. \quad (2.21)$$

Условие (1.9) о необходимости наличия зарядных станций на маршрутах, где были добавлены, проигнорируем по причине, аналогичной условию (1.5). Условие (1.4) уже задаёт минимально необходимое количество зарядных станций, и если на маршруте не было назначено электробусов, то количество зарядных станций на нём также может равняться нулю.

Наконец, условие (1.11) о мощности множества связей остановки j с трансформаторными вершинами модифицируем так: сумма переменных L_{ij} равна количеству зарядных станций на остановке, умноженному на m :

$$\sum_{(i,j) \in EE} L_{ij} = m \sum_{c \in C} (nc_{jc} + NC_{jc}), j \in N \setminus NO. \quad (2.22)$$

Если на остановке имеется одна зарядная станция, условие (2.22) совпадает с (1.11). Но если зарядных станций больше одной, то данное условие является более сильным по сравнению с исходной моделью, так как требует больше связей с трансформаторными вершинами.

В конечном счёте, имеем следующие условия допустимости: (2.19)–(2.22), (1.3), (1.4), (1.6), (1.8), (1.10), а также естественные нижние и верхние ограничения на выходные переменные.

Итак, исходная задача оптимизации, с некоторыми допущениями и усилениями, превращена в задачу линейного программирования. Это позволяет решать задачу более эффективными алгоритмами, а также с помощью программных решателей. Однако размерность задачи может оказаться довольно велика: к примеру, для городской транспортной сети Минска задача имеет несколько тысяч переменных и неравенств, что сильно влияет на время поиска решения. Целесообразно снижать размерность за счёт уменьшения количества входных данных: например, отбрасывать наименее востребованные маршруты.

Множество различных допустимых решений S формируется за счёт выбора различных наборов весов маршрутов w_r . Например, каждый вес может быть домножен на значение случайной величины с равномерным или нормальным распределением.

Таким образом, в главе 2 рассмотрено и подробно описано несколько подходов к решению исходной задачи планирования перехода на электротранспорт. В следующей главе мы опишем тестовый набор данных для тестирования алгоритмов, и выполним качественное сравнение подходов.

ГЛАВА 3

ПРОГРАММНАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ И ТЕСТИРОВАНИЕ

В данной главе описывается тестирование предложенных в предыдущей главе алгоритмов решения задачи. В начале описывается тестовый набор входных данных, на которых будет проводиться тестирование, вместе с описанием данных либо источниками. Далее приводятся некоторые требования к программной реализации, после чего сравниваются результаты работы алгоритмов на заготовленном наборе входных данных.

3.1 Подготовка входных данных для тестирования

В качестве базы для входных данных для тестирования была взята маршрутная сеть автобусов города Минска. Такие данные, как транспортная сеть, список маршрутов, расписание, технические характеристики электробусов и зарядных станций, взяты из открытых источников и работы [12]. Однако некоторые данные, такие как капитальные и операционные стоимости электробусов и зарядных станций, расположение трансформаторных вершин, набор потенциальных связей остановок с трансформаторами, функции выброса вредных веществ и потребления топлива автобусом, либо отсутствуют в публичном доступе, либо не поддаются точной оценке. Подготовка таких данных выполняется посредством сравнительного анализа открытых данных в иных регионах, либо же эти данные имитируются случайным выбором.

3.1.1 Входные данные электробусов

В текстовом файле *electric_buses.txt* в первой строке записано целое положительное число $|B|$ — количество доступных типов электробусов. В каждой из следующих $|B|$ строк вводятся данные об электробусах, разделённые пробелами:

- id_b , уникальный идентификатор типа электробуса b (непустая строка);

- cap_b , пассажировместимость одного электробуса типа b (целое положительное число);
- $cvCap_b$, капитальные расходы на один электробус типа b (вещественное положительное число);
- $cvOpe_b$, операционные расходы на один электробус типа b за отчётный период (вещественное положительное число).

В тестовый набор псевдореальных входных данных включены четыре типа электробусов, производимых холдингом «Белкоммунмаш». Эти электробусы по состоянию на март 2021 года эксплуатировались в транспортной сети Минска. В таблице 1 приведены характеристики доступных типов электробусов. Здесь и далее по тексту BYN означает белорусские рубли.

Таблица 1 — Характеристики типов электробусов в тестовом наборе данных

id_b	Наименование	cap_b , чел.	$cvCap_b$, BYN	$cvOpe_b$, BYN
1	E490 “Vitovt Mini Electro”	80	920 000	370 000
2	E420 “Vitovt Electro”	86	805 000	460 000
3	E433 “Vitovt Max Electro”	153	1 100 000	590 000
4	E321 «Ольгерд»	88	920 000	450 000

3.1.2 Входные данные зарядных станций

В текстовом файле *charge_stations.txt* в первой строке записано целое положительное число $|C|$ — количество доступных типов зарядных станций. В каждой из следующих $|C|$ строк вводятся данные о зарядных станциях, разделённые пробелами:

- id_c , уникальный идентификатор типа зарядной станции типа c (непустая строка);
- po_c , номинальная мощность одной зарядной станции типа c (вещественное положительное число);
- $ccCap_c$, капитальные расходы на одну зарядную станцию типа c (вещественное положительное число);
- $ccOpe_c$, операционные расходы на одну зарядную станцию типа c за отчётный период (вещественное положительное число);

- B_c , множество уникальных идентификаторов типов электробусов, которые могут заряжать батареи от зарядных станций типа c (количество типов $|B_c|$, затем перечислены идентификаторы через пробел).

В тестовом наборе данных предлагается один тип зарядной станции: $id_c = 1$, $po_c = 260$ кВт, $ccCap_c = 290\,000$ ВУН, $ccOpe_c = 11\,500$ ВУН, $B_c = \{1, 2, 3, 4\}$ (все типы электробусов могут заряжаться от этой станции). Это соответствует ситуации по состоянию на март 2021 года: на конечных остановках и в депо использовался лишь один тип зарядных станций.

3.1.3 Входные данные транспортной сети

В текстовом файле *bus_nodes.txt* в первой строке записано целое положительное число m — количество трансформаторов, которые должны быть подключены к остановке для функционирования зарядных станций. Во второй строке вводится целое положительное число $|N|$ — количество остановок и депо в транспортной сети. В каждой из следующих $|N|$ строк перечислены данные об остановках $j \in N$:

- id_j , уникальный идентификатор остановки j (непустая строка);
- $\{nc_{jc}\}$, количества установленных зарядных станций на остановке j (количество зарядных станций $|\{nc_{jc}\}|$, затем записанные через пробел пары $id_c - nc_{jc}$, целое неотрицательное число);
- $\{uc_{jc}\}$, верхние границы на количества зарядных станций на остановке j (количество зарядных станций $|\{uc_{jc}\}|$, затем записанные через пробел пары $id_c - uc_{jc}$, целое неотрицательное число). Для типов зарядных станций $c \in C$, не указанных во входном файле, полагаем $uc_{jc} = \infty$;
- $\{ct_{jbc}\}$, верхние границы (в минутах) на время зарядки батареи электробуса типа $b \in B$ от зарядной станции $c \in C_b$ на остановке j (количество пар «тип электробуса — тип зарядной станции» $|\{ct_{jbc}\}|$, затем тройки $id_b - id_c - ct_{jbc}$, вещественное положительное число).

Информация об остановках и депо $j \in N$ находится в открытом доступе на официальном сайте государственного предприятия «Минсктранс» [1]. Всего насчитывается 916 остановок и 6 депо, обслуживающих автобусы (автобусные парки №№ 2, 5, 6, 7, троллейбусный парк № 4 и транспортный парк № 1).

По состоянию на март 2021 года в Минске электробусы курсировали на десяти маршрутах. Следующие девять конечных остановок имеют по одной зарядной станции, то есть $nc_{j,1} = 1$: «ДС Веснянка», «Кирова», «ДС Кунцевщина»,

«ДС Сухарево-5», «ДС Дружная», «ДС Запад-3», «ДС Уручье-2», «ДС Малиновка-4», «ДС Калиновского». Также имеется по одной зарядной станции в трёх депо: «Автобусный парк № 5», «Троллейбусный парк №4» и «Транспортный парк №1». На всех других остановках зарядных станций нет: $nc_{jc} = 0$.

Для каждой остановки $j \in N$ полагаем верхнее ограничение в $uc_{jc} = 4$ зарядных станции.

Верхние ограничения на время зарядки батареи электробуса вне зависимости от остановки j равны: $ct_{j,1,1} = ct_{j,2,1} = ct_{j,3,1} = 6$ мин, $ct_{j,4,1} = 10$ мин.

Множество AA дуг транспортной сети не задаётся явно во входных данных. Вместо этого дуги определяются последовательностями остановок в циклах маршрутов. Так, если остановка $j \in N$ является следующей за остановкой $i \in N$ в цикле какого-то маршрута $r \in R$, то $(i, j) \in AA$. В противном случае этой дуги в множестве AA нет.

3.1.4 Входные данные электрической сети

В текстовом файле *transformer_nodes.txt* в первой строке записано целое положительное число $|T|$ — количество вершин, в которых допускается установка трансформатора для питания зарядных станций электроэнергией. В каждой из следующих $|T|$ строк через пробел перечислены данные о вершинах $i \in T$:

- id_i , уникальный идентификатор трансформаторной вершины (непустая строка);
- o_i , номинальный запас мощности трансформатора в вершине i (вещественное положительное число);
- cb_i , капитальная стоимость одного трансформатора для вершины i (вещественное положительное число).

В текстовом файле *links.txt* в первой строке записано целое положительное число $|EE|$ — количество связей трансформаторных вершин с остановками, доступных для налаживания. В каждой из следующих $|EE|$ строк вводятся описания связей:

- i , идентификатор трансформаторной вершины;
- j , идентификатор остановки;
- cl_{ij} , стоимость подключения трансформаторной вершины i к остановке j (вещественное положительное число).

Количество необходимых связей остановки с трансформаторными вершинами будем полагать равным $m = 2$.

Получение точных сведений о местах расположения трансформаторных вершин крайне затруднено. Для подготовки локаций трансформаторов проектные организации нуждаются в данных о потреблении электроэнергии в депо и на остановках вдоль маршрутов. Эти данные, в свою очередь, зависят от расположения трансформаторных вершин, которое заранее определить нельзя. По этой причине в целях тестирования выбрано 100 трансформаторных вершин с местами нахождения, выбранными случайным образом.

Каждая из вершин имеет от 15 до 20 связей с остановками из множества N , взятых из наиболее близких остановок. У любой остановки $j \in N$ гарантированно есть не менее m потенциальных связей с вершинами из T .

Номинальный запас мощности трансформатора равен $o_i = 800$ кВт для всех вершин $i \in T$. Стоимость установки трансформатора для каждой трансформаторной вершины выбрана независимо равновероятно $cb_i = 35\,000$ BYN либо $cb_i = 45\,000$ BYN. Стоимость подключения трансформатора $cl_{ij} = 12\,000$ BYN для всех пар $(i; j)$, $i \in T, j \in N$.

3.1.5 Входные данные маршрутов

В текстовом файле *routes.txt* в первой строке записано целое положительное число $|R|$ — количество маршрутов, на которые допускается назначение электробусов. В каждой из следующих $|R|$ строк перечисляются данные о маршрутах $r \in R$:

- id_r , уникальный идентификатор маршрута r (непустая строка);
- B_r , типы электробусов, разрешённые для назначения на маршрут r (количество $|B_r|$, далее через пробел идентификаторы типов);
- $(j_0(r), j_1(r), \dots, j_{n(r)}(r))$, последовательность остановок цикла маршрута, где $j_0(r)$ — депо, $j_1(r)$ — одна из конечных остановок (количество $n(r)$, далее через пробел $n(r) + 1$ идентификатор остановки);
- fr_{rb} , частоты прибытия электробусов типа b на остановки маршрута r за один час (количество $|\{fr_{rb}\}|$, далее через пробел пары $id_b - fr_{rb}$, вещественное неотрицательное число). Если пара (r, b) отсутствует во входном файле, то для неё полагается $fr_{rb} = 0$;
- lfr_{rb} , нижнее ограничение на частоту прибытия электробусов типа b на остановки маршрута r за один час (количество $|\{lfr_{rb}\}|$, далее через пробел пары $id_b - lfr_{rb}$, вещественное неотрицательное число). Если пара (r, b) отсутствует во входном файле, то для неё полагается $lfr_{rb} = 0$;

- ufr_{rb} , верхнее ограничение на частоту прибытия электробусов типа b на остановки маршрута r за один час (количество $|\{ufr_{rb}\}|$, далее через пробел пары $id_b - ufr_{rb}$, вещественное неотрицательное число). Если пара (r, b) отсутствует во входном файле, то полагаем $ufr_{rb} = \infty$;
- $tDepot_{rb}$, промежуток времени, во время которого в депо находится наибольшее количество электробусов типа b для маршрута r (количество $|\{tDepot_{rb}\}|$, далее через пробел пары $id_b - tDepot_{rb}$, вещественное положительное число);
- nv_{rb} , количество действующих электробусов типа b на маршруте r (количество $|\{nv_{rb}\}|$, далее через пробел пары $id_b - nv_{rb}$, целое неотрицательное число). Для пар (r, b) , отсутствующих во входном файле, полагаем $nv_{rb} = 0$;
- uv_{rb} , верхнее ограничение на количество электробусов типа b на маршруте r (количество $|\{uv_{rb}\}|$, далее пары $id_b - uv_{rb}$, целое неотрицательное число). Для пар (r, b) , которых нет среди данных, полагаем $uv_{rb} = \infty$;
- d_r , верхнее ограничение на время прохождения по полному циклу маршрута в минутах (вещественное положительное число);
- dc_{rb} , верхнее ограничение на время зарядки батареи электробуса типа b при проходе по одному циклу маршрута в минутах (количество $|\{dc_{rb}\}|$, далее пары $id_b - dc_{rb}$, вещественное положительное число);
- se_{rb} , оценка стоимости электроэнергии, израсходованной одним электробусом типа b за отчётный период (количество $|\{se_{rb}\}|$, далее через пробел пары $id_b - se_{rb}$, вещественное положительное число);
- w_r , коэффициент предпочтения маршрута r (вещественное положительное число);
- pas_r , интенсивность пассажиропотока на маршруте r (вещественное положительное число).

Информация об автобусных маршрутах и о последовательностях остановок находится на официальном сайте государственного предприятия «Минсктранс» [1]. Как упоминалось в разделе 1.2, в данной диссертации рассматривается работа транспорта в часы пик, поэтому в тестовом наборе присутствуют только те автобусные маршруты, которые работают в будние дни в час пик и имеют интервал движения не более получаса. Получился 171 маршрут.

Для имеющихся типов электробусов, согласно информации сайта холдинга «Белкоммунмаш» [3], по состоянию на 2021 год запас хода составляет не менее 200 км, что намного больше любого цикла автобусных маршрутов Минска. В связи с этим будем разрешать установку зарядных станций только на конеч-

ных остановках и в депо, а для каждого маршрута $r \in R$ будем считать $ei_{r(i,j)b,l} = 1$ для любых типов электробусов $b \in B$ и между любыми остановками на цикле маршрута. Иными словами, будем предполагать, что электробус может свободно проехать по полному циклу любого маршрута без дозарядки по пути.

Сочленённые электробусы типа 3 (Е433 “Vitovt Max Electro”) нерационально использовать на маршрутах со слишком низкой интенсивностью пассажиропотока. Поэтому если $pas_r < cap_3$, то разрешённые для маршрута r типы электробусов $B_r = \{1, 2, 4\}$, иначе $B_r = \{1, 2, 3, 4\}$.

Перечислим для маршрутов, на которых уже курсирует электротранспорт, частоты появления электробусов и их количество на маршруте:

- 1 «ДС Веснянка — Кирова»: $fr_{1,3} = 8, nv_{1,3} = 11$;
- 12 «ДС Кунцевщина — ДС Сухарево-5»: $fr_{12,3} = 5, nv_{12,3} = 3$;
- 17 «ДС Сухарево-5 — ДС Кунцевщина»: $fr_{17,3} = 7, nv_{17,3} = 7$;
- 45 «ДС Дружная — Минскрыбпром»: $fr_{45,4} = 4, nv_{45,4} = 7$;
- 50с «ДС Сухарево-5 — Кирова»: $fr_{50с,4} = 5, nv_{50с,4} = 9$;
- 60 «ДС Запад-3 — ТЦ Ждановичи»: $fr_{60,4} = 5, nv_{60,4} = 6$;
- 64 «ДС Уручье-2 — Макаёнка»: $fr_{64,3} = 7, nv_{64,3} = 10$;
- 75 «ДС Малиновка-4 — Ст. метро “Петровщина”»: $fr_{75,3} = 7, nv_{75,3} = 7$;
- 103 «ДС Малиновка-4 — ДС Юго-Запад»: $fr_{103,3} = 6, nv_{103,3} = 9$;
- 139 «ДС Калиновского — Танковая»: $fr_{139,4} = 6, nv_{139,4} = 9$.

Для всех остальных маршрутов r и типов электробусов b , не указанных в списке выше, положим $fr_{rb} = 0, nv_{rb} = 0$.

Верхние и нижние ограничения ufr_{rb} и lfr_{rb} на частоту прибытия электробусов назначим по умолчанию: ∞ и 0 соответственно для всех пар (r, b) . Время отстоя в депо $tDepot_{rb} = 240$ мин. В нашем случае это ночной период с 1:00 до 5:00. Если в цикле маршруте r не менее 15 остановок от одной конечной остановки до другой, назначим $uv_{rb} = 40$ для всех типов электробусов b . В противном случае $uv_{rb} = 20$. Ограничение на время прохода по циклу линейно зависит от количества остановок в цикле маршрута: $d_r = 2,5n(r)$.

Верхнее ограничение на время зарядки для всех пар $r \in R, b \in B_r$ положим $dc_{rb} = 20$ мин. Стоимость энергозатрат одним электробусом типа b на любом маршруте r за отчётный период считаем $ce_{rb} = 25\,000$ BYN.

Коэффициент предпочтения маршрута определим следующим образом. Если в полном цикле маршрута r (в обе стороны) не менее 40 остановок, то такой маршрут считается «длинным» и для него $w_r = 1$. Иначе если в полном цикле не менее 30 остановок, то это «средний» маршрут и для него $w_r = 0,75$. В остальных случаях имеем «короткий» маршрут с $w_r = 0,5$.

Информация об интенсивности пассажиропотока для каждого маршрута не является общедоступной. Поэтому инициализируем её случайным образом: назовем $pas_r = n(r) \cdot \xi_r[20, 50]$, где $\xi_r[L, R]$ — реализация случайной величины, равномерно распределённой на отрезке от L до R .

Функции оценки объёма вредных выбросов $co_r(Z)$ и объёма потреблённого горючего топлива $fu_r(Z)$, вообще говоря, могут иметь очень сложный вид. Однако эти функции, очевидно, монотонно возрастают. Поэтому для упрощения будем предполагать, что они линейны, а функция оценки положительного социально-экологического эффекта для одного маршрута выглядит как $v_r(Z) = w_r Z$.

3.1.6 Выходные данные

В текстовом файле *solutions.txt* в первой строке записывается целое неотрицательное число $|S|$ — количество найденных решений. Далее по очереди выводятся описания всех полученных решений.

Для каждого решения $x \in S$ с новой строки через пробел записываются значения критериев $V(x)$, $CC(x)$, $OC(x)$, $TP(x)$. Эти значения, хоть они и могут быть вычислены и их вывод необязателен, выводятся в файл для наглядности представления и сравнения решений.

Далее следует множество значений переменных $\{FR_{rb}(x)\}$, частот появления новых электробусов типа b на остановках маршрута r : сначала указывается количество, затем выписываются тройки $(id_r, id_b, FR_{rb}(x))$ (вещественное неотрицательное число)). Если какая-то пара (r, b) отсутствует в выходных данных, для неё полагается $FR_{rb}(x) = 0$.

С новой строки следует описание множества значений переменных $\{NC_{jc}(x)\}$, количеств новых зарядных станций типа c на остановке j : вначале идёт мощность множества, а затем записываются тройки $(id_j, id_c, NC_{jc}(x))$ (целое неотрицательное число)).

В конце описания решения x для каждой остановки $j \in N \setminus NO$ указаны множества L_j : вначале идентификатор остановки id_j , затем количество связей, а затем через пробел идентификаторы трансформаторных вершин, к которым должны быть подключена остановка j .

3.2 Детали программной реализации

При проектировании программной реализации методов решения задачи, изложенных в главе 2, были предъявлены следующие требования:

1. формат входных данных должен быть человекочитаемым, чтобы пользователь мог легко скорректировать данные или намеренно повлиять на ход работы алгоритма;
2. программная реализация должна работать эффективно на персональном компьютере;
3. интерфейс методов решения должен предусматривать возможности модификации параметров во время вычислительного эксперимента с целью получения новых решений.

В качестве языка программирования для реализации алгоритмов был выбран C++. Объектная ориентированность языка C++ обеспечивает гибкость архитектуры классов. Далее, программы, написанные на C++, имеют очень высокую скорость исполнения, так как они транслируются в машинный код целевой архитектуры процессора. Наконец, язык C++ поддерживается значительным числом разработчиков библиотек общего назначения и математических библиотек, что позволяет расширить функционал программы, не затрачивая при этом большого количества времени. Программные реализации методов решения также по необходимости могут привлекать дополнительные библиотеки. Книга [17] была использована как справочный материал по языку C++.

Входные данные посылаются на вход алгоритму в текстовых файлах, формат которых был рассмотрен в разделе 3.1. Каждому объекту, будь то электробус, зарядная станция, остановка, маршрут, трансформаторная вершина, заданы соответствующие характеристики, а также уникальный строковый идентификатор, который служит именем для обращения к объекту. Например, тип электробуса задаётся некоторым уникальным числом, которое для каждого маршрута указывается в списке типов, которые могут обслуживать этот маршрут.

После чтения данных из файлов информация об объектах модели структурированно хранится в объекте класса *Model*. Каждому объекту модели также соответствует объект того или иного класса в зависимости от типа объекта. Решением задачи является объект класса *Solution*, которое кодируется набором значений переменных (FR_{rb} , NC_{jc} и L_j), описанных в разделе 1.5.

Каждый алгоритм решения задачи наследуют абстрактный класс *Solver*. Будучи наследником класса *Solver*, любой объект класса алгоритм инициализи-

руется объектом *Model* при создании в конструкторе. Для получения множество решений у каждого наследника *Solver* реализован метод *solve()*, который может принимать начальное решение в качестве аргумента или не принимать аргументов вовсе. В последнем случае за начальное решения принимается решение x_0 без добавленных электробусов, зарядных станций, трансформаторов и связей.

Так как алгоритмы решения задачи могут сильно различаться по сути и по внутреннему устройству, то каждый из классов-наследников *Solver* может предоставлять дополнительные возможности по модификации параметров алгоритма с помощью отдельных методов. Такой расширяемый подход находит применение при вычислительном эксперименте, а также при подборе параметров.

Вывод множества найденных решений *Solution* осуществляется в текстовый файл в формате, описанном в подразделе 3.1.6. Перед выводом множества может быть дополнительно взято множество Парето от текущего множества для сокращения размера вывода.

3.3 Тестирование и сравнение методов решения

Все методы решения задачи, описанные в главе 2, тестировались на одном и том же наборе входных данных, описанном в разделе 3.1. Время исполнения на компьютере ограничивалось промежутком времени в 10 минут, после чего возвращалось множество Парето от множества полученных решений.

Для сужения неопределённости целей в многокритериальной задаче были ограничены два критерия: $CC(x) \leq 20\,000\,000 \text{ BYN}$, $OC(x) \leq 10\,000\,000 \text{ BYN}$. Такие ограничения продиктованы практическими соображениями об ограниченности бюджета при планировании перехода на электробусы. Эти ограничения позволяют свести трёхкритериальную задачу на шаге 8 алгоритма 1 (см. подраздел 2.1.1) к однокритериальной и упростить её решение.

В эвристике «без предпочтений» маршруты выбираются независимо с вероятностью $p_r = 0,05$, остальные распределения вероятностей равномерные, кроме p_{reja} , имеющих распределения Пуассона с параметром $\lambda = 2$. После нескольких запусков на выходе получается множество решений мощностью от 150 до 200, в зависимости от параметров алгоритма. В основном решения не содержат назначения на более чем 4 маршрута, но наибольшее число маршрутов с новыми электробусами составило 6 маршрутов. Попытки поднять p_r по крайней

мере до 0,1 приводят к тому, что количество допустимых решений резко уменьшается. Дело в том, что на шаге 2 выбирается слишком много маршрутов с обязательным назначением новых электробусов, а это не укладывается в бюджет. Уменьшение вероятностей p_r заставляет алгоритм 1 выбирать в среднем меньше маршрутов для назначения, что может оказаться менее оптимально.

На рисунке 2 изображён пример решения, найденного эвристикой «без предпочтений». Три электробуса типа 3 назначены на маршрут № 28 «Масюковщина — ДС Серова», два электробуса типа 2 и один электробус типа 4 назначены на маршрут № 18 «ДС Восточная — Новинки», четыре электробуса типа 2 назначены на маршрут № 102 «ДС Чижовка — Кирова». Построено по одной зарядной станции на конечных остановках «ДС Серова» и «ДС Восточная»; для маршрута № 102 зарядная станция уже есть на конечной остановке «Кирова».



Рисунок 2 — Пример решения, найденного рандомизированной эвристикой «без предпочтений»: три маршрута, две зарядные станции

В отличие от эвристики «без предпочтений», у «жадной» эвристики множество решений включает в себя около 500 решений. Но большинство этих решений имеют новые электробусы только на 2-3 маршрутах (уточнённый параметр: $p = 0,75$). «Жадная» эвристика склонна выбирать самые дешёвые электробусы и связи с наиболее дешёвыми трансформаторами, что приводит к отсутствию баланса между типами электробусов.

Для улучшения работы эвристики «без предпочтений» есть возможность корректировать вероятности для более частого «попадания» в допустимые решения. Для «жадной» эвристики (алгоритм 2) можно скорректировать критерий жадности, то есть при неоднозначности брать объекты, дающие наибольший положительный эффект.

Вспомогательная эвристика одиночного сброса маршрута (алгоритм 3) позволяет получить множество новых решений, в которых электробусы назначаются на новый маршрут. Однако следует отметить, что улучшение критериев в новых решениях получается незначительным. Это в большой степени связано со случайной природой псевдореальных тестовых данных, что мешает адекватной оценке полученных данных. Для улучшения работы эвристики одиночного сброса маршрута следует рассматривать решения, в которых сбалансировано количество маршрутов с новыми электробусами и количество единиц электро-транспорта.

Для тестирования поиска решений по линейной непрерывной модели была выполнена собственная реализация двухфазного симплекс-метода. Описание реализации симплекс-метода присутствует в книге [7]. Программа формирует каноническую форму задачи линейного программирования из неравенств и равенств из раздела 2.3.

Чтобы добиться получения различных решений, каждый раз перед запуском алгоритма веса маршрутов w_r умножались на значение случайной величины с равномерным распределением из отрезка [1; 5].

Также был уменьшен размер множества маршрутов: из 171 маршрута были оставлены 50 маршрутов случайным образом. Размер матрицы A задачи линейного программирования составил порядка 600 строк и 2000 столбцов. Поиск одного решения в среднем занимает 2-3 минуты.

По результатам анализа решений, полученных с помощью линейной непрерывной модели, можно сделать вывод, что предпочтение преимущественно отдаётся маршрутам с наибольшим произведением $w_r \cdot pas_r$. Это объясняется тем, что такие маршруты дают наибольший прирост целевой функции $V(x)$.

Значения переменных L_{ij} в отдельных случаях могут оказаться нецелыми. В таком случае мы считаем связь (i, j) установленной, но это может привести к тому, что к остановке по факту будет подключено более m трансформаторов. Средства самой линейной модели не позволяют устранить этот недостаток, однако такая ситуация встречается, как правило, не более чем для двух остановок в решении. Выходом в данной ситуации является генерация большого количества решений и отбор допустимых решений из полученных.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В ходе выполнения магистерской диссертации была изучена задача планирования перехода с традиционного общественного транспорта на электробусы. Описана общая математическая модель задачи, объектами которой являются электробусы различных типов, их инфраструктура, транспортная и электрическая сети, маршруты общественного транспорта. В рамках модели сформулирована задача оптимизации, в которой так называемый положительный эффект, общие затраты и энергопотребление являются критериями оптимизации. Рассмотрены некоторые методы, рандомизированные и детерминированные, позволяющие построить множество приближённых решений задачи, предоставляя возможность выбрать несколько решений. Для компьютерного тестирования подготовлен набор данных, близкий по содержанию к маршрутной сети города Минска. На полученном наборе данных проведено тестирование и выполнено качественное сравнение результатов работы эвристик. Таким образом, цель исследования и поставленные задачи можно считать выполненными.

В результате работы получен инструмент, который позволяет отыскивать множество начальных решений и использовать их при решении реальной задачи планирования. Данная работа может оказаться полезной при разработке плана внедрения электробусов в маршрутную сеть города. В свете стремительного распространения электробусов по городам Беларуси актуальность данной работы особенно высока.

Дальнейшие направления исследований по данной теме включают в себя: уточнение данных для более качественных вычислений, в том числе запрос данных у профильных организаций; усовершенствование модели с учётом различных стратегий зарядки батареи электробуса; применение имитационного моделирования для создания реальных дорожных условий при курсировании транспорта.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Виртуальное табло // Минсктранс [Электронный ресурс]. — 2021. — Режим доступа:
https://www.minsktrans.by/lookout_yard/Home/Index/minsk#/routes/bus. —
Дата доступа: 30.03.2021.
2. Габасов, Р. Методы оптимизации: пособие / Р.Ф. Габасов, Ф.М. Кириллова, В.В. Альсевич, А.И. Калинин, В.В. Крахотко, Н.С. Павленок // Мн.: Изд-во «Четыре четверти», 2011. — 472 с.
3. Электробусы // ВКМ Holding [Электронный ресурс]. — 2021. — Режим доступа: <https://bkm.by/catalog/elektrobusy/>. — Дата доступа: 30.03.2021.
4. Ahmad, A. A Review of the Electric Vehicle Charging Techniques, Standards, Progression and Evolution of EV Technologies in Germany / A. Ahmad, Z.A. Khan, M.S. Alam, S. Khateeb // Smart Science. — 2018. — No. 6(1). — P. 36-53.
5. Auger, A. Theory of Randomized Search Heuristics: Foundations and Recent Developments / A. Auger, B. Doerr // World Scientific. — 2011.
6. Collette, Y. Multiobjective Optimization: Principle and Case Studies / Y. Collette, P. Siarry // Springer Science & Business Media. — 2004.
7. Cormen, T.H. Introduction to Algorithms / T.H. Cormen, C.E. Leiserson, R.L. Rivest, C. Stein // MIT Press. — 2001. — 2nd Edition.
8. Ehrgott, M. Multicriteria Optimization / M. Ehrgott // Springer. — 2005. — 2nd Edition.
9. Eisel, M. Assessing the Potential of Different Charging Strategies for Electric Vehicle Fleets in Closed Transport Systems / M. Eisel, L.M. Kolbe, J. Schmidt // Energy Policy. — 2014. — No. 74. — P. 179-189.
10. Foltiński, M. Electric Fleets in Urban Logistics / M. Foltiński // Procedia – Social and Behavioral Sciences. — 2014. — No. 151. — P. 48-59.
11. Froger, A. New Formulations for the Electric Vehicle Routing Problem with Nonlinear Charging Functions / A. Froger, O. Jabali, G. Laporte, J. Mendoza // CIRRELT, Monreal. — 2018. — CIRRELT-2017-30.
12. Guschinsky, N. Optimal Planning of Conversion from Conventional to Electric Public Transport / N. Guschinsky, M.Y. Kovalyov, B. Rozin, Y. Shafransky // Мн., 2019. — 30 с. — (Препринт / Акад. наук Беларуси, Объед. ин-т проблем информатики).

13. Hung, J.-J. Optimal Charging Schedule Planning and Economic Analysis for Electric Bus Charging Stations / J.-J. Hung, R.-C. Leou // *Energies*. – 2017. – No. 10. – P. 483.
14. Lee, T.-J. Electric Vehicle Tour Planning / T.-J. Lee, C.-C. Lin, Y.-W. Wang // *Transportation Research Part D*. – 2018. – No. 63. – P. 121-136.
15. Marmaras, C. Simulation of Electric Vehicle Driver Behaviour in Road Transport and Electric Power Networks / C. Marmaras, E. Xydias, E. Cipcigan // *Transportation Research Part C*. – 2017 – No. 80. – P. 239-256.
16. Roy, B. Multicriteria Methodology for Decision Aiding, vol. 12 in *Nonconvex Optimization and Its Applications* / B. Roy // Kluwer Academic Publishers, Dordrecht. – 1996.
17. Schildt, H. C++: The Complete Reference / H. Schildt // Osborne. – 2003. – 4th Edition.
18. Steuer, R. Multiple Criteria Optimization: Theory, Computation and Application / R. Steuer // John Wiley & Sons, New York, NY. – 1985.
19. Taha, H.A. Operations Research: An Introduction / H.A. Taha // Pearson. – 2018 – 10th Edition.
20. Todorovic, M. Current State of the Transition to Electrical Vehicles / M. Todorovic, M. Simic // *Smart Innovation, Systems and Technologies*. – 2019. – No. 98. – P. 130-139.
21. Vincke, P. Multicriteria Decision Aid / P. Vincke // John Wiley & Sons, New York, NY. – 1992.
22. Wang, X. Assessing Feasibility of Electric Buses in Small and Medium-sized Communities / X. Wang, J.A. González // *International Journal of Sustainable Transportation*. – 2013. – No. 7. – P. 431-448.
23. Xylia, M. Developing a Dynamic Optimization Model for Electric Bus Charging Infrastructure / M. Xylia, S. Leduc, P. Patrizio et al. // *Transportation Research Procedia*. – 2017. – No. 27. – P. 776-783.