

БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной работе и
образовательным инновациям

О.Н. Здрок

« 30 » 2020 г.

Регистрационный № УД- 9455 /уч.

КЛАССИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ В ЗАДАЧАХ ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ

Учебная программа учреждения высшего образования
по учебной дисциплине для специальности:

1-31 03 01 Математика (по направлениям)

Направление специальности:

1-31 03 01-02 Математика (научно-педагогическая деятельность)

2020 г.

Учебная программа составлена на основе образовательного стандарта ОСВО 1-31 03 01-2013, утвержденного 30.08.2013, и учебного плана G31-138/уч. от 30.05.2013.

СОСТАВИТЕЛИ:

Воронович Игорь Иванович – доцент кафедры высшей алгебры и защиты информации механико-математического университета Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук.

РЕЦЕНЗЕНТ:

Васильев Денис Владимирович, заведующий отделом теории чисел Института математики Национальной академии наук Республики Беларусь, кандидат физико-математических наук.

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:

Кафедрой высшей алгебры и защиты информации
(протокол № 11 от 22.05.2020)

Научно-методическим советом
Белорусского государственного университета
(протокол № 5 от 17.06.2020)

Зав. кафедрой высшей алгебры
и защиты информации, профессор



В.В. Беняш-Кривец

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Цели и задачи учебной дисциплины

Учебная дисциплина «Классические аспекты высшей математики в задачах элементарной математики» посвящена рассмотрению ряда классических фактов и теорем высшей математики с точки зрения их применения как к решению задач элементарной школьной математики, так и к решению олимпиадных задач. Хотя круг таких задач достаточно широк, предлагается выделить несколько классов задач, для решения которых можно эффективно применять ряд классических результатов высшей математики.

Цель учебной дисциплины – представить студентам-педагогам некоторые классические аспекты высшей алгебры, теории чисел и геометрии в преподавании школьной математики, в том числе "нестандартной" школьной математики, изложить избранные результаты высшей математики, эффективно применяемые в задачах элементарной математики.

Образовательная цель: знакомство с фундаментальными понятиями и результатами высшей алгебры, геометрии и теории чисел, успешно применимыми в курсе школьной, а также олимпиадной математики.

Развивающая цель: формирование у студентов основ математического мышления, знакомство с методами математических доказательств, обучение студентов-педагогов умению применять классические математические результаты в преподавании школьной математики, привитие умения самостоятельно изучать учебную и научную литературу.

Основные задачи, решаемые в рамках изучения дисциплины «Классические аспекты высшей математики в задачах элементарной математики»:

- ознакомить студентов-педагогов с рядом классических результатов высшей математики, эффективно применяемых в задачах элементарной математики и в задачах олимпиадного характера;
- углубить понимание фундаментальных понятий высшей математики и расширить область их применения;
- развить у студентов аналитическое мышление и общую математическую культуру;
- привить студентам умение самостоятельно изучать учебную и научную литературу в области математики и ее приложений.

В результате изучения учебной дисциплины студент должен:

знать:

– основные понятия и результаты классической алгебры, геометрии и теории чисел;

– методы доказательств важнейших результатов, изучаемых в рамках учебной дисциплины «Классические аспекты высшей математики в задачах

элементарной математики»;

- области применения этих результатов в школьной математике;

уметь:

- выполнять работу с комплексными числами и многочленами;

- решать простейшие диофантовы уравнения;

- решать соответствующие геометрические задачи с привлечением алгебро-аналитических подходов;

владеть:

- основными навыками решения задач, связанных с применением идей и результатов классической алгебры, геометрии и теории чисел;

- методами доказательств основных теорем, встречающихся в курсе «Классические аспекты высшей математики в задачах элементарной математики»;

- навыками самообразования и способами использования аппарата алгебры, геометрии и теории чисел для проведения математических и учебно-методических исследований.

Место учебной дисциплины в системе подготовки специалиста с высшим образованием.

Учебная дисциплина относится к циклу дисциплин специализаций компонента учреждения высшего образования.

Связи с другими учебными дисциплинами, включая учебные дисциплины компонента учреждения высшего образования, дисциплины специализации и др.

Данная дисциплина опирается и использует изученные ранее сведения из дисциплин «Алгебра и теория чисел», «Аналитическая геометрия», «Практикум по решению задач по математике».

Требования к компетенциям специалиста

В результате изучения дисциплины «Классические аспекты высшей математики в задачах элементарной математики» студент должен обладать следующими компетенциями:

Академические компетенции:

АК-1. Уметь применять базовые научно-теоретические знания для решения теоретических и практических задач.

АК-2. Владеть системным и сравнительным анализом.

АК-3. Владеть исследовательскими навыками.

АК-4. Уметь работать самостоятельно.

АК-5. Быть способным вырабатывать новые идеи (обладать креативностью).

АК-6. Владеть междисциплинарным подходом при решении проблем.

АК-7. Иметь навыки, связанные с использованием технических устройств, управлением информацией и работой с компьютером.

АК-8. Обладать навыками устной и письменной коммуникаций.

АК-9. Уметь учиться, повышать свою квалификацию в течение всей жизни.

Социально-личностные компетенции:

СЛК-2. Быть способным к социальному взаимодействию.

СЛК-3. Обладать способностью к межличностным коммуникациям.

СЛК-5. Быть способным к критике и самокритике.

СЛК-6. Уметь работать в команде.

Профессиональные компетенции:

ПК-1. Разрабатывать практические рекомендации по использованию научных исследований, планировать и проводить экспериментальные исследования, исследовать патентоспособность и показатели технического уровня разработок программного обеспечения информационных систем.

ПК-2. Владеть основными методами, способами и средствами получения, хранения, переработки информации. Применять современные методы проектирования информационных систем, использовать веб-сервисы, оформлять техническую документацию.

ПК-3. Применять методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности и в областях знаний, непосредственно не связанных со сферой деятельности.

ПК-4. Разрабатывать и тестировать информационные системы, осуществлять защиту приложений и данных.

ПК-5. Заниматься аналитической и научно-исследовательской деятельностью в области математики и информационных технологий.

ПК-6. Использовать и развивать современные информационные технологии и средства автоматизации управленческой деятельности.

ПК-7. Проводить исследования в области эффективности решения производственных задач.

ПК-8. Работать с научной, нормативно-справочной и специальной литературой.

ПК-9. Осуществлять выбор оптимального варианта проведения научно-исследовательских работ.

ПК-13. Взаимодействовать со специалистами смежных профилей.

ПК-16. Готовить доклады, материалы к презентациям.

ПК-22. Работать с научной, технической и патентной литературой.

ПК-27. Реализовывать инновационные проекты в профессиональной деятельности.

ПК-28. Проводить учебные занятия по математике и информатике в 5-12 классах учреждений общего среднего образования на базовом и повышенном уровнях.

- ПК-29. Вести преподавательскую работу в учреждениях высшего и среднего специального образования в соответствии с полученной квалификацией.

- ПК-30. Осуществлять научно-методическое обеспечение образования, использовать инновационные педагогические технологии в образовательном процессе.

- ПК-31. Формировать у обучающихся устойчивый интерес к преподаваемым учебным дисциплинам, требовательность и ответственность за результаты обучения, воспитывать их в духе патриотичности, гражданственности, инициативности.

Структура учебной дисциплины.

Дисциплина изучается в 7 семестре очной формы получения высшего образования.

Всего на изучение учебной дисциплины «Классические аспекты высшей математики в задачах элементарной математики» отводится 82 часа, в том числе 52 часа аудиторных занятий. Распределение аудиторных часов по видам занятий: лекции – 44 часа, управляемая самостоятельная работа – 8 часов.

Трудоемкость учебной дисциплины составляет 2 зачетные единицы.

Форма текущей аттестации по учебной дисциплине – зачет.

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

Тема 1. Комплексные числа в задачах элементарной алгебры.

Алгебраическая и тригонометрическая формы комплексного числа. Комплексные единицы, корни n -й степени из единицы и из произвольного комплексного числа. Комплексные числа и многочлены.

Тема 2. Диофантовы уравнения.

Диофантовы уравнения. Уравнение Каталана и схожие диофантовы уравнения.

Тема 3. Евклидовы кольца, целые гауссовы числа.

Евклидовы кольца и разложение на множители в них. Кольцо многочленов и кольцо целых гауссовых чисел. Задачи с использованием евклидовых колец.

Тема 4. Теория симметрических многочленов.

Симметрические и чётно-симметрические многочлены. Формулы Ньютона для симметрических многочленов и их аналог для чётно-симметрических многочленов.

Тема 5. Классические неравенства.

Классические неравенства о средних. Неравенства Коши, Коши-Буняковского, Гёльдера, Маклорена и т.п. Неравенства, содержащие чётно-симметрические многочлены. Перестановочное неравенство. Геометрические неравенства.

Тема 6. Комплексные числа и их применение в задачах планиметрии.

Комплексная плоскость и комплексные координаты. Единичная окружность комплексной плоскости. Уравнения прямых и окружностей в комплексных координатах. Решение задач планиметрии с применением комплексных чисел. Движения и подобия на комплексной плоскости. Прямая и окружность Эйлера. Прямая Симпсона. Степень точки относительно окружности.

Тема 7. Круговые преобразования и круговые движения.

Инверсия. Задача Аполлония. Дробно-линейные преобразования. Автоморфизмы обобщенных кругов. Модель Пуанкаре плоскости Лобачевского.

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Дневная форма получения высшего образования

Номер раздела, темы	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов					Количество часов по УСР	Формы контроля знаний
		лекции	практические занятия	семинарские занятия	лабораторные	Иное		
1	Комплексные числа в задачах элементарной алгебры	4					2	Защита индивидуальных заданий
2	Диофантовы уравнения	4						Защита индивидуальных заданий
3	Евклидовы кольца, целые гауссовы числа	4						Защита индивидуальных заданий
4	Теория симметрических многочленов	4					2	Защита индивидуальных заданий
5	Классические неравенства	6						Контрольная работа
6	Комплексные числа и их применение в задачах планиметрии	12					2	Защита индивидуальных заданий
7	Круговые преобразования и круговые движения	10					2	Контрольная работа
	Итого	44					8	

Перечень основной литературы

1. Бибииков П.В. Неравенства в задачах. М.: МЦНМО, 2020.
2. В.В. Прасолов, В.М. Тихомиров. Геометрия. М.: МЦНМО, 2017.
3. Л.И. Головина, И.М. Яглом. Индукция в геометрии. М.: МЦНМО, 2019.
4. А.Г. Курош. Курс высшей алгебры. М.: Лань, 2013.
5. Л.А. Калужнин, В.И. Суцанский. Преобразования и перестановки. М.: Наука, 1985.
6. З.А. Скопец. Геометрические миниатюры. М.: Просвещение, 1990.
7. И.Х. Сивашинский. Неравенства в задачах. М.: Наука, 1967.
8. В.Г. Болтянский, Н.Я. Виленкин. Симметрия в алгебре. М.: МЦНМО, 2002.
9. Я.П. Понарин. Алгебра комплексных чисел в геометрических задачах. М.: МЦНМО, 2004.
10. И.М. Яглом. Комплексные числа и их применение в геометрии. М.: МЦНМО, 2009.
11. И.М. Яглом. Геометрические преобразования, т. 1. М.: ГИТТЛ, 1955.
12. И.М. Яглом. Геометрические преобразования, т. 2. М.: ГИТТЛ, 1956.

Перечень дополнительной литературы

1. Винберг Э.Б. Курс алгебры. М.: МЦНМО, 2019.
2. Н.М. Седракан, А.М. Авоян. Неравенства. Методы доказательства. М.: Физматлит. 2002.
3. Д.О. Шклярский, Н.Н. Ченцов, И.М. Яглом. Геометрические неравенства и задачи на максимум и минимум. М.: Наука. 1970.
4. А.Бейкер. Введение в теорию чисел. Мн.: Вышэйшая школа. 1995.

Перечень рекомендуемых средств диагностики и методика формирования итоговой оценки

Формой текущей аттестации по дисциплине «Классические аспекты высшей математики в задачах элементарной математики» учебным планом предусмотрен зачет.

Контроль работы студента проходит в форме защиты индивидуальных заданий и выполнения контрольных работ и практических упражнений в аудитории, а также самостоятельной работы вне аудитории с предоставлением отчета с его устной защитой. Задания к самостоятельным работам составляются согласно содержанию учебного материала.

Рейтинговая оценка предусматривает использование весовых коэффициентов для текущего контроля знаний и текущей аттестации студентов по дисциплине.

Примерные весовые коэффициенты, определяющие вклад текущего контроля знаний и текущей аттестации в рейтинговую оценку:

- выполнение контрольной работы – 50 %;
- отчеты по индивидуальным заданиям с устной защитой – 50 %.

Зачет по дисциплине выставляется в случае сдачи всех контрольных работ и защиты всех индивидуальных заданий.

Итоговая оценка формируется на основе 3-х документов:

1. Правила проведения аттестации студентов, курсантов, слушателей при освоении содержания образовательных программ высшего образования (Постановление Министерства образования Республики Беларусь №53 от 29.05.2012 г.).

2. ПОЛОЖЕНИЕ о рейтинговой системе оценки знаний студентов по дисциплине в Белорусском государственном университете (Приказ ректора БГУ № 189-ОД от 31.03.2020).

3. Критерии оценки знаний и компетенций студентов по 10-балльной шкале (Письмо Министерства образования Республики Беларусь от 22.12.2003 г. № 21-04-1/105).

Примерный перечень заданий для управляемой самостоятельной работы студентов

Тема 1. Комплексные числа в задачах элементарной алгебры (2 часа).

Форма контроля – защита индивидуальных заданий.

1. Выразите с помощью Муавра через $\cos x$ и $\sin x$ функции: $\cos 5x$, $\cos 8x$, $\sin 6x$, $\sin 7x$.
2. Выразить $\operatorname{tg} 6x$ через $\operatorname{tg} x$.
3. Составить формулы, выражающие $\cos nx$ и $\sin nx$ через $\cos x$ и $\sin x$.
4. Доказать, что если $z + \frac{1}{z} = 2 \cos \alpha$, то $z^m + \frac{1}{z^m} = 2 \cos m\alpha$.
5. Решить по формуле Кадано уравнения: а) $x^3 - 6x + 9 = 0$; б) $x^3 + 12x + 63 = 0$.
6. Доказать, что $1 + C_n^3 + C_n^6 + \dots = \frac{1}{3} \left(2^n + 2 \cos \frac{n\pi}{3} \right)$.
7. Доказать, что $\sin x + \sin 2x + \dots + \sin nx = \frac{\sin \frac{n+1}{2} x \sin \frac{nx}{2}}{\sin \frac{x}{2}}$.
8. Найти суммы: а) $1 - C_n^2 + C_n^4 - C_n^6 + \dots$; б) $C_n^1 - C_n^3 + C_n^5 - C_n^7 + \dots$.

Тема 4. Теория симметрических многочленов (2 часа).

Форма контроля – защита индивидуальных заданий.

1. Найти значение симметрического многочлена F от корней многочлена $f(x)$:
$$F = x_1^3 x_2 x_3 + x_1^3 x_2 x_4 + x_1^3 x_3 x_4 + x_2^3 x_1 x_3 + x_2^3 x_1 x_4 + x_2^3 x_3 x_4 + x_3^3 x_1 x_2 + x_3^3 x_1 x_4 +$$
$$+ x_3^3 x_2 x_4 + x_4^3 x_1 x_2 + x_4^3 x_1 x_3 + x_4^3 x_2 x_3,$$
$$f(x) = x^4 + x^3 - 2x^2 - 3x + 1.$$
2. Найти значение симметрического многочлена F от корней многочлена $f(x)$:
$$F = x_1^3(x_2 + x_3) + x_2^3(x_1 + x_3) + x_3^3(x_1 + x_2), \quad f(x) = x^3 - x^2 - 4x + 1.$$
3. Вычислить сумму 4-х степеней корней многочлена $x^5 - x^4 - x - 1$.
4. Выразить через коэффициенты уравнения $a_0 x^3 + a_1 x^2 + a_2 x + a_3 = 0$ симметрическую функцию $a_0^4(x_1 - x_2)^2(x_1 - x_3)^2(x_2 - x_3)^2$.
5. Найти многочлен 3-й степени, если его корни равны x_1^3, x_2^3, x_3^3 , где x_1, x_2, x_3 – корни многочлена $x^3 - 2x^2 + 7x + 1$.
6. Выразить через элементарные симметрические многочлены $(x_1 x_2 + x_3)(x_1 x_3 + x_2)(x_2 x_3 + x_1)$.
7. Используя теорему Виета и симметрические многочлены, найти сумму третьих степеней всех корней из 1 степени 11.
8. Выразить дробь через элементарные симметрические функции
$$\frac{(x_1 - x_2)^2}{x_1 + x_2} + \frac{(x_2 - x_3)^2}{x_2 + x_3} + \frac{(x_3 - x_1)^2}{x_3 + x_1}.$$

9. Числа x_1, x_2, x_3 являются корнями многочлена $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$. Найти многочлен $g(x)$, имеющий корни $\frac{1}{x_1}, \frac{1}{x_2}, \frac{1}{x_3}$.

Тема 6. Комплексные числа и их применение в задачах планиметрии (2 часа).

Форма контроля – защита индивидуальных заданий.

1. Докажите, что точки, соответствующие комплексным числам a, b, c , лежат на одной прямой тогда и только тогда, когда число $\frac{a-b}{a-c}$, называемое *простым отношением* трех комплексных чисел, вещественно.
2. Докажите, что точки, соответствующие комплексным числам a, b, c, d , лежат на одной окружности (или на одной прямой) тогда и только тогда, когда число $\frac{a-c}{a-d} : \frac{b-c}{b-d}$, называемое *двойным отношением* четырех комплексных чисел, вещественно.
3. Докажите, что если A, B, C и D – произвольные точки плоскости, то $AB \cdot CD + BC \cdot AD \geq AC \cdot BD$ (*неравенство Птолемея*).
4. Докажите, что (нестрогое) неравенство Птолемея обращается в равенство тогда и только тогда, когда $ABCD$ – (выпуклый) вписанный четырехугольник.
5. Докажите, что если a, b, c и d – длины последовательных сторон выпуклого четырехугольника $ABCD$, а m и n – длины его диагоналей, то $m^2 n^2 = a^2 c^2 + b^2 d^2 - 2abcd \cos(A + C)$ (Бретшнейдер).
6. Докажите, что все окружности и прямые задаются уравнениями вида $Az\bar{z} + cz + \bar{c}\bar{z} + D = 0$, где A и D – вещественные числа, а c – комплексное число. Наоборот, докажите, что любое уравнение такого вида задает либо окружность, либо прямую, либо точку, либо пустое множество.
7. Простое и сложное отношения комплексных чисел.
8. Радиальная ось двух окружностей.

Тема 7. Круговые преобразования и круговые движения (2 часа)

Форма контроля – контрольная работа.

1. Построить окружность, касающуюся трех данных (задача Аполлония).
2. Три окружности, центры которых расположены на одной прямой, попарно касаются. Четвертая окружность касается этих трех, и расстояние от ее центра до прямой, на которой лежат центры трех остальных окружностей, равно d . Найти радиус четвертой окружности.
3. Даны две непересекающиеся окружности. Найти инверсию, переводящую их в концентрические окружности.

4. Найти инверсию, переводящую две данные окружности друг в друга.
5. Точки A и B переходят друг в друга при инверсии относительно окружности w . Инверсия относительно окружности a переводит A, B, w в A', B', w' . Доказать, что точки A' и B' переходят друг в друга при инверсии относительно w' .
6. Построить окружность, проходящую через две данные точки и пересекающую данную окружность в диаметрально противоположных точках.
7. Из точки O пересечения диагоналей четырехугольника $ABCD$ опущены перпендикуляры OK, OL, OM, ON на его стороны. Доказать, что образом четырехугольника $KLMN$ при инверсии с центром O будет параллелограмм.
8. Стереографическая проекция.
9. Окружность Аполлония.

Описание инновационных подходов и методов к преподаванию учебной дисциплины (эвристический, проектный, практико-ориентированный)

При организации образовательного процесса используется **эвристический подход**, который предполагает:

- осуществление студентами личностно-значимых открытий окружающего мира;
- демонстрацию многообразия решений большинства профессиональных задач и жизненных проблем;
- творческую самореализацию обучающихся в процессе создания образовательных продуктов;
- индивидуализацию обучения через возможность самостоятельно ставить цели, осуществлять рефлексию собственной образовательной деятельности.

При организации образовательного процесса используется **практико-ориентированный подход**, который предполагает:

- освоение содержания образования через решения практических задач;
- приобретение навыков эффективного выполнения разных видов профессиональной деятельности;
- ориентацию на генерирование идей, реализацию групповых студенческих проектов, развитие предпринимательской культуры;
- использованию процедур, способов оценивания, фиксирующих сформированность профессиональных компетенций.

При организации образовательного процесса **используется метод проектного обучения**, который предполагает:

- способ организации учебной деятельности студентов, развивающий актуальные для учебной и профессиональной деятельности навыки планирования, самоорганизации, сотрудничества и предполагающий создание собственного продукта;
- приобретение навыков для решения исследовательских, творческих, социальных, предпринимательских и коммуникационных задач.

Методические рекомендации по организации и выполнению самостоятельной работы студентов

Самостоятельная работа студентов - это любая деятельность, связанная с воспитанием мышления будущего профессионала. В широком смысле под самостоятельной работой следует понимать совокупность всей самостоятельной деятельности студентов как в учебной аудитории, так и вне её, в контакте с преподавателем и в его отсутствии.

Самостоятельная работа реализуется:

1. Непосредственно в процессе аудиторных занятий - на лекциях.
2. В контакте с преподавателем вне рамок расписания - на консультациях по учебным вопросам, в ходе творческих контактов, при ликвидации задолженностей, при выполнении индивидуальных заданий и т.д.

3. В библиотеке, дома, в общежитии, на кафедре при выполнении студентом учебных и творческих задач.

При изучении дисциплины организация самостоятельной работы студентов должна представлять единство трех взаимосвязанных форм:

1. Внеаудиторная самостоятельная работа;
2. Аудиторная самостоятельная работа, которая осуществляется под непосредственным руководством преподавателя;
3. Творческая, в том числе научно-исследовательская работа.

Примерный перечень вопросов к зачету

1. Геометрическая интерпретация комплексных чисел.
2. Движения и подобия на комплексной плоскости.
3. Уравнения прямых и окружностей в комплексных координатах.
4. Окружность и прямая Эйлера, прямая Симпсона.
5. Инверсия комплексной плоскости.
6. Комплексные единицы, корни n -й степени из единицы и из произвольного комплексного числа.
7. Уравнение Каталана.
8. Евклидовы кольца и разложение на множители в них.
9. Кольцо многочленов и кольцо целых гауссовых чисел.
10. Формулы Ньютона для симметрических многочленов
11. Классические неравенства о средних.
12. Неравенства Коши, Коши-Буняковского, Гёльдера, Маклорена.
13. Геометрические неравенства.

ПРОТОКОЛ СОГЛАСОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ УВО

Название дисциплины, с которой требуется согласование	Название кафедры	Предложено об изменениях в содержании и учебной программы по изучаемой учебной дисциплине	Решение, принятое кафедрой, разработавшей учебную программу (с указанием даты и номера протокола)
Основания геометрии	Высшей алгебры и защиты информации	нет	Изменения не требуются (протокол № 11 от 25.05.2020)

**ДОПОЛНЕНИЯ И ИЗМЕНЕНИЯ К УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЕ
ПО ИЗУЧАЕМОЙ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ**

на ____/____ учебный год

п/п	Дополнения и изменения	Основание

Учебная программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры Высшей алгебры и защиты информации (протокол № ____ от _____ 20__ г.)

Заведующий кафедрой

_____	_____	_____
(степень, звание)	(подпись)	(И.О.Фамилия)

УТВЕРЖДАЮ
Декан факультета

_____	_____	_____
(степень, звание)	(подпись)	(И.О.Фамилия)