

БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной работе
и образовательным инновациям

О.Н. Здрок

2020 г.

Регистрационный № УД- 9464/уч.



ОСНОВАНИЯ ГЕОМЕТРИИ

Учебная программа учреждения высшего образования
по учебной дисциплине для специальности

1-31 03 01 Математика (по направлениям)

Направление специальности:

1-31 03 01-02 Математика (научно-педагогическая деятельность)

2020 г.

Учебная программа составлена на основе образовательного стандарта ОСВО 1-31 03 01-2013 и учебных планов по направлению специальности: 1-31 03 01-02 Математика (научно-педагогическая деятельность) № G31-138/уч. и.№ G313-183/уч. от 30.05.2013.

СОСТАВИТЕЛЬ:

Глеб Олегович Кукрак - старший преподаватель кафедры геометрии, топологии и методики преподавания математики Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук

РЕЦЕНЗЕНТЫ:

Владимир Владимирович Шлыков – профессор Белорусского государственного педагогического университета, доктор педагогических наук, кандидат физико-математических наук, профессор

Валерий Владимирович Курсов – доцент кафедры высшей алгебры и защиты информации Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:

Кафедрой геометрии, топологии и методики преподавания математики (протокол № 11 от 14.05.2020)

Научно-методическим Советом БГУ
(протокол № 5 от 17.06.2020)

Зав. кафедрой геометрии, топологии
и методики преподавания математики

Д.Ф. Базылев

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Цели и задачи учебной дисциплины

Целью учебной дисциплины является изучение аксиоматического построения евклидовой геометрии и геометрии Лобачевского, а также знакомство с некоторыми фактами геометрии Лобачевского.

Задача дисциплины - ознакомление студентов с доказательствами тех теорем евклидовой геометрии, которые в школьном материале математики излагаются недостаточно строго, а также с некоторыми фактами геометрии Лобачевского.

Связь дисциплины «Основания геометрии» с такими дисциплинами, как «Аналитическая геометрия» и «Дифференциальная геометрия и топология» позволяет глубже понять смысл некоторых понятий и конструкций, рассматриваемых в рамках этих дисциплин.

Место учебной дисциплины в системе подготовки специалиста с высшим образованием.

Учебная дисциплина относится к циклу специальных дисциплин компонента учреждения высшего образования.

В процессе изучения дисциплины с появлением новых геометрий учащиеся значительно расширяют свой математический кругозор, учатся доказывать теоремы и проводить вычисления, основываясь на неевклидовых метриках. В лекциях и на практических занятиях необходимо использовать конструкции и результаты аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, а также таких дисциплин, как *«Алгебра и теория чисел»*, *«Математический анализ»*, *«Дифференциальные уравнения»*, *«Теория функций комплексных переменных»*.

Требования к компетенциям

Освоение учебной дисциплины *«Основания геометрии»* должно обеспечить формирование следующих академических, социально-личностных и профессиональных компетенций:

академические компетенции:

АК-1. Уметь применять базовые научно-теоретические знания для решения теоретических и практических задач;

АК-3. Владеть исследовательскими навыками.

АК-4. Уметь работать самостоятельно.

социально-личностные компетенции:

СЛК-3. Обладать способностью к межличностным коммуникациям.

СЛК-6. Уметь работать в команде.

профессиональные компетенции:

ПК-5. Заниматься аналитической и научно-исследовательской деятельностью в области математики и информационных технологий.

ПК-6. Использовать и развивать современные информационные технологии и средства автоматизации управленческой деятельности.

В результате изучения дисциплины *«Основания геометрии»* студенты должны:

знать:

аксиоматическое обоснование евклидовой геометрии и геометрии Лобачевского,

уметь:

применять знания из области оснований геометрии при подготовке к проведению уроков и факультативных занятий в школе,

владеть:

основными принципами, лежащими в основе аксиоматического построения геометрии.

Структура учебной дисциплины

Дисциплина изучается в 6 семестре дневной формы получения высшего образования и в 9 семестре заочной формы получения образования. Всего на изучение учебной дисциплины *«Основания геометрии»* отведено:

– для очной формы получения высшего образования – 80 часов, в том числе 46 аудиторных часов, из них: лекции – 34 часа, практические занятия – 10 часов, управляемая самостоятельная работа – 2 часа.

– для заочной формы получения высшего образования – 12 аудиторных часов, из них лекции – 8 часов, лабораторные занятия – 4 часа.

Трудоемкость учебной дисциплины составляет 2 зачетные единицы.

Форма текущей аттестации по учебной дисциплине – зачет.

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

Раздел 1. Историческое введение.

1.1. История проблемы пятого постулата Евклида.

Аксиоматика Евклида. Исторический анализ аксиом Евклида, проблема 5 постулата. Открытие неевклидовой геометрии и дальнейшие исследования в области оснований геометрии.

Раздел 2. Евклидова геометрия.

2.1. Аксиомы принадлежности и порядка и следствия из них.

Взаимное расположение прямых и плоскостей. Порядок точек на прямой. Полупрямая и полуплоскость. Треугольники и многоугольники.

2.2. Аксиомы движений.

Конгруэнтность (равенство) углов и треугольников. Три признака равенства треугольников. Середины отрезков. Прямые углы. Теоремы, которые могут быть доказаны на основе аксиом первых трёх групп.

2.3. Аксиома непрерывности.

Сравнение отрезков и углов. Измерение отрезков и углов.

2.4. Аксиома параллельности.

Примеры теорем, для доказательства которых необходима теорема непрерывности.

2.5. Непротиворечивость системы аксиом евклидовой геометрии.

Модели евклидовой геометрии. Доказательство непротиворечивости евклидовой аксиоматики. Точечно-векторная аксиоматика.

2.6. Измерение площадей.

Понятие площади фигуры. Различные подходы к измерению площадей.

Раздел 3. Абсолютная геометрия.

3.1. Примеры теорем абсолютной геометрии. Сумма углов треугольника в абсолютной геометрии.

Раздел 4. Геометрия Лобачевского.

4.1. Аксиоматика геометрии Лобачевского.

Система аксиом геометрии Лобачевского. Простейшие следствия из аксиом геометрии Лобачевского. Сравнение аксиоматик двух геометрий.

4.2. Взаимное расположение прямых на плоскости Лобачевского.

Параллельные и расходящиеся прямые на плоскости Лобачевского. Угол параллельности. Функция Лобачевского.

4.3. Окружность, эквидистанта и орицикл.

Три типа пучков прямых на плоскости Лобачевского. Окружность, эквидистанта и орицикл как ортогональные траектории пучков прямых.

4.4. Плоскость Лобачевского и псевдосфера.

Построение псевдосферы. Геодезические на псевдосфере. Выполнимость аксиом геометрии Лобачевского на псевдосфере.

Раздел 5. Модель Пуанкаре плоскости Лобачевского.

5.1. Инверсии на евклидовой плоскости и их свойства.

Преобразование инверсии евклидовой плоскости и ее основные свойства
Инверсии и дробно-линейные преобразования на расширенной комплексной плоскости.

5.2. Модель Пуанкаре плоскости Лобачевского.

Построение модели Пуанкаре. Непротиворечивость геометрии Лобачевского.
Измерение отрезков и углов в модели Пуанкаре. Некоторые факты геометрии Лобачевского в модели Пуанкаре.

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ **Дневная форма получения образования**

Номер раздела, темы	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов					Материальное обеспечение занятия (наглядные пособия и др.)	Литература	Формы контроля знаний
		лекции	практические (семинарские) занятия	лабораторные занятия	Количество часов УСР				
1	2	3	4	5	6	7	8	9	
1	Историческое введение								
1.1	История проблемы пятого постулата Евклида.	2					[1], [2]	Опрос	
2	Евклидова геометрия								
2.1	Аксиомы принадлежности и порядка и следствия из них	2	2				[1], [2]	Опрос	
2.2	Аксиомы движений.	4	2				[1], [2]	Опрос	
2.3	Аксиома непрерывности. Измерение отрезков и углов.	4	2				[1], [2]	Опрос	
2.4	Аксиома параллельности.	2	2				[1], [2]	Опрос	
2.5	Непротиворечивость системы аксиом евклидовой геометрии.	2					[1], [2], [3]	Опрос	
2.6	Измерение площадей.	2					[3]	Опрос	
3	Абсолютная геометрия								
3.1	Примеры теорем абсолютной геометрии. Сумма углов треугольника в абсолютной геометрии.	2					[1], [2]	Опрос, коллоквиум	
4	Геометрия Лобачевского								

4.1	Аксиоматика геометрии Лобачевского.	2						[1]	Опрос
4.2	Взаимное расположение прямых на плоскости Лобачевского.	4	2					[1]	Опрос
4.3	Окружность, эквидистанта и орицикл.	2						[1]	Опрос
4.4	Плоскость Лобачевского и псевдосфера.	2							
5	Модель Пуанкаре плоскости Лобачевского								
5.1	Инверсии на евклидовой плоскости и их свойства	2						[1]	Опрос
5.2	Модель Пуанкаре плоскости Лобачевского	2				2		[1]	Опрос, решение задач

Заочная форма получения образования

Номер раздела, темы, занятия	Название раздела, темы, занятия; перечень изучаемых вопросов	Количество аудиторных часов					Материальное обеспечение занятия (наглядные, методические пособия и др.)	Литература	Формы контроля знаний
		лекции	практические (семинарские)	лабораторные занятия	контролируемая самостоятельная работа студента	7			
1	2	3	4	5	6	7	8	9	
1	Историческое введение								
1.1	История проблемы пятого постулата Евклида.	2					[1], [2]	опрос	
2	Евклидова геометрия								
2.1	Аксиомы принадлежности и порядка и следствия из них.			1			[1], [2]	опрос, решение задач	
2.2	Аксиомы движений.								
2.3	Аксиома непрерывности. Измерение отрезков и углов.			1			[1], [2]	опрос	
2.4	Аксиома параллельности.								
2.5	Непротиворечивость системы аксиом евклидовой геометрии. Точечно-векторная аксиоматика.	1					[1], [2], [4]		
3	Абсолютная геометрия								
3.1	Примеры теорем абсолютной геометрии. Сумма углов треугольника в абсолютной геометрии	1					[1], [2]		
4	Геометрия Лобачевского								
4.1	Аксиоматика геометрии Лобачевского.	2					[1], [3]	опрос	
5	Модель Пуанкаре плоскости Лобачевского								

5.1	Инверсии на евклидовой плоскости и их свойства				2			[1]	опрос, решение задач
5.2	Модель Пуанкаре плоскости Лобачевского.	2						[1]	опрос

ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Основная литература

1. Морозова Е.А., Скляренко Е.Г. Аналитическая геометрия. Москва, МЦНМО, 2017.
2. Прасолов В.В. Геометрия Лобачевского – М., МЦНМО, 2004, 88 с.
3. Ефимов Н.В. **Высшая геометрия**. Москва, «Наука», 1971.
4. Погорелов А.В. **Основания геометрии**. Москва, «Наука», 1968.
5. Базылев В.Т., Дуничев К.И. **Геометрия**, т 2. Москва, «Просвещение», 1975.

Дополнительная литература

1. Широков П.А. **Краткий очерк основ геометрии Лобачевского**. Москва, «Наука», 1983.
2. Александров А.Д., Нецветаев Н.Ю. **Геометрия**. Москва, «Наука», 1990.
3. Погорелов А.В. **Геометрия**. Москва, «Наука», 1984.

Перечень рекомендуемых средств диагностики и методика формирования итоговой оценки

Для диагностики компетенций используются следующие формы:

- опрос;
- коллоквиум;
- решение задач.

При оценке результатов опроса следует обращать внимание на точность формулировок определений, условий и заключений теорем, умение привести примеры и решить несложные задачи.

При оценке решения задач лабораторных работ и индивидуальных заданий обращается внимание на точность ответа, скорость решения и выбор оптимального алгоритма решения.

При проведении коллоквиума оценивается понимание студентами роли определяемых понятий, сути доказываемых утверждений, умение приводить примеры.

Формой текущей аттестации по дисциплине «Основания геометрии» учебным планом предусмотрен зачет.

Рекомендуется ставить зачет студенту при условии, что его средняя оценка по совокупности указанных выше пунктов выше 5 баллов, при условии, что оценка ответа на коллоквиуме берется с весом 1,5.

Примерный перечень заданий для управляемой самостоятельной работы студентов

Тема 5.2 Модель Пуанкаре плоскости Лобачевского (2 ч).

Каждому студенту предлагается индивидуальное задание, состоящее из двух заданий из учебного пособия [2]: одна задача выбирается среди №№ 1 – 19 п. 3. *Модели геометрии Лобачевского* и вторая – среди задач №№ 1 – 22 п.4 *Гиперболическая элементарная геометрия*.

Форма контроля – решение задач.

Методические рекомендации по организации и выполнению самостоятельной работы студентов

В процессе самостоятельной работы по дисциплине «Основания геометрии» студент должен выполнять следующие виды внеаудиторной деятельности:

- изучение и конспектирование материала, вынесенного на лекциях и лабораторных занятиях на самостоятельное изучение по источникам основной и дополнительной литературы;
- выполнение домашних заданий;
- подготовка к различным формам промежуточной и итоговой аттестации (коллоквиуму и зачету).

Контроль самостоятельной работы по дисциплине «Основания геометрии» осуществляется в следующих формах:

- опрос на аудиторных занятиях;
- проверка решения задач при проведении лабораторных работ и оценке индивидуальных заданий;
- коллоквиум.

Описание инновационных подходов и методов к преподаванию учебной дисциплины

При организации образовательного процесса используется **практико-ориентированный подход**, который предполагает:

- освоение содержания образования через решения практических задач;
- приобретение навыков эффективного выполнения разных видов профессиональной деятельности;
- ориентацию на генерирование идей, реализацию групповых студенческих проектов, развитие предпринимательской культуры;
- использованию процедур, способов оценивания, фиксирующих сформированность профессиональных компетенций.

Кроме того, используется **метод анализа конкретных ситуаций (кейс-метод)**, который предполагает:

- приобретение студентом знаний и умений для решения практических задач;
- анализ ситуации, используя профессиональные знания, собственный опыт, дополнительную литературу и иные источники.

Примерный перечень вопросов к зачёту

1. История проблемы пятого постулата Евклида. Примеры утверждений, эквивалентных пятому постулату. Решение проблемы пятого постулата. Открытие неевклидовой геометрии.
2. Аксиоматика евклидовой геометрии: аксиомы принадлежности и порядка и следствия из них.
3. Аксиоматика евклидовой геометрии: аксиомы движений. Следствия из аксиом первых трёх групп.
4. Аксиоматика евклидовой геометрии: аксиома непрерывности. Принцип Архимеда и принцип Кантора. Измерение отрезков и углов.
5. Аксиоматика евклидовой геометрии: аксиома параллельности. Примеры теорем, для доказательства которых она необходима.
6. Непротиворечивость системы аксиом евклидовой геометрии.
7. Измерение площадей на евклидовой плоскости.
8. Абсолютная геометрия и примеры её теорем. Сумма углов треугольника в абсолютной геометрии.
9. Система аксиом геометрии Лобачевского и простейшие следствия из неё.
10. Особенности взаимного расположения прямых на плоскости Лобачевского. Окружность, эквидистанта и орицикл.
11. Модель Пуанкаре плоскости Лобачевского. Непротиворечивость геометрии Лобачевского.
12. Измерение отрезков и углов в модели Пуанкаре.
13. Некоторые факты геометрии Лобачевского в модели Пуанкаре.

**ПРОТОКОЛ СОГЛАСОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ ПО
ИЗУЧАЕМОЙ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ С ДРУГИМИ
ДИСЦИПЛИНАМИ СПЕЦИАЛЬНОСТИ**

Название дисциплины, с которой требуется согласование	Название кафедры	Предложения об изменениях в содержании учебной программы учреждения высшего образования по учебной дисциплине	Решение, принятое кафедрой, разработавшей учебную программу (с указанием даты и номера протокола)*
Методика преподавания математики	Кафедра геометрии, топологии и методики преподавания математики	нет	Вносить изменения не требуется (протокол № 11 от 14. 05.2020)

ДОПОЛНЕНИЯ И ИЗМЕНЕНИЯ К УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЕ ПО ИЗУЧАЕМОЙ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ

на ____/____ учебный год

№№ пп	Дополнения и изменения	Основание

Учебная программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры
____ (название кафедры) (протокол № ____ от ____ 201_ г.)

Заведующий кафедрой

____ (ученая степень, ученое звание) _____ (подпись) _____ (И.О.Фамилия)

УТВЕРЖДАЮ
Декан факультета

____ (ученая степень, ученое звание) _____ (подпись) _____ (И.О.Фамилия)