БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебной работе и образовательным инновациям
_______________ О.Н. Здрок
«30» июня 2020 г.

Регистрационный № УД- 9521 /уч.

ДИСКРЕТНАЯ МАТЕМАТИКА И ТЕОРИЯ ГРАФОВ

Учебная программа учреждения высшего образования
по учебной дисциплине для специальности

1-31 03 09 Компьютерная математика и системный анализ

2020 г.

Учебная программа составлена на основе ОСВО 1-31 03 09-2013 и учебного плана G31-137/уч. от 30.05.2013

СОСТАВИТЕЛИ:

Ю.М. Метельский, доцент кафедры математической кибернетики Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент.

РЕЦЕНЗЕНТЫ:

В.В. Лепин, ученый секретарь Государственного научного учреждения «Институт математики Национальной академии наук Беларуси», кандидат физико-математических наук, доцент;

Ю.Л. Орлович, заведующий кафедрой биомедицинской информатики Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент.

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:

Кафедрой математической кибернетики Белорусского государственного университета
(протокол № 8 от 25.03.2020);

Научно-методическим советом Белорусского государственного университета
(протокол № 5 от 17.06.2020).

Заведующий кафедрой
математической кибернетики ________________ А.Л. Гладков

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Термин “дискретная математика” происходит от латинского слова “discretus”, что в переводе означает “отдельный, разъединенный, разорванный, сложенный из отдельных частей, прерывный”.

Фактически математика как наука с самого своего рождения делится на континуальную и дискретную. К первой традиционно относят все то, что явно или неявно содержит идеи теории пределов и непрерывности. Ко второй – все остальное. Таким образом, в широком смысле к дискретной математике можно отнести арифметику, алгебру, теорию множеств, общую теорию отображений, комбинаторный анализ, теорию графов, математическую логику, теорию алгоритмов, теорию кодирования, теорию функциональных систем и многое другое.

Значение дискретной математики в настоящее время определяется многими факторами. Так, ее можно рассматривать в качестве теоретической основы компьютерной математики. Кроме того, модели и методы дискретной математики являются хорошим средством и языком для построения и анализа моделей в различных науках, включая химию, биологию, генетику, физику, социологию, психологию, экологию и др. Наконец, дискретная математика является важным звеном общего математического образования.

Учебная дисциплина “Дискретная математика и теория графов” состоит из двух разделов – “Дискретная математика” и “Теория графов”. Первый раздел представлен основами перечислительной комбинаторики, а также элементами теории булевых функций. На изложение материала второго раздела отводится большее количество часов, что вызвано следующими обстоятельствами.

Теория графов является одним из наиболее бурно развивающихся разделов дискретной математики, что в значительной степени обусловлено запросами стремительно расширяющейся области приложений. В теоретико-графовых терминах формулируется большое число задач, связанных с дискретными объектами. Такие задачи возникают при проектировании интегральных схем, схем управления и различного рода сетей, при исследовании автоматов, логических цепей, блок-схем программ, в экономике и статистике, теории расписаний и дискретной оптимизации. Фактически, теория графов стала существенной частью математического аппарата кибернетики, языком дискретной математики. В значительной степени через теорию графов происходит ныне проникновение математических методов в науку и технику.

Цели и задачи учебной дисциплины

Целью учебной дисциплины «Дискретная математика и теория графов» является обучение студентов базовым разделам дискретной математики.

Вместе с тем большое внимание уделяется вопросам применения дискретной математики к решению прикладных задач.

Развивающей целью учебной дисциплины является дальнейшее формирование у студентов навыков дискретного математического мышления и умения применять его в конкретных задачах.

Воспитательной целью учебной дисциплины является формирование у студентов стремления к получению знаний в области дискретной математики и их использованию при решении актуальных прикладных проблем современного общества.

Основными задачами, решаемыми в рамках изучения дисциплины «Дискретная математика и теория графов», являются изучение терминологии, основных утверждений и методов их доказательства, освоение методов решения типовых задач, а также ознакомление со способами моделирования практических задач в терминах задач из рассматриваемых разделов дискретной математики.

Учебная дисциплина относится **к циклу** специальных дисциплин (компонент учреждения образования).

Для понимания дисциплины студенту требуется минимум предварительных математических знаний и навыков. В частности, нужно иметь представление об общей теории отображений, начальных сведениях из теории множеств и линейной алгебры.

Требования к компетенциям

Освоение учебной дисциплины «Дискретная математика и теория графов» должно обеспечить формирование следующих академических, социально-личностных и профессиональных компетенций.

академические компетенции:

- АК-1. Уметь применять базовые научно-теоретические знания для решения теоретических и практических задач;
- АК-2. Владеть системным и сравнительным анализом;
- АК-3. Владеть исследовательскими навыками;
- АК-4. Уметь работать самостоятельно;
- АК-5. Быть способным порождать новые идеи (обладать креативностью);
- АК-8. Обладать навыками устной и письменной коммуникации;
- АК-9. Уметь учиться, повышать свою квалификацию в течение жизни;

социально-личностные компетенции:

- СЛК-2. Быть способным к социальному взаимодействию;
- СЛК-3. Обладать способностью к межличностным коммуникациям;
- СЛК-5. Быть способным к критике и самокритике;

профессиональные компетенции:

– ПК-1. Использовать фундаментальные математические знания в качестве основы при проведении прикладных исследований;
– ПК-2. Понять поставленную задачу, оценить ее корректность;
– ПК-3. Доказывать основные утверждения, выделять главные смысловые аспекты в доказательствах;
– ПК-4. Самостоятельно разрабатывать алгоритмы решения и их анализировать;
– ПК-5. Получать результат на основе анализа, его корректно формулировать, видеть следствия сформулированного результата;
– ПК-14. Использовать математические и компьютерные методы исследований при анализе современных естественнонаучных, экономических, социально-политических процессов.

В результате изучения дисциплины студент должен:

***знать*:** основные понятия и утверждения из рассматриваемых разделов дискретной математики;

***уметь*:** доказывать основные утверждения и применять их для решения типовых задач;

***владеть*:** основными методами решения типовых задач из рассматриваемых разделов дискретной математики.

Структура учебной дисциплины

Учебная программа предназначена для студентов очной формы получения образования.

Дисциплина изучается в 5-м семестре. Всего на изучение учебной дисциплины «Дискретная математика и теория графов» отведено 160 учебных часов, из которых 72 аудиторных, в том числе лекций – 36 часов, практических занятий – 32 часа, управляемая самостоятельная работа – 4 часа.

Трудоемкость учебной дисциплины составляет 4 зачетные единицы.

Форма текущей аттестации – зачет, экзамен.

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

Раздел 1. Дискретная математика

Тема 1.1. Комбинаторика.

1.1.1. Предмет комбинаторики. Комбинаторная конфигурация. Подсчет числа комбинаторных конфигураций. Логические правила комбинаторики.

1.1.2. Размещения и сочетания. Число r-размещений из n элементов. Число r-размещений с повторениями из n элементов. Число подмножеств конечного множества. Число r-сочетаний из n элементов. Биномиальная теорема и следствия из нее. Свойства биномиальных коэффициентов. Треугольник Паскаля.

1.1.3. Число r-сочетаний с повторениями из n элементов. Число упорядоченных $(r_1, r_2, ..., r_k)$-разбиений конечного множества. Две комбинаторные интерпретации этого числа. Полиномиальная теорема.

1.1.4. Метод включения и исключения, его применение.

Тема 1.2. Булевы функции.

1.2.1. Понятие булевой функции. Задание булевой функции с помощью таблицы истинности. Число булевых функций от n переменных. Элементарные булевы функции. Задание булевых функций с помощью логических формул. Основные логические равносильности.

1.2.2. Дизъюнктивные нормальные формы (ДНФ) и конъюнктивные нормальные формы (КНФ). Разложение Шеннона. Принцип двойственности.

1.2.3. Полиномиальные нормальные формы. Полином Жегалкина. Теорема о единственности представления булевой функции посредством полинома Жегалкина.

1.2.4. Замкнутые классы булевых функций. Полнота системы булевых функций. Теорема Поста.

Раздел 2. Теория графов

Тема 2.1. Базовая терминология.

2.1.1. Понятие графа. Способы задания графов. Изоморфизм графов. Помеченный граф. Лемма о рукопожатиях. Операции над графами. Подграфы, их типы.

2.1.2. Маршруты, их типы и основные свойства. Связная компонента. Представление графа в виде дизъюнктного объединения связных компонент. Число ребер в графе с фиксированными числами вершин и связных компонент.

2.1.3. Расстояние между вершинами в графе. Волновой алгоритм и его применение. Двудольные графы. Теорема Кёнига. Распознавание двудольности.

2.2. Деревья.

2.2.1. Деревья, эквивалентные определения.

2.2.2. Остов графа, его свойства. Теорема Кирхгофа о числе остовных деревьев.

2.3. Независимость и покрытия.

2.3.1. Независимое множество вершин. Оценки числа независимости. Клика.

2.3.2. Вершинные и реберные покрытия. Паросочетания. Соотношения между параметрами независимости и покрытия в произвольном графе. Теорема Галлаи.

2.3.3. Паросочетания в двудольных графах, теорема Холла.

2.4. *k*-Связные графы.

2.4.1. Связь между числами вершинной и реберной связностей графа. *k*-Связная компонента.

2.4.2. Блоки и точки сочленения, их свойства и взаимное расположение. Граф блоков и точек сочленения.

2.5. Обходы.

2.5.1. Эйлеровы графы. Критерий эйлеровости.

2.5.2. Гамильтоновы графы. Достаточные условия гамильтоновости.

2.6. Раскраски.

2.6.1. Вершинная раскраска, хроматическое число графа. Применение вершинной раскраски. Алгоритм последовательной раскраски.

2.6.2. Оценки хроматического числа. Теорема Зыкова. Теорема Брукса.

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Дневная форма получения образования

для специальности 1-31 03 09 Компьютерная математика и системный анализ

Номер раздела, темы	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов					Количество часов УСР	Литература	Форма контроля знаний
		Лекции	Практические занятия	Семинарские занятия	Лабораторные занятия	Иное			
1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**		**9**
1	**Дискретная математика**								
1.1	**Комбинаторика**	**8**	**7**				**1**		
1.1.1	Предмет комбинаторики. Комбинаторная конфигурация. Подсчет числа комбинаторных конфигураций. Логические правила комбинаторики.	2	1					[1, 4, 7]	Устный опрос
1.1.2	Размещения и сочетания. Число r-размещений из n элементов. Число r-размещений с повторениями из n элементов. Число подмножеств конечного множества. Число r-сочетаний из n элементов. Биномиальная теорема и следствия из нее. Свойства биномиальных коэффициентов. Треугольник Паскаля.	2	2					[1, 4, 7]	Экспресс-опрос
1.1.3	Число r-сочетаний с повторениями из n элементов. Число упорядоченных $(r_1, r_2, ..., r_k)$-разбиений конечного множества. Две комбинаторные интерпретации этого числа. Полиномиальная теорема.	2	2					[1, 4, 7]	Устный опрос

1.1.4	Метод включения и исключения, его применение.	2	2				1	[1, 4, 7]	Экспресс-опрос
1.2	**Булевы функции**	**8**	**7**				**1**		
1.2.1	Понятие булевой функции. Задание булевой функции с помощью таблицы истинности. Число булевых функций от *n* переменных. Элементарные булевы функции. Задание булевых функций с помощью логических формул. Основные логические равносильности.	2	2					[4, 6, 7]	Устный опрос
1.2.2	Дизъюнктивные нормальные формы (ДНФ) и конъюнктивные нормальные формы (КНФ). Разложение Шеннона. Принцип двойственности.	2	2					[4, 6, 7]	Устный опрос
1.2.3	Полиномиальные нормальные формы. Полином Жегалкина. Теорема о единственности представления булевой функции посредством полинома Жегалкина.	2	1					[4, 6, 7]	Коллоквиум
1.2.4	Замкнутые классы булевых функций. Полнота системы булевых функций. Теорема Поста.	2	2				1	[4, 6, 7]	Контрольная работа № 1 по темам 1.1, 1.2
2.	**Теория графов**								
2.1	**Базовая терминология**	**5**	**5**						
2.1.1	Понятие графа. Способы задания графов. Изоморфизм графов. Помеченный граф. Лемма о рукопожатиях. Операции над графами. Подграфы, их типы.	2	2					[2, 3, 5]	Устный опрос
2.1.2	Маршруты, их типы и основные свойства. Связная компонента. Представление графа в виде дизъюнктного объединения связных компонент. Число ребер в графе с фиксированными числами вершин и связных компонент.	2	2					[2, 3, 5]	Устный опрос
2.1.3	Расстояние между вершинами в графе. Волновой алгоритм и его применение. Двудольные графы. Теорема Кёнига. Распознавание двудольности.	1	1					[2, 3, 5]	Экспресс-опрос
2.2	**Деревья**	**2**	**1**						
2.2.1	Деревья, эквивалентные определения.	1	1					[2, 3, 5]	Устный опрос
2.2.2	Остов графа, его свойства. Теорема Кирхгофа о числе	1						[2, 3, 5]	Экспресс-опрос

	остовных деревьев.								
2.3	**Независимость и покрытия**	**4**	**4**						
2.3.1	Независимое множество вершин. Оценки числа независимости. Клика.	1	2					[2, 3, 5]	Устный опрос
2.3.2	Вершинные и реберные покрытия. Паросочетания. Соотношения между параметрами независимости и покрытия в произвольном графе. Теорема Галлаи.	2	1					[2, 3, 5]	Устный опрос
2.3.3	Паросочетания в двудольных графах, теорема Холла.	1	1					[2, 3, 5]	Экспресс-опрос
2.4	***k*-Связные графы**	**4**	**3**				**1**		
2.4.1	Связь между числами вершинной и реберной связностей графа. *k*-Связная компонента.	2	2					[2, 3, 5]	Устный опрос
2.4.2	Блоки и точки сочленения, их свойства и взаимное расположение. Граф блоков и точек сочленения.	2	1				1	[2, 3, 5]	Экспресс-опрос
2.5	**Обходы**	**2**	**2**						
2.5.1	Эйлеровы графы. Критерий эйлеровости.	1	1					[2, 3, 5]	Устный опрос
2.5.2	Гамильтоновы графы. Достаточные условия гамильтоновости.	1	1					[2, 3, 5]	Экспресс-опрос
2.6	**Раскраски**	**3**	**3**				**1**		
2.6.1	Вершинная раскраска, хроматическое число графа. Применение вершинной раскраски. Алгоритм последовательной раскраски.	2	2					[2, 3, 5]	Коллоквиум
2.6.2	Оценки хроматического числа. Теорема Зыкова. Теорема Брукса.	1	1				1	[2, 3, 5]	Контрольная работа № 2 по темам 2.1 – 2.6.
	ИТОГО	**36**	**32**				**4**		

ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Перечень основной литературы

1. Виленкин Н.Я., Виленкин А.Н., Виленкин П.А. Комбинаторика. – М.: ФИМА, МЦНМО, 2006. – 400 с.
2. Емеличев В.А., Мельников О.И., Сарванов В.И., Тышкевич Р.И. Лекции по теории графов. (Изд. второе, исправленное.) – М.: URSS. Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2009. – 392 с.
3. Емеличев В.А., Зверович И.Э., Мельников О.И., Сарванов В.И., Тышкевич Р.И. Теория графов в задачах и упражнениях (учебное пособие). – М.: URSS. Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2013. – 416 с.
4. Зуев Ю.А. По океану дискретной математики: От перечислительной комбинаторики до современной криптографии. Т. 1: Основные структуры. Методы перечисления. Булевы функции. – М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2012. – 274 с.
5. Зуев Ю.А. По океану дискретной математики: От перечислительной комбинаторики до современной криптографии. Т. 2: Графы. Алгоритмы. Коды, блок-схемы, шифры. – М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2012. – 368 с.
6. Супрун В.П. Основы теории булевых функций. – М.: ЛЕНАНД, 2017. – 208 с.
7. Яблонский С.В. Введение в дискретную математику: Учеб. Пособие для вузов / Под ред. В.А. Садовничего. – 4-е изд., стер. – М.: Высшая школа, 2003. – 384 с.

Перечень дополнительной литературы

1. Андерсон Дж. Дискретная математика и комбинаторика.: Пер. с англ. – М.: Издательский дом «Вильямс», 2004 – 960 с.
2. Асанов М.О., Баранский В.А., Расин В.В. Дискретная математика: графы, матроиды, алгоритмы: Учебное пособие. 2-е изд., испр. и доп. – СПб.: Издательство «Лань», 2010. – 368 с.
3. Гаврилов Г.П., Сапоженко А.А. Сборник задач по дискретной математике. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005. – 416 с.
4. Ерусалимский Я.М. Дискретная математика. Теория и практикум: Учебник. – СПб.: Издательство «Лань», 2018. – 476 с.
5. Новиков Ф.А. Дискретная математика для программистов. – СПб: Питер, 2000. – 304 с.
6. Свами М., Тхуласираман К. Графы, сети и алгоритмы: Пер. с англ. – М.: Мир, 1984. – 455 с.
7. Харари Ф. Теория графов: Пер с англ. – Изд. 2-е. – М.: Едиториал УРСС, 2003. – 296 с.

Перечень рекомендуемых средств диагностики и методика формирования итоговой оценки

С целью текущего контроля знаний студентов предусматривается проведение устных опросов, экспресс-опросов, коллоквиумов и контрольных работ. По итогам обучения в семестре проводятся зачет и экзамен.

Итоговая оценка формируется на основе:

1. Правила проведения аттестации студентов (Постановление Министерства образования Республики Беларусь №53 от 29.05.2012 г.).

2. Положения о рейтинговой системе оценки знаний по дисциплине в БГУ (Приказ ректора БГУ от 31.03.2020 № 189-ОД).

3. Критериев оценки знаний студентов по 10-балльной системе оценки (письмо Министерства образования от 22.12.2003 г.).

Формирование оценки за текущую успеваемость:

– устный опрос – 17 %;
– экспресс-опрос – 17 %;
– коллоквиум – 33 %;
– контрольная работа – 33 %.

Рейтинговая оценка по дисциплине рассчитывается на основе оценки текущей успеваемости и экзаменационной оценки с учетом их весовых коэффициентов. Вес оценки по текущей успеваемости составляет 30 %, экзаменационной оценки – 70 %.

Примерная тематика практических занятий

1. Подсчет числа комбинаторных конфигураций с помощью логических правил комбинаторики.
2. Решение задач с использованием формул для числа размещений и сочетаний.
3. Применение биномиальной теоремы и свойств биномиальных коэффициентов для решения комбинаторных задач.
4. Полиномиальная теорема и число упорядоченных $(r_1, r_2, ..., r_k)$-разбиений конечного множества с двумя комбинаторными интерпретациями этого числа.
5. Решение задач с использованием метода включения и исключения.
6. Решение задач на задание булевых функций с помощью таблиц истинности: распознавание логических равносильностей, тавтологий, противоречий, решение логических уравнений.
7. Решение задач на равносильные преобразования логических формул.
8. Построение ДНФ (СДНФ) и КНФ (СКНФ) с помощью таблиц истинности и с помощью равносильных логических преобразований.
9. Решение задач на нахождение полинома Жегалкина булевой функции.
10. Распознавание полноты системы системы булевых функций при помощи теоремы Поста.

11. Разбор первоначальных понятий теории графов. Распознавание изоморфных графов. Нахождение различных типов подграфов графа.
12. Связность, связная компонента. Нахождение графов с максимальным (минимальным) числом ребер при фиксированных числах вершин и связных компонент.
13. Решение задач на использование волнового алгоритма: нахождение расстояния от вершины до всех остальных вершин графа, выделение связных компонент, распознавание двудольности графа.
14. Решение задач на использование эквивалентных определений дерева. Нахождение числа остовных деревьев связного графа с помощью теоремы Кирхгофа.
15. Независимость и покрытия в произвольных графах, оценки соответствующих инвариантов, соотношения между этими инвариантами.
16. Использование теоремы Холла для распознавания существования паросочетания в двудольном графе, покрывающем фиксированную долю.
17. Нахождение чисел вершинной и реберной связностей графа. Выделение блоков, 2- и 3-связных компонент в графе. Построение графа блоков и точек сочленения заданного графа.
18. Решение задач, использующих критерий эйлеровости графа.
19. Задачи на гамильтоновы графы, достаточные условия гамильтоновости.
20. Задачи на оценки хроматического числа графа, алгоритм последовательной раскраски графа.

Примерный перечень заданий для управляемой самостоятельной работы студентов

Раздел 1. Дискретная математика

Тема 1.1. Комбинаторика.

1. Используя метод включения и исключения, получить формулу для числа сюръективных отображений $f : X \to Y$, где $|X| = n$, $|Y| = m$, $n \geq m$. Предполагается вначале, в качестве подзадачи, с помощью логического правила произведения получить формулу для числа произвольных отображений $f : X \to Y$, где $|X| = n$, $|Y| = m$.
2. Пусть $\varphi(n)$ – значение функции Эйлера для натурального числа n (т.е. $\varphi(n)$ – количество таких натуральных чисел m, $m \leq n$, которые взаимно просты с n). Подсчитать значение $\varphi(n)$, если p_1, p_2, …, p_k – все простые делители числа n.

Тема 1.2. Булевы функции.

1. Найти формулу для числа булевых функций от n переменных, которые: 1) сохраняют константу 0; 2) сохраняют константу 1; 3) являются самодвойственными; 4) являются линейными.
2. Доказать, что из каждой немонотонной булевой функции от n переменных с помощью подстановки вместо ее переменных 0, 1 или x можно получить функцию $\overline{x}$.

Форма контроля – контрольная работа № 1 по темам 1.1, 1.2.

Раздел 2. Теория графов

Тема 2.4. *k*-Связные графы.

1. Доказать, что число точек сочленения произвольного графа G не превосходит $|G| - 2$. В качестве вспомогательных утверждений можно использовать следующие:
   – доказать, что для любого ребра e, принадлежащего некоторому циклу графа G, число точек сочленения графа G не превосходит числа точек сочленения графа $G - e$;
   – доказать, что каждый остов графа G может быть получен последовательным удалением ребер $e_1, e_2, \ldots, e_m$ таких, что ребро e_i принадлежит некоторому циклу графа $G - e_{i-1}$.
2. Доказать, что число блоков связного графа выражается следующей формулой
$$1+\sum_{v\in V(G)}\left(b(v)-1\right),$$
   где $b(v)$ – число блоков графа G, содержащих вершину v. Для доказательства рекомендуется использовать:
   – понятие графа $bc(G)$ блоков и точек сочленения графа G;
   – утверждение о том, что для связного графа G граф $bc(G)$ является деревом;
   – соотношение между числом вершин и ребер дерева.

Тема 2.6. Раскраски.

1. Доказать, что для произвольного графа G порядка n выполняется неравенство $\chi(G)+\chi(\bar{G})\le n+1$, где $\chi(G)$ – хроматическое число графа G. При доказательстве методом математической индукции по n в качестве вспомогательного утверждения предполагается доказать, что если для вершины v графа G выполняется неравенство $\chi(G-v)<\chi(G)$, то $\deg(v)\ge\chi(G)-1$.

Форма контроля – контрольная работа № 2 по темам 2.1 – 2.6.

Примерная тематика контрольных работ

- Контрольная работа № 1. «Комбинаторика и булевы функции: размещения и сочетания; свойства биномиальных коэффициентов; упорядоченные $(r_1, r_2, \ldots, r_k)$-разбиения конечного множества; полиномиальная теорема; метод включения и исключения; способы задания булевых функций; равносильные логические формулы; дизъюнктивные и конъюнктивные нормальные формы; полином Жегалкина; замкнутые классы булевых функций; полнота системы булевых функций».

- Контрольная работа № 2. «Теория графов: изоморфизм графов; подграфы; связный граф; связь между числами вершин, ребер и связных компонент графа; связь между матрицами смежности изоморфных графов; волновой алгоритм; двудольные графы; свойства остовов; эквивалентные определения деревьев; теорема Кирхгофа о числе остовных деревьев; связи между параметрами независимости и покрытия, их оценки; выделение в заданном графе малого порядка 2-связных и 3-связных компонент; дерево блоков и точек сочленения; обходы в графах; алгоритм последовательной раскраски; оценки хроматического числа».

Описание инновационных подходов и методов к преподаванию учебной дисциплины

При организации образовательного процесса используется *эвристический подход*, который предполагает:

– осуществление студентами личностно-значимых открытий окружающего мира;
– демонстрацию многообразия решений большинства профессиональных задач и жизненных проблем;
– творческую самореализацию обучающихся в процессе создания образовательных продуктов;
– индивидуализацию обучения через возможность самостоятельно ставить цели, осуществлять рефлексию собственной образовательной деятельности.

Наиболее эффективной предполагается следующая форма реализации эвристического подхода: доказательства громоздких теорем, а также решения сложных задач разбиваются на этапы, после чего обучаемые подводятся к самостоятельному определению действий на этапах.

При организации образовательного процесса используется также *практико-ориентированный подход,* который предполагает:

– освоение содержания образования через решение практических задач;
– приобретение навыков эффективного выполнения разных видов профессиональной деятельности;
– ориентацию на генерирование идей, реализацию групповых студенческих проектов, развитие предпринимательской культуры;
– использованию процедур, способов оценивания, фиксирующих сформированность профессиональных компетенций.

Методические рекомендации по организации самостоятельной работы обучающихся

При изучении учебной дисциплины рекомендуется использовать следующие формы самостоятельной работы:

– поиск (подбор) и обзор литературы и электронных источников по индивидуально заданной теме дисциплины;
– выполнение домашнего задания;
– проведение научно-исследовательских работ;
– подготовка к участию в научных и научно-практических конференциях и конкурсах.

Примерный перечень вопросов к экзамену

1. Предмет комбинаторики. Комбинаторная конфигурация. Подсчет числа комбинаторных конфигураций. Логические правила комбинаторики (суммы, произведения и биекции).
2. Число r-размещений из n элементов. Число r-размещений с повторениями из n элементов.
3. Число подмножеств конечного множества.
4. Число r-сочетаний из n элементов. Биномиальная теорема и следствия из нее.
5. Свойства биномиальных коэффициентов. Треугольник Паскаля.
6. Число упорядоченных $(r_1, r_2, ..., r_k)$-разбиений конечного множества. Две комбинаторные интерпретации этого числа.
7. Полиномиальная теорема.
8. Число r-сочетаний с повторениями из n элементов.
9. Метод включения и исключения, его применение.
10. Понятие булевой функции. Задание булевой функции с помощью таблицы истинности. Число булевых функций от n переменных.
11. Элементарные булевы функции.
12. Задание булевых функций с помощью логических формул. Основные логические равносильности.
13. Дизъюнктивные нормальные формы (ДНФ).
14. Конъюнктивные нормальные формы (КНФ).
15. Разложение Шеннона. Принцип двойственности.
16. Полиномиальные нормальные формы. Полином Жегалкина. Теорема о единственности представления булевой функции посредством полинома Жегалкина.
17. Замыкание класса булевых функций. Пять основных замкнутых классов булевых функций.
18. Полнота системы булевых функций. Теорема Поста о полноте системы булевых функций (доказательство необходимости).
19. Теорема Поста о полноте системы булевых функций (доказательство достаточности).
20. Графы и способы их задания (аналитический, графический, матричный). Степень вершины графа. Лемма о рукопожатиях.
21. Изоморфизм графов. Связь между матрицами смежности изоморфных графов. Помеченный граф.
22. Операции над графами. Подграфы, их типы.

23. Маршруты, их типы и основные свойства.
24. Связная компонента графа. Представление графа в виде дизъюнктного объединения связных компонент.
25. Число связных компонент в графе, получающемся из заданного связного графа удалением ребра.
26. Число ребер в графе с фиксированными числами вершин и связных компонент.
27. Волновой алгоритм и его применение.
28. Двудольные графы. Критерий двудольности Кёнига.
29. Деревья: эквивалентные определения.
30. Остов графа и его свойства.
31. Теорема Кирхгофа о числе остовных деревьев связного помеченного графа.
32. Независимое множество вершин. Оценки числа независимости. Приближенный алгоритм построения наибольшего независимого множества вершин.
33. Вершинные и реберные покрытия. Паросочетания. Соотношения между параметрами независимости и покрытия в произвольном графе. Теорема Галлаи.
34. Паросочетания в двудольных графах. Теорема Холла о существовании паросочетания, покрывающего долю двудольного графа.
35. Связь между числами вершинной и реберной связностей графа.
36. k-Связная компонента графа. Пересечение k-связных компонент.
37. Блоки и точки сочленения, их свойства и взаимное расположение. Граф блоков и точек сочленения.
38. Эйлеровы графы. Критерий эйлеровости.
39. Гамильтоновы графы. Достаточные условия гамильтоновости.
40. Вершинная раскраска и хроматическое число графа, их применение. Алгоритм последовательной раскраски.
41. Оценка хроматического числа графа через плотность. Теорема Зыкова.
42. Оценка хроматического числа графа через число независимости.
43. Оценка хроматического числа графа, связанные со степенями вершин. Теорема Брукса.

ПРОТОКОЛ СОГЛАСОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ УВО

Название учебной дисциплины, с которой требуется согласование	Название кафедры	Предложения об изменениях в содержании учебной программы учреждения высшего образования по учебной дисциплине	Решение, принятое кафедрой, разработавшей учебную программу (с указанием даты и номера протокола)

ДОПОЛНЕНИЯ И ИЗМЕНЕНИЯ К УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЕ
на _____/_____ учебный год

№№ пп	Дополнения и изменения	Основание

Учебная программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры математической кибернетики (протокол № ____ от ________ 20__ г.)

Заведующий кафедрой

_________________________ _________________ _____________________
(ученая степень, звание) (подпись) (И.О. Фамилия)

УТВЕРЖДАЮ
Декан факультета

_________________________ _________________ _____________________
(ученая степень, звание) (подпись) (И.О. Фамилия)