

Белорусский государственный университет

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной работе

А. Л. Толстик

(подпись)

(И.О.Фамилия)

(дата утверждения)

Регистрационный № УД- 685 /уч.



Теория массового обслуживания

Учебная программа учреждения высшего образования
по учебной дисциплине для специальности:

1-31 03 03 Прикладная математика (по направлениям)
направления специальности

1-31 03 03-01 Прикладная математика (научно-производственная деятельность)

2015 г.

Учебная программа составлена на основе ОСВО 1-31 03 03-2013 и учебного плана УВО № G31-173/уч. 2013 г.

СОСТАВИТЕЛИ:

А.Н. Дудин, профессор кафедры теории вероятностей и математической статистики Белорусского государственного университета, доктор физико-математических наук, профессор;

В.И. Клименок, профессор кафедры теории вероятностей и математической статистики Белорусского государственного университета, доктор физико-математических наук, профессор

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:

Кафедрой теории вероятностей и математической статистики Белорусского государственного университета
(протокол № 10 от 22.04.2015 г.);

Методической комиссией факультета прикладной математики и информатики Белорусского государственного университета
(протокол № 6 от 12.05.2015 г.)



ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Теория массового обслуживания (ТМО) является важной ветвью теории конструктивно задаваемых случайных процессов. Она является признанным математическим аппаратом для анализа и оптимизации стохастических процессов распределения ограниченного ресурса при случайном потоке запросов на этот ресурс в различных областях человеческой жизни. Наиболее впечатляющие приложения эта теория получила при проектировании и эксплуатации телекоммуникационных сетей. Не случайно зарождение ТМО связано с работами А.К. Эрланга по расчету телефонных сетей, а одним из создателей глобальной сети связи, прообраза сети Internet, является известный специалист в области ТМО Л. Клейнрок.

Данная специальная дисциплина охватывает основы теории массового обслуживания. Даются основы теории входящих потоков, включая детальное изучение простейшего потока, изучение рекуррентных потоков, их просеивания и суперпозиции. Вводится аппарат преобразований Лапласа-Стилтьеса и производящих функций и их вероятностная интерпретация. Приводятся краткие сведения из теории цепей Маркова с дискретным и непрерывным временем и процессов гибели и размножения. Изучаются однолинейные и многолинейные марковские системы массового обслуживания. Излагаются методы непосредственного составления уравнений Колмогорова (Δ_t -метод), фаз Эрланга, диаграмм интенсивностей переходов, вложенных цепей Маркова, дополнительных переменных и дополнительного события. Применение этих методов иллюстрируется на ряде полумарковских систем обслуживания.

Основой для изучения дисциплины являются учебные дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика», «Теория случайных процессов», «Дифференциальные уравнения», «Математический анализ». Сведения, излагаемые при изучении дисциплины «Теория массового обслуживания» являются полезными для лучшего усвоения студентами дисциплин «Компьютерные сети», «Исследование операций», «Имитационное и статистическое моделирование», а также при выполнении студентами курсовых и дипломных работ. Успешное усвоение материала дисциплины «Теория массового обслуживания» позволяет слушателю получить навык строить и анализировать стандартные системы массового обслуживания, описывающие реальные системы.

Целью изучения дисциплины является овладение основными методами построения и исследования математических моделей систем массового обслуживания в случаях, когда системы описываются специальными классами цепей Маркова с непрерывным и дискретным временем.

Основные задачи, решаемые при изучении учебной дисциплины «Теория массового обслуживания»:

– ознакомление студентов с основными математическими моделями случайных потоков событий и систем массового обслуживания, функционирование которых описывается цепями Маркова с непрерывным и дискретным временем, а также полумарковскими процессами;

- изучение основных методов теории массового обслуживания, применяемых при нахождении стационарного распределения и стационарных характеристик производительности систем массового обслуживания;

- развитие практических навыков создания, использования и анализа математических моделей систем массового обслуживания.

В результате изучения учебной дисциплины студент должен

знать:

- определение и способы задания входящих потоков;
- основные классы входящих потоков;
- определение и свойства простейшего (стационарного пуассоновского) потока;

- свойства производящих функций и преобразований Лапласа-Стилтьеса;
- операции просеивания и суперпозиции потоков;
- стационарное распределение цепей Маркова и процессов гибели и размножения;

- простейшие марковские системы массового обслуживания. Способы их исследования;

- полумарковские системы массового обслуживания. Способы исследования полумарковских систем массового обслуживания. Система M/G/1;

уметь:

- строить математические модели простейших систем массового обслуживания на основе вербального описания процессов в реальных системах;

- составлять уравнения Чепмена-Колмогорова для стационарного распределения вероятностей состояний систем массового обслуживания;

- использовать метод производящих функций для решения систем уравнений равновесия;

- применять метод дополнительных переменных для исследования полумарковских систем массового обслуживания;

- применять метод дополнительного события для нахождения преобразования Лапласа-Стилтьеса распределений времени ожидания, времени пребывания и периода занятости в полумарковских системах массового обслуживания;

владеть:

- основными методами построения математических моделей систем массового обслуживания;

- основными методами исследования систем массового обслуживания, описываемых цепями Маркова с непрерывным и дискретным временем: методом непосредственного составления уравнений Колмогорова (Δ_t -метод), фаз Эрланга, диаграмм интенсивностей переходов, вложенных цепей Маркова, дополнительных переменных и дополнительного события, методом производящих функций и преобразования Лапласа-Стилтьеса.

Учебная программа рассчитана на 154 часа, из них 68 аудиторных часов, в том числе 34 лекционных часа, 26 часов лабораторных занятий и 8 часов управляемой самостоятельной работы.

Дисциплина изучается на третьем курсе в пятом семестре. Рекомендуемая форма текущей аттестации – экзамен. Форма получения высшего образования – очная.

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

Раздел I Предмет ТМО, ее цели, решаемые задачи. Классификация Кендалла.**Раздел II. Основные сведения теории входящих потоков****2.1 Случайные потоки, их свойства и классификация.**

Определения и способы задания случайного потока. Классификация потоков. Типы случайных потоков. Стационарные потоки, их свойства и характеристики.

2.2. Простейший поток.

Свойства простейшего потока, эквивалентность стационарному пуассоновскому потоку и рекуррентному потоку с экспоненциальным распределением интервалов между моментами поступления. Групповые и нестационарные пуассоновские потоки.

2.3. Рекуррентные потоки.

Определение, свойства. Суперпозиция потоков. Просеивание потоков.

2.4. Групповой марковский поток (BMAP-Batch Markovian Arrival Process).**Раздел III. Производящие функции, преобразования Лапласа и Лапласа-Стилтьеса.**

Основные свойства преобразований Лапласа и Лапласа-Стилтьеса и производящих функций и их вероятностная интерпретация в терминах потока катастроф и окраски запросов.

Раздел IV. Цепи Маркова с дискретным и непрерывным временем, процессы гибели и размножения.

Определения. Примеры. Классификация цепей и состояний. Эргодичность. Условия эргодичности и неэргодичности. Теоремы Мустафы и Феллера. Нахождение нестационарного и стационарного распределения.

Раздел V. Марковские системы массового обслуживания.**5.1. Методы исследования.**

Методы непосредственного составления уравнений Колмогорова (Δt), фаз Эрланга, диаграмм интенсивностей переходов.

5.2. Система M/M/1.

Нахождение нестационарного распределения. Вычисление стационарного распределения и средних характеристик длины очереди. Вывод стационарного распределения времени ожидания и времени пребывания.

5.3. Системы M/M/n/0, M/M/n и M/E_k/1.

Стационарное распределение числа запросов и времени ожидания. Вероятность отказов.

5.4. Система M/M/1 с повторными вызовами.

Производящие функции стационарного распределения. Стационарные вероятности. Альтернативное сечение графа интенсивностей переходов.

Раздел VI. Полумарковские системы массового обслуживания.

6.1. Система $M/G/1$.

Метод вложенных цепей Маркова. Стационарное распределение вероятностей состояний системы $M/G/1$ в моменты окончания обслуживания. Формулы Поллячека-Хинчина для распределения длины очереди, времени ожидания и времени пребывания. Формула Литтла. Метод дополнительных переменных, пример его применения для исследования распределение числа запросов в произвольный момент времени в системе обслуживания типа $M/G/1$. Метод введения дополнительного события. Вероятностная интерпретация преобразования Лапласа-Стилтьеса и производящей функции. Распределение периода занятости и числа запросов, обслуженных за период занятости в системе обслуживания типа $M/G/1$.

6.2. Системы $GI/M/1$ и $GI/M/m$.

Стационарное распределение вероятностей состояний в моменты поступления заявок. Стационарное распределение вероятностей состояний в произвольные моменты времени. Распределение времени ожидания и времени пребывания.

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Номер раздела, темы	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов					Количество часов УСР	Форма контроля знаний
		Лекции	Практические занятия	Семинарские занятия	Лабораторные занятия	Иное		
1	2	3	4	5	6	7	8	9
I	Предмет ТМО, ее цели, решаемые задачи. Классификация Кендалла	2						
II	Основные сведения теории входящих потоков	8			6			
2.1	<i>Случайные потоки, их свойства и классификация</i>	2						
2.2	<i>Простейший поток.</i>	2			2			Устный опрос
2.3	<i>Рекуррентные потоки.</i>	2			2			Устный опрос
2.4	<i>Групповой марковский поток (BMAP-Batch Markovian Arrival Process)</i>	2			2			Устный опрос, лабораторная работа
III	Производящие функции, преобразования Лапласа и Лапласа-Стилтьеса	4			2		2	Устный опрос
IV	Цепи Маркова с дискретным и непрерывным временем, процессы гибели и размножения	4			6		2	Устный опрос, лабораторная работа, коллоквиум
V	Марковские системы массового обслуживания	10			6		2	
5.1	<i>Методы исследования</i>	2						
5.2	<i>Система M/M/1</i>	2			2		2	Устный опрос, лабораторная работа
5.3	<i>Системы M/M/n/0, M/M/n и M/E_k/1</i>	4			2			Устный опрос, лабораторная работа
5.4	<i>Система M/M/1 с повторными вызовами</i>	2			2			Устный опрос, лабораторная работа

VI	Полумарковские системы массового обслуживания	6			6		2	
6.1	<i>Система M/G/1</i>	4			4		2	Устный опрос, лаборатор- ная работа
6.2	<i>Системы GI/M/1 и GI/M/m</i>	2			2			Устный опрос, лаборатор- ная работа

ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Литература***Основная***

1. Дудин А.Н., Медведев Г.А., Меленец Ю.В. Практикум на ЭВМ по ТМО, Минск. БГУ. – 2000. – 109 с.
2. Гнеденко, Б.В., Коваленко И.Н. Введение в теорию массового обслуживания. – М.: Изд-во ЛКИ, 2011. – 400 с.
3. Матвеев И.Г., Ушаков В.Г. «Системы массового обслуживания». М: МГУ. 1984.
4. Бочаров П.П., Печинкин А.В. «Теория массового обслуживания». М.: УДН. 1995. – 528 с.

Дополнительная

5. Климов Г.П. Стохастические системы обслуживания. М.: Наука. 1968. – 328 с.
6. Риордан, Дж. Вероятностные системы обслуживания . М.:Связь. – 1966. – 184 с.
7. Дудин А.Н., Клименок В.И. Системы массового обслуживания с коррелированными потоками. Минск. БГУ. 2000. – 175 с.

Перечень используемых средств диагностики результатов учебной деятельности

В перечень средств диагностики результатов учебной деятельности по дисциплине входят:

- тесты и тестовые задания, коллоквиум;
- защита выполненных на лабораторных занятиях индивидуальных заданий;
- сдача экзамена по дисциплине.

Для диагностики могут использоваться собеседование, фронтальный опрос на лекциях и другие формы контроля.

ПРОТОКОЛ СОГЛАСОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ УВО

Название учебной дисциплины, с которой требуется согласование	Название кафедры	Предложения об изменениях в содержании учебной программы учреждения высшего образования по учебной дисциплине	Решение, принятое кафедрой, разработавшей учебную программу (с указанием даты и номера протокола) ¹
1. Компьютерные сети	Кафедра теории вероятностей и математической статистики	Предложений нет	протокол № 10 от 22.04.2015 г.
2. Исследование операций	Кафедра теории вероятностей и математической статистики	Предложений нет	протокол № 10 от 22.04.2015 г.
3. Имитационное и статистическое моделирование	Кафедра теории вероятностей и математической статистики	Предложений нет	протокол № 10 от 22.04.2015 г.

ДОПОЛНЕНИЯ И ИЗМЕНЕНИЯ К УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЕ УВО
на ____/____ учебный год

№ п/п	Дополнения и изменения	Основание

Учебная программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры
_____ (название кафедры) (протокол № ____ от _____ 201_ г.)

Заведующий кафедрой

_____ (ученая степень, ученое звание)

_____ (подпись)

_____ (И.О.Фамилия)

УТВЕРЖДАЮ
Декан факультета

_____ (ученая степень, ученое звание)

_____ (подпись)

_____ (И.О.Фамилия)