
ВОПРОСЫ ПРЕПОДАВАНИЯ И ОБУЧЕНИЯ ФИЗИКЕ ПОЛУПРОВОДНИКОВ И НАНОЭЛЕКТРОНИКЕ. СОЦИАЛЬНО- ЭКОЛОГИЧЕСКИЕ ВОПРОСЫ СОВРЕМЕННОЙ ЭЛЕКТРОНИКИ

АСИМПТОТИЧЕСКИЙ МЕТОД РАСЧЕТА ИНДИКАТРИСЫ РАССЕЙЯНИЯ НА ПОВЕРХНОСТИ С ПРЕДЕЛЬНО КРУПНЫМИ НЕРОВНОСТЯМИ

В. В. Серженгу

*Национальный Центр Исследования и Тестирования Материалов,
Технический Университет, 2004, Кишинев, Молдова
e-mail: vsergentu@yahoo.com*

Рассмотрен метод вычисления индикатрисы рассеяния на поверхности сверхпроводника с предельно крупными неровностями. Неровности описываются гауссовской функцией распределения для наклонов поверхности. Показано, что при увеличении средней квадратичной величины наклонов индикатриса рассеяния изменяется от диффузного к распределению Ламберта. Переход носит пороговый характер. Вблизи порога наблюдается небольшое обратное рассеяние.

Ключевые слова: обратное рассеяние; индикатриса рассеяния; поверхностные неровности; асимптотический метод.

ASYMPTOTIC METHOD FOR CALCULATING THE SCATTERING INDICATRIX ON EXTREMELY LARGE SURFACE ROUGHNESS

V. V. Sergentu

*National Centre for Materials Study and Testing, Technical University, 2004, Kishinev, Moldova
Corresponding author: V. V. Sergentu (vsergentu@yahoo.com)*

A method of evaluation the scattering indicatrix on the superconductor surface with extremely large surface roughness is considered. Roughness are described by a Gaussian distribution function for surface slopes. It is shown that with an increase in the root mean square value of the slopes the scattering indicatrix changes from diffuse to Lambert distribution. The transition is of a threshold nature. There is little retroreflection near the threshold.

Key words: retroreflection; scattering indicatrix; surface roughness; asymptotic method.

ВВЕДЕНИЕ

Среды, ограниченные поверхностью с неровностями, продолжают оставаться объектом постоянного внимания [1, 2]. Они могут проявлять необычные физические свойства при взаимодействии с падающим электромагнитным излучением [3, 4, 5].

Использование излучений для зондирования различных пространственно неоднородных материалов является распространенным методом их исследования. Далее будем считать, что падающие волны преобразуются в рассеянное излучение, которое удовлетворительно описывается индикатрисой рассеяния $I(\varphi, \varphi_i)$. Используем для простоты двумерную модель, φ_i/φ угловые координаты для углов падения/рассеяния в цилиндрических координатах (r, φ) . Плоская поверхность раздела между пористой средой и вакуумом задается уравнением для угла $|\varphi|=\pi/2$ ($\infty>r>0$).

Рассмотрен асимптотический метод [6, 7] для определения индикатрисы рассеяния на поверхности материала с предельно крупными неровностями. Для примера рассмотрен более простой случай для сверхпроводника.

Учет влияния среды и границы раздела в сильно поглощающем пористом материале чисто формально осуществляется путем объединения законов Ламперта и Френеля:

$$I(\varphi, \varphi_i) = EI_L(\varphi, \varphi_i) + (1 - E)\Delta I(\varphi, \varphi_i), \quad (1)$$

где рассеяние в приповерхностном слое разделено на две составляющие: $I_L(\varphi, \varphi_i)$ – закон Лампера в двумерной модели и $\Delta I(\varphi, \varphi_i)$ – функция рассеяния включающее однократное рассеяние на поверхности подчиняющееся законам Френеля, величина E это доля вклада чисто многократных столкновений с поверхностными неровностями ($E \leq 1$). Мы полагаем, что в отличие от законов Френеля закон Ламперта

$$I_L(\varphi, \varphi_i) = 2I_0 \cos(\varphi) \cos(\varphi_i) \quad (2)$$

учитывает только многократные столкновения с поверхностными неровностями, где $I_L(\varphi, \varphi_i)$ – интенсивность рассеянного излучения (далее полагаем для падающего излучения $I_0 \equiv 1$).

Для получения правильного выражения для функции $\Delta I(\varphi, \varphi_i)$ мы используем два типа разложений по малому параметру:

1 – в области малых углов падения/рассеяния $\varphi_i/\varphi \ll 1$ разлагаем $\Delta I(\varphi, \varphi_i)$ по малым величинам $\varphi^{(\pm)} = (\varphi \pm \varphi_i)/2$;

2 – в области затенений $\varphi_i/\varphi \approx \pm\pi/2$ разлагаем $\Delta I(\varphi, \varphi_i)$ по малой величине $\cos(\varphi) \cos(\varphi_i)$, но при этом $|\sin(\varphi)\sin(\varphi_i)| \rightarrow 1$ и выбираем $\Delta I(\varphi, \varphi_i)$ так, чтобы разложение по малой величине начиналось с ненулевого первого члена ($\Delta I(\varphi, \varphi_i) \sim \cos(\varphi) \cos(\varphi_i)$).

МЕТОД И МАТЕРИАЛ

Учет влияния параметров среды и характеристик границы раздела чисто формально осуществляется путем использования в (1) функции

$$\Delta I(\varphi, \varphi_i) = C \left\{ \left[\sum_{\pm} \sinh \left(K^{(\pm)} \cos \left(2\varphi^{(\pm)} \right) \right) \right] + I_{\text{correct}}(\varphi, \varphi_i) \right\}, \quad (3)$$

которая описывает вклад в рассеянное излучение однократных столкновений подчиняющихся законам Френеля, $K^{(\pm)}$ – две безразмерные величины, которые полностью описывают форму индикатрисы рассеяния. Величины $C, K^{(\pm)}$ должны быть найдены как функции параметров среды и геометрических характеристик неровностей.

Учет однократных столкновений на плоских поверхностях площадках различного наклона приводит к изменению индикатрисы рассеяния по сравнению с законом Ламперта (2). Формула (3) подобрана так, что она правильно описывает поведение экспериментальных кривых в широком интервале углов φ_i/φ , включая и область пре-

дельно больших углов ($\pm\pi/2$). При $K^{(+)} \gg 1$ (либо $K^{(-)} \gg 1$) функция $\Delta I(\varphi, \varphi_i)$ правильно описывает явления диффузного отражения (либо обратного рассеяния (retroreflection)). При $1 \gg K^{(+)} = K^{(-)} > 0$ функция $\Delta I(\varphi, \varphi_i)$ практически совпадает с $I_L(\varphi, \varphi_i)$. Вклад $\Delta I(\varphi, \varphi_i)$ в общее рассеянное излучение равен $(1 - E)$. Функция

$$I_{\text{correct}}(\varphi, \varphi_i) = \sinh(K^{(+)}\Phi) - \sinh(K^{(-)}\Phi) \quad (4)$$

корректирует поведение ΔI в области предельно больших углов $\varphi_i/\varphi, \approx (\pm\pi/2)$ в которых существенную роль играют явления затенения и в указанном нами выше смысле понятие об однократных столкновениях не применимы. Величина из (4)

$$\Phi = \left(\cos(2\varphi^{(-)}) - \cos(2\varphi^{(+)}) \right) / 2.$$

Функция $I_{\text{correct}}(\varphi, \varphi_i)$ из (4) удовлетворяет принципу обратимости, но не вносит вклада в общий поток излучения через поверхность раздела и потому не нарушает и закон сохранения.

Функция $\Delta I(\varphi, \varphi_i)$ удовлетворяет общему условию обратимости для распространения излучения (взаимная замена $\varphi \leftrightarrow \varphi_i$ ничего не меняет). Она же подобно законам Френеля и Ламперта не должна нарушать закон сохранения для потока энергии

$$W = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos(\varphi) I(\varphi, \varphi_i) d\varphi / \pi \quad (5)$$

для рассеянного излучения через поверхность раздела вещества и вакуума. Из всего разложения

$$\Delta I(\varphi, \varphi_i) = 2C \sum_{\pm} I_1(K^{(\pm)}) \cos(2\varphi^{(\pm)}) + 4C \sum_{\pm} I_3(K^{(\pm)}) \cos(6\varphi^{(\pm)}) + \dots \quad (6)$$

в ряд Фурье по переменным величинам $\varphi^{(\pm)}$ после подстановки (6) в (5) можно убедиться, что только величина

$$2C \left(I_1(K^{(+)} + I_1(K^{(-)})) \cos(\varphi) \cos(\varphi_i) \right) \quad (7)$$

вносит ненулевой вклад в общий поток излучения через поверхность раздела шероховатой поверхности и при этом имеет точно такую же угловую зависимость, как (2).

Учитывая это обстоятельство из (7) получаем долю вклада в рассеянное излучение для многократных столкновений с поверхностными неровностями в виде

$$E = \left[1 + C \left(I_1(K^{(+)} + I_1(K^{(-)})) \right) \right]^{-1}. \quad (8)$$

Численное значение безразмерных величин $C, K^{(+)}, K^{(-)}$ для нашей задачи оцениваются путем сопоставления чисто формального подхода (3) с точной математической моделью в задаче рассеяния пористой среды для распределения интенсивности $I(\varphi, \varphi_i)$ при $|\varphi, \varphi_i| \ll 1$.

Процесс рассеяния только на поверхности в случае предельно крупных неровностей определяется двумя факторами и при учете только однократных столкновений с поверхностью имеет вид:

$$I_{\text{Surf}}(\varphi, \varphi_i) = \rho(\varphi_n) \left| R(\varphi^{(-)}) \right|^2, \quad (9)$$

где $\varphi_n \equiv \varphi^{(+)}$ – угол между осью Y и нормалью к площадке на поверхности раздела, на которой происходит рассеяние. Функция для ρ в нашем случае имеет гауссовский вид [8]

$$\rho(\varphi^{(+)}) = (D\sqrt{\pi})^{-1} \exp\left[-\left(\frac{T}{D}\right)^2\right] \frac{dT}{d\varphi^{(+)}} = (D\sqrt{\pi})^{-1} \left[1 + \varphi^{(+)^2}(1 - D^{-2}) + \dots\right]. \quad (10)$$

Величина D равна среднему квадратичному уклонению для величины наклона $T = \text{tg}(\varphi)$. Величина коэффициента отражения имеет вид [5]

$$\left| R(\varphi^{(-)}) \right|^2 = |R_0|^2 \left[1 + \varphi^{(-)^2} R_1 + \dots\right]. \quad (11)$$

Выпишем выражение (9) используя (10) и (11) как разложение в нулевом и первом исчезающем порядке по величинам $\varphi^{(\pm)^2}$

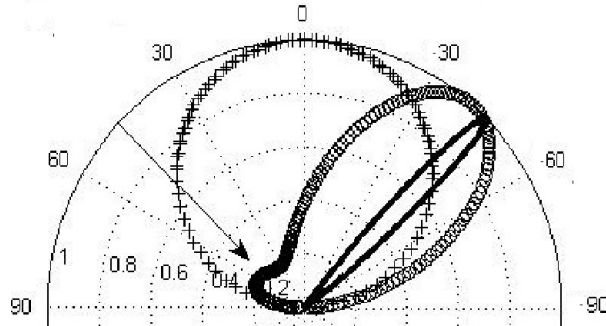
$$I_{\text{Surf}}(\varphi, \varphi_i) = |R_0|^2 (D\sqrt{\pi})^{-1} \left[1 + \varphi^{(-)^2} R_1 + \varphi^{(+)^2} (1 - D^{-2}) + \dots\right]. \quad (12)$$

РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

Найдем индикатрису рассеяния для простого, но важного случая сверхпроводящего материала. Для этого необходимо найти значения трех величин C, $K^{(\pm)}$. Тогда, чтобы при разложении по малым φ_i/φ первые три исчезающих члена для функций $\Delta I(\varphi, \varphi_i)$ (3)

$$\Delta I(\varphi, \varphi_i) = C \left\{ \begin{aligned} & \left[\sum_{\pm} \sinh(K^{(\pm)}) \right] - \left[2K^{(+)} \cosh(K^{(+)} - (K^{(+)} - K^{(-)})) \right] \varphi^{(+)^2} - \\ & - \left[2K^{(-)} \cosh(K^{(-)} + (K^{(+)} - K^{(-)})) \right] \varphi^{(-)^2} + \dots \end{aligned} \right\}$$

и $I_{\text{Surf}}(\varphi, \varphi_i)$ (12) были бы тождественны между собой, должны соблюдаться три уравнения одновременно, решение которых дает нам значение трех величин C, $K^{(\pm)}$ как функции параметров среды (R_0, R_1) и геометрических характеристик неровностей (D) из (9). Для случая сверхпроводника в окончательных формулах полагаем $R_0 \rightarrow 1, R_1 \rightarrow 0$.



Индикатрисы рассеяния при $D = 0,05$ (\cdot), $D = 0,33$ (\circ), $D = 0,57$ ($+$)

Показано, что при увеличении средней величины наклонов от $D \ll 1$ до $D = 0,57$ происходит переход от диффузного к распределению Лампера для рассеянного света. Переход носит пороговый характер так, что ниже перехода появляется небольшой вклад обратного рассеяния. Выше перехода $D > 0,57$ вклад в индикатрису рассеяния однократно рассеянных фотонов равен нулю. Для пологих неровностей ($D \ll 1$) общий угловой размер индикатрисы рассеяния $\Delta\varphi \sim D$.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотрен асимптотический метод для определения индикатрисы рассеяния $I(\varphi, \varphi_i)$ на поверхности материала с предельно крупными неровностями. Для примера рассмотрен более простой случай для сверхпроводника. При этом соблюдаются фундаментальные законы:

1. сохранения энергии и
2. обратимости электромагнитных процессов
3. известные закономерности для случая рассеяния на пологих неровностях ($D \ll 1$)
4. величина $I(\varphi, \varphi_i) \geq 0$ при любых углах рассеяния φ и падения φ_i .

Хотя при всем этом форма индикатрисы $I(\varphi, \varphi_i)$ описывается всего двумя параметрами $K^{(\pm)}$.

Неровности описываются гауссовской функцией распределения для наклонов на границе поверхности. Показано, что при увеличении средней величины наклонов от $D \ll 1$ до $D \sim 1$ происходит переход от диффузного к распределению Лампера для рассеянного света. Переход носит пороговый характер ($D = 0.577$) так, что ниже перехода появляется небольшой пик обратного рассеяния.

Работа выполнена при поддержке совместного Молдавско-Белорусского проекта № 19.80013.50.07.03A/BL.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. Басс Ф. Г., Фукс И. М. Рассеяние волн на статистически неровной поверхности / Басс Ф. Г. – М. : Наука 1972 г. – 424 с.
2. Рогаткин Д.А. Рассеяние электромагнитных волн на случайно-шероховатой поверхности как граничная задача взаимодействия лазерного излучения со светорассеивающими материалами и средами / Рогаткин Д.А. // Оптика и спектроскопия . – 2004. – Т. 97, № 3– С. 484–493
3. Anomalous retroreflection from strongly absorbing nanoporous semiconductors / S.Ya. Prislopski [et al.] // Optics letters – 2011 – V. 36, No. 16 – p. 3227–3229.
4. Retroreflection of light from nanoporous InP: correlation with high absorption / S.Ya. Prislopski [et al.] // Applied Physics A – 2014 – V. 117, No. 2 – p. 467–470.
5. Scattering Indicatrix for Absorbing Porous Medium with Dark Modes / V. V. Sergentu, E. V. Monaico, V. V. Ursaki, I. Tiginyanu et al. (eds.) //, 4th International Conference on Nanotechnologies and Biomedical Engineering, IFMBE Proceedings 77.– Chisinau, 2019.– p. 775–778.
6. Олвер Ф. Введение в асимптотические методы и специальные функции / Олвер Ф. – М. : Мир, 1986 . – 381 с.
7. Андрианов И. В., Маневич Л.И. Асимптотические методы и физические теории / Андрианов И. В., Маневич Л. И. – М. : Знание, 1989. – 64 с.
8. Bhushan, B. Modern tribology handbook / Bhushan, B. – 1 edn. CRC Press, 2001.– 1760 с.