БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебной работе
и образовательным инновациям
_________________ О.Н.Здрок
«___»_____________ 2020 г.
Регистрационный № УД-9238/уч.

Теория вероятностей и математическая статистика

Учебная программа учреждения высшего образования
по учебной дисциплине для специальности:

1-31 03 01 Математика (по направлениям)
Направление специальности
1-31 03 01-03 Математика (экономическая деятельность)

2020 г.

Учебная программа составлена на основе ОСВО 1-31 03 01-2013 и учебного плана, № G31-139/уч. от 30.05.2013

СОСТАВИТЕЛИ:

Радыно Евгений Мефодьевич - доцент кафедры функционального анализа и аналитической экономики механико-математического факультета Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент.

Штин Сергей Львович - доцент кафедры функционального анализа и аналитической экономики механико-математического факультета Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент.

РЕЦЕНЗЕНТЫ:

Пыжкова Ольга Николаевна, заведующий кафедрой высшей математики Учреждения образования «Белорусский государственный технологический университет», кандидат физико-математических наук, доцент

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:

Кафедрой функционального анализа и аналитической экономики
(протокол № 12 от 04.06.2020);

Научно-методическим Советом БГУ

(протокол № 5 от 17.06.2020)

Заведующий кафедрой ____________________ А.В.Лебедев

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Цели и задачи учебной дисциплины

Цель учебной дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» – подготовка специалистов, способных использовать фундаментальные математические знания в качестве основы при проведении прикладных исследований

Задачи учебной дисциплины: ознакомление студентов с основными принципами теории вероятностей и математической статистики и примерами их применений, дальнейшее формирование у студентов навыков абстрактного математического мышления и умения применять его в конкретных задачах, повышение их математической культуры.

Место учебной дисциплины в системе подготовки специалиста с высшим образованием.

Учебная дисциплина относится **к циклу** специальных дисциплин (компонент учреждения образования)

Связи с другими учебными дисциплинами, включая учебные дисциплины компонента учреждения высшего образования, дисциплины специализации и др.

Предполагается, что к моменту изучения дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» изучены следующие дисциплины: «Алгебра и теория чисел», «Дискретная математика», «Аналитическая геометрия», «Математический анализ», «Дифференциальные уравнения», «Теория функций комплексного переменного», «Функциональныйо анализ».

Требования к компетенциям

Освоение учебной дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» должно обеспечить формирование следующих академических, социально-личностных и профессиональных компетенций:

академические компетенции:

- АК-1. Уметь применять базовые научно-теоретические знания для решения теоретических и практических задач.
- АК-2. Владеть системным и сравнительным анализом.
- АК-3. Владеть исследовательскими навыками.
- АК-6. Владеть междисциплинарным подходом при решении проблем.

социально-личностные компетенции:

- СЛК-1. Обладать качествами гражданственности.
- СЛК-2. Быть способным к социальному взаимодействию.
- СЛК-3. Обладать способностью к межличностным коммуникациям.

профессиональные компетенции:

- ПК-3. Применять методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной

деятельности и в областях знаний, непосредственно не связанных со сферой профессиональной деятельности.
- ПК-9. Осуществлять выбор оптимального варианта проведения научно-исследовательских работ.

В результате изучения дисциплины студент должен:
знать:
- основные понятия теории вероятностей;
- основные математические модели случайных явлений;
- предельные теоремы теории вероятностей;

уметь:
- использовать основные закономерности случайных явлений;
- применять методы теории вероятностей и математической статистики в других науках;

владеть:
- аналитическими методами теории вероятностей.

Структура учебной дисциплины

Дисциплина изучается в 5 семестре и 6 семестре дневной формы получения высшего образования. Всего на изучение учебной дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» отведено:

– для очной формы получения высшего образования– 212 часов, в том числе – 104 аудиторных часов, из них:

- 6 семестр: всего – 58 часов, в том числе – 36 аудиторных часов, из них: лекции – 18 часов, лабораторные занятия – 16 часов, управляемая самостоятельная работа – 2 часа.

Трудоемкость учебной дисциплины составляет 1 зачетная единица.

Форма текущей аттестации – зачет;

- 6 семестр: всего – 154 часа, в том числе – 68 аудиторных часов, из них: лекции – 34 часа, лабораторные занятия – 28 часов, управляемая самостоятельная работа – 6 часов.

Трудоемкость учебной дисциплины составляет 4 зачетных единиц.

Форма текущей аттестации – экзамен.

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

Раздел 1. ВЕРОЯТНОСТНЫЕ ПРОСТРАНСТВА

Тема 1.1. *Введение.* Предмет теории вероятностей. Исторические сведения. Роль теории вероятностей в естествознании.

Тема 1.2. *Терминология теории вероятностей.* Предмет и задачи теории вероятностей. События, операции над событиями.

Тема 1.3. *Аксиоматика Колмогорова.* Свойства вероятности.

Тема 1.4. *Примеры вероятностных пространств*. Классическое, конечное, дискретное вероятностные пространства. Геометрическое вероятностное пространство, парадокс Бертрана. Статистическая вероятность и устойчивость частот.

Раздел 2. НЕЗАВИСИМОСТЬ.

Тема 2.1. *Условные вероятности.* Определение условной вероятности. Теоремы умножения. Формула полной вероятности и формулы Байеса.

Тема 2.2. *Независимость событий.* Определение независимости двух событий и независимости в совокупности нескольких событий. Независимость классов событий.

Тема 2.3. *Независимые испытания.* Схема Бернулли, полиномиальная схема.

Тема 2.4. *Предельные теоремы*. Локальные и интегральные предельные теоремы Муавра — Лапласа и Пуассона и их приложения.

Раздел 3. СЛУЧАЙНЫЕ ВЕЛИЧИНЫ.

Тема 3.1. *Случайные величины и их распределения*. Распределение вероятностей как мера на борелевской сигма-алгебре, связанная с данной случайной величиной.

Тема 3.2. *Классификация случайных величин.* Теорема Лебега. Распределения: биномиальное, геометрическое, пуассоновское, равномерное, нормальное, показательное, хи-квадрат, Стьюдента, Фишера, Коши и др. Функция и плотность распределения.

Тема 3.3. *Многомерные случайные величины.* Свойства многомерной функции распределения. Классификация многомерных случайных величин.

Тема 3.4. *Независимость случайных величин.* Критерии независимости.

Тема 3.5. *Функциональные преобразования случайных величин*. Функции от случайных величин и соответствующие преобразования функции и плотности распределения. Формула свертки.

Раздел 4. ЧИСЛОВЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ СЛУЧАЙНЫХ ВЕЛИЧИН.

Тема 4.1. *Математическое ожидание и его свойства.* Математическое ожидание случайной величины как интеграл Лебега. Выражение для математического ожидания борелевской функции от случайной величины через интеграл Лебега – Стилтьеса. Свойство мультипликативности математических ожиданий.

Тема 4.2. *Моменты случайных величин.* Дисперсия и ее свойства. Моменты высших порядков.

Тема 4.3. *Неравенства. Коэффициент корреляции.* Коэффициент корреляции и его свойства. Неравенства Коши – Буняковского, Чебышева, Ляпунова, Иенсена.

Тема 4.4. *Условные математические ожидания.* Понятие об условном математическом ожидании (в обзорном порядке).

Раздел 5. ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ.

Тема 5.1. *Определение и простейшие свойства.* Примеры характеристических функций.

Тема 5.2. *Формулы обращения для характеристических функций.* Однозначность соответствия между характеристическими функциями и соответствующими распределениями вероятностей.

Тема 5.3. *Непрерывность соответствия между множествами функций распределения и характеристических функций*. Теоремы Хелли, прямая и обратная предельные теоремы.

Раздел 6. ПРЕДЕЛЬНЫЕ ТЕОРЕМЫ.

Тема 6.1. *Центральная предельная теорема.* Предельная теорема для независимых одинаково распределенных слагаемых. Условие Линдеберга. Теорема Ляпунова.

Тема 6.2. *Сходимость случайных величин.* Различные виды сходимости случайных величин (сходимость почти наверное, сходимость по вероятности сходимость в среднем, слабая сходимость) и связь между ними.

Тема 6.3. *Законы больших чисел*. Понятие о предельных законах, отличных от нормального (в обзорном порядке).

Раздел 7. ОСНОВЫ ТЕОРИИ СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССОВ (в обзорном порядке)**.**

Тема 7.1. Определение *случайного процесса.* Процессы с дискретным и непрерывным временем. Траектории случайного процесса.

Тема 7.2. Случайные *процессы с независимыми приращениями.* Примеры: пуассоновский случайный процесс и случайный процесс броуновского движения.

Раздел 8. ЭЛЕМЕНТЫ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ.

Тема 8.1. *Предмет и задачи математической статистики.*

Тема 8.2. *Основные понятия выборочной теории*: выборка, вариационный ряд, гистограмма, полигон частот, эмпирическая функция распределения, теорема Гливенко. Асимптотическая нормальность выборочных моментов.

Тема 8.3. *Оценивание неизвестных параметров.* Состоятельность (сильная состоятельность) оценок. Смещенные и несмещенные оценки, оптимальные оценки. Неравенство Рао – Крамера. Эффективность. Методы максимального правдоподобия и моментов. Достаточные статистики. Доверительное оценивание.

Тема 8.4. *Проверка статистических гипотез.* Равномерно наиболее мощные критерии.

Тема 8.5. *Параметрические гипотезы.* Лемма Неймана – Пирсона. Примеры.

Тема 8.6. *Линейная регрессия и метод наименьших квадратов*.

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Дневная форма получения образования

Номер раздела, темы, занятия	**Название раздела, темы, занятия; перечень изучаемых вопросов**	**Количество аудиторных часов**					**Количество часов по УСР**	**Форма контроля знаний**
		лекции	**практические Занятия**	**семинарские занятия**	**лабораторные занятия**	**иное**		
1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**
	5 семестр							
1.	**ВЕРОЯТНОСТНЫЕ ПРОСТРАНСТВА**	**4**			**6**			
1.1.	*Введение*	1						
1.1.1	Предмет теории вероятностей. Исторические сведения. Роль теории вероятностей в естествознании.							
1.2.	*Терминология теории вероятностей.*	1			2			
1.2.1.	Предмет и задачи теории вероятностей. События, операции над событиями.							
1.3.	*Аксиоматика Колмогорова.*	1			2			
1.3.1.	Свойства вероятности.							
1.4.	*Примеры вероятностных пространств.*	1			2			Опрос
1.4.1.	Классическое, конечное, дискретное вероятностные пространства. Геометрическое вероятностное пространство, парадокс Бертрана. Статистическая вероятность и устойчивость частот.							
2.	**НЕЗАВИСИМОСТЬ**	**4**			**4**			
2.1.	*Условные вероятности*	1			1			
2.1.1.	Определение условной вероятности. Теоремы умножения. Формула полной вероятности и формулы Байеса.							

2.2.	*Независимость событий*	1			1			Отчет по лабораторной работе
2.2.1.	Определение независимости двух событий и независимости в совокупности нескольких событий. Независимость классов событий.							
2.3.	*Независимые испытания*	1			1			
2.3.1.	Схема Бернулли, полиномиальная схема.							
2.4.	*Предельные теоремы*	1			1			Коллоквиум
2.4.1.	Локальные и интегральные предельные теоремы Муавра — Лапласа и Пуассона и их приложения.							
3.	**СЛУЧАЙНЫЕ ВЕЛИЧИНЫ**	**10**			**6**		**2**	
3.1	*Случайные величины и их распределения*	2			1			
3.1.1.	Распределение вероятностей как мера на борелевской сигма-алгебре, связанная с данной случайной величиной.							
3.2.	*Классификация случайных величин*	2			1			
3.2.1.	Теорема Лебега. Распределения: биномиальное, геометрическое, пуассоновское, равномерное, нормальное, показательное, хи-квадрат, Стьюдента, Фишера, Коши и др. Функция и плотность распределения.							
3.3.	*Многомерные случайные величины*	2			1			
3.3.1.	Свойства многомерной функции распределения. Классификация многомерных случайных величин							
3.4.	*Независимость случайных величин*	2			1			
3.4.1.	Критерии независимости.							
3.5.	*Функциональные преобразования случайных величин*	2			2		2	Отчет по лабораторной работе Контрольная работа
3.5.1.	Функции от случайных величин и соответствующие преобразования функции и плотности распределения. Формула свертки.							
	Всего за семестр	**18**			**16**		**2**	
	6 семестр							
4.	**ЧИСЛОВЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ СЛУЧАЙНЫХ ВЕЛИЧИН**	**6**			**8**		**2**	

4.1.	*Математическое ожидание и его свойства*	2			4			Опрос
4.1.1.	Математическое ожидание случайной величины как интеграл Лебега. Выражение для математического ожидания борелевской функции от случайной величины через интеграл Лебега - Стилтьеса. Свойство мультипликативности математических ожиданий.							
4.2.	*Моменты случайных величин*	2			2			Собеседование
4.2.1.	Дисперсия и ее свойства. Моменты высших порядков							
4.3.	*Неравенства. Коэффициент корреляции*	2			1		2	Коллоквиум, контрольная работа
4.3.1.	Коэффициент корреляции и его свойства. Неравенства Коши — Буняковского, Чебышева, Ляпунова, Иенсена.							
4.4.	*Условные математические ожидания.*				1			
4.4.1	Понятие об условном математическом ожидании (в обзорном порядке).							
5.	**ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ**	**6**			**4**		**2**	
5.1.	*Определение и простейшие свойства*	2			2			Опрос
5.1.1.	Примеры характеристических функций.							
5.2.	*Формулы обращения для характеристических функций*	2			1			Опрос
5.2.1.	Однозначность соответствия между характеристическими функциями и соответствующими распределениями вероятностей.							
5.3.	*Непрерывность соответствия между множествами функций распределения и характеристических функций*	2			1		2	Отчет по лабораторной работе Коллоквиум
5.3.1.	Теоремы Хелли, прямая и обратная предельные теоремы.							
6.	**ПРЕДЕЛЬНЫЕ ТЕОРЕМЫ**	**8**			**6**			
6.1.	*Центральная предельная теорема*	2			2			Опрос
6.1.1.	Предельная теорема для независимых одинаково распределенных слагаемых. Условие Линдеберга. Теорема Ляпунова.							
6.2.	*Сходимость случайных величин*	2			2			Опрос
6.2.1.	Различные виды сходимости случайных величин (сходимость почти наверное, сходимость по вероятности							

	сходимость в среднем, слабая сходимость) и связь между ними.							
6.3.	*Законы больших чисел*	4			2			Коллоквиум, контрольная работа
6.3.1.	Понятие о предельных законах, отличных от нормального (в обзорном порядке)							
7.	**ОСНОВЫ ТЕОРИИ СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССОВ**	**4**						
7.1.	*Определение случайного процесса*	2						Коллоквиум
7.1.1.	Процессы с дискретным и непрерывным временем. Траектории случайного процесса.							
7.2.	*Случайные процессы с независимыми приращениями*	2						Опрос
7.2.1.	Примеры: пуассоновский случайный процесс и случайный процесс броуновского движения.							
8.	**ЭЛЕМЕНТЫ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ**	**10**			**10**		**2**	
8.1	*Предмет и задачи математической статистики*	1			2			
8.2.	*Основные понятия и элементы выборочной теории*	1			2			Опрос
8.2.1.	Выборка, вариационный ряд, гистограмма, полигон частот, эмпирическая функция распределения, теорема Гливенко. Асимптотическая нормальность выборочных моментов.							
8.3.	*Оценивание неизвестных параметров*	2			2			Отчет по лабораторной работе Собеседование
8.3.1.	Состоятельность (сильная состоятельность) оценок. Смещенные и несмещенные оценки, оптимальные оценки. Неравенство Рао — Крамера. Эффективность. Методы максимального правдоподобия и моментов. Достаточные статистики. Доверительное оценивание.							
8.4.	*Проверка статистических гипотез*	2			2			Опрос
8.4.1.	Равномерно наиболее мощные критерии.							
8.5.	*Параметрические гипотезы*	2					2	Отчет по лабораторной работе, Собеседование
8.5.1.	Лемма Неймана — Пирсона. Примеры.							
8.6.	*Линейная регрессия и метод наименьших квадратов*	2			2			Контрольная работа
	Всего за семестр	**34**			**28**		**6**	

	ВСЕГО по дисциплине	**52**			**44**		**8**	

ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Перечень основной литературы

1. Боровков А. А. Теория вероятностей. М.: Наука, 1986.
2. Вентцель А.Д. Курс теории случайных процессов. – М.: Наука, 1978.
3. Гихман И. И., Скороход А. В., Ядренко М. И. Теория вероятностей и математическая статистика. Киев: Вища шк., 1979.
4. Гнеденко Б. В. Курс теории вероятностей. М.: Наука, 1988.
5. Зуеў М. М., Сячко Ул. Ул. Тэорыя імавернасцей і матэматычная статыстыка. Мазыр: Белы вецер, 2000.
6. Ивченко Г. И., Медведев Ю. И. Математическая статистика. М.: Высш. шк., 1984.
7. Лазакович Н.В., Сташулёнок С.П., Яблонский О.Л. Теория вероятностей : учебник. – 3-е изд., с изменен. – Минск : БГУ, 2013.
8. Розанов Ю. А. Теория вероятностей, случайные процессы, математическая статистика. М.: Наука, 1985.
9. Севастьянов Б. А. Курс теории вероятностей и математической статистики. М.: Наука, 1982.
10. Чистяков В. П. Курс теории вероятностей. М.: Наука, 1987.
11. Ширяев А. Н. Вероятность. М.: Наука, 1989.

Перечень дополнительной литературы

1. Большев Л. Н., Смирнов Н. В. Таблицы математической статистики. М.: Наука, 1983.
2. Колмогоров А. Н. Основные понятия теории вероятностей. М.: Наука, 1974.
3. Крамер Г. Математические методы статистики. М.: Мир, 1976.
4. Круглов В. М. Дополнительные главы теории вероятностей. М.: Высш. шк., 1984.
5. Лазакович Н.В., Сташулёнок С.П., Яблонский О.Л. Курс теории вероятностей : электронное учебное пособие. – Минск : Электронная книга БГУ, 2003.
6. Леман Э. Проверка статистических гипотез. М.: Наука, 1964.
7. Партасарати К. Введение в теорию вероятностей и теорию меры. М.: Мир, 1983.
8. Феллер В. Введение в теорию вероятностей и ее приложения. М.: Мир, 1984.Т.1,2.
9. Хеннекен П. А., Тортра А. Теория вероятностей и некоторые ее приложения. М.: Наука, 1974.
10. Хамидуллин Р. Я. Теория вероятностей и математическая статистика: учебное пособие, Москва: Университет Синергия, 2020

Сборники задач

1. Жданович В.Ф., Лазакович Н.В. Радыно Н.Я. Задания к лабораторным работам по курсу теории вероятностей и математической статистики в двух частях. Ч.1. Минск, 1998.
2. Жданович В.Ф., Лазакович Н.В. Радыно Н.Я., Сташулёнок С.П. Задания к лабораторным работам по курсу теории вероятностей и математической статистики в двух частях. Ч.2. Минск, 1999.
3. Мешалкин Л.Д. Сборник задач по теории вероятностей. М: МГУ, 1963.
4. Прохоров А.В., Ушаков В.Г., Ушаков Н.Г.Задачи по теории вероятностей: Основные понятия. Предельные теоремы. Случайные процессы. М: Наука, 1986.
5. Севастьянов Б. А., Чистяков В. П., Зубков А. М. Сборник задач по теории вероятностей. М: Наука,1989.
6. Теория вероятностей : практикум : учеб. пособие для студ вузов по мат. спец. : в 2 ч. Ч. 1 / [авт.: Н. В. Лазакович, Е. М. Радыно, С. П. Сташулёнок, С. Л. Штин, О.Л. Яблонский] ; под ред. Н. В. Лазаковича. - Минск : БГУ, 2011. – 147 с.
7. Теория вероятностей : практикум : учеб. пособие для студ вузов по мат. спец. : в 2 ч. Ч. 2 / [авт.: Н. В. Лазакович, Е. М. Радыно, С. П. Сташулёнок, А. Г. Яблонская, О.Л. Яблонский] ; под ред. Н. В. Лазаковича. - Минск : БГУ, 2014.– 175с.

Справочная литература

1. Прохоров Ю.В., Розанов Ю.А. Теория вероятностей. М.: Наука, 1973.
2. Справочник по теории вероятностей и математической статистике. Королюк В. С., Портенко Н. И., Скороход А.В., Турбин А. Ф.— М: Наука, 1985.

Перечень рекомендуемых средств диагностики и методика формирования итоговой оценки

Формой текущей аттестации по дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика» учебным планом предусмотрен зачет и экзамен.

Контроль работы студента проходит в форме собеседования, контрольной работы в аудитории или выполнения самостоятельных работ и лабораторных работ в аудитории, а также самостоятельной работы вне аудитории с предоставлением отчета с его устной защитой. Задания к контрольным работам составляются согласно содержанию учебного материала.

Экзамен по дисциплине проходит в устной или письменной форме.

При формировании итоговой оценки используется рейтинговая оценка знаний студента, дающая возможность проследить и оценить динамику процесса достижения целей обучения. Рейтинговая оценка предусматривает использование весовых коэффициентов для текущего контроля знаний и текущей аттестации студентов по дисциплине.

Формирование оценки за текущую успеваемость:

- коллоквиум – 25 %;
- контрольная работа – 50 %;
- письменные отчеты по лабораторной работе– 25 %;

Рейтинговая оценка по дисциплине рассчитывается на основе оценки текущей успеваемости и экзаменационной оценки с учетом их весовых коэффициентов. Вес оценки по текущей успеваемости составляет 30 %, экзаменационной оценки – 70 %.

Итоговая оценка формируется на основе 3-х документов:

Правила проведения аттестации студентов, курсантов, слушателей при освоении содержания образовательных программ высшего образования (Постановление Министерства образования Республики Беларусь № 53 от 29.05.2012 г.).

1. Положение о рейтинговой системе оценки знаний студентов по дисциплине в Белорусском государственном университете (Приказ ректора БГУ № 189-ОД от 31.03.2020)
2. Критерии оценки знаний и компетенций студентов по 10-балльной шкале (Письмо Министерства образования Республики Беларусь от 22.12.2003 г. № 21-04-1/105).

Примерный перечень заданий для управляемой самостоятельной работы студентов

Тема 3.5. Функциональные преобразования случайных величин

Студент изучает вывод формул свертки, и их применения для конкретных задач.

Форма контроля – контрольная работа.

Тема 4.3. Неравенства. Коэффициент корреляции
Студент изучает неравенства Чебышева, Ляпунова, Коши – Буняковского, определение и свойства коэффициента корреляции, рассматривает примеры применений этих неравенств и понятий в конкретных задачах.

Форма контроля – контрольная работа.

Тема 5.3. Непрерывность соответствия между множествами функций распределения и характеристических функций
Изучаются первая и вторая теоремы Хелли, а также прямая и обратная предельные теоремы для характеристических функций.

Форма контроля – коллоквиум.

Тема 8.5. *Параметрические гипотезы.*
Студент изучает критерий Неймана – Пирсона и примеры его применений в конкретных задачах.

Форма контроля – Отчет по лабораторной работ, собеседование.

Примерный перечень тестовых заданий для коллоквиума

1.Из урны, содержащей 6 перенумерованных шаров, наугад вынимают один за другим все находящиеся в ней шары. Вероятность того, что номера вынутых шаров будут идти по порядку: 1, 2, ..., 6 равна 1) 1/720; 2) 1/36; 3) 1/360; 4) 1/1440; 5) 1/46656

2.Из урны, содержащей 4 перенумерованных шаров, наугад вынимают один за другим все находящиеся в ней шары. Вероятность того, что номера вынутых шаров будут идти по порядку: 1, 2, ..., 4 равна 1) 1/4; 2) 1/36; 3) 1/12; 4) 4/24; 5) 1/24

3.Из урны, содержащей 5 перенумерованных шаров, наугад вынимают один за другим все находящиеся в ней шары. Вероятность того, что номера вынутых шаров будут идти по порядку: 1, 2, ..., 5 равна 1) 1/5; 2) 1/120; 3) 5/120; 4) 4/24; 5) 1/240

4.Игральная кость бросается два раза. Вероятность того, что оба раза появится одно и то же число очков равна: 1) ½; 2) 1/6; 3) 1/36; 4) 1/18; 5)1/72

5.Из следующих утверждений неверным является: 1) всякое элементарное событие является случайным; 2) геометрическое вероятностное пространство – это математическая модель случайного эксперимента, в котором число исходов более чем счётно; 3) дискретное вероятностное пространство – это математическая модель случайного эксперимента в котором число исходов счётно; 4) конечное вероятностное пространство – это математическая модель случайного эксперимента с конечным числом исходов; 5) классическое вероятностное пространство – это математическая модель случайного эксперимента с конечным числом равновозможных исходов

6. Пусть случайные события A и B рассматриваются на одном и том же вероятностном пространстве, причем $\mathrm{P}\left(A|B\right)>0$. Тогда 1) $\mathrm{P}\left(A|B\right)+\mathrm{P}\left(\bar{A}|B\right)=1$; 2) $\mathrm{P}\left(A|B\right)+\mathrm{P}\left(\bar{A}|\bar{B}\right)=1$; 3) $\mathrm{P}\left(A|\bar{B}\right)+\mathrm{P}\left(\bar{A}|B\right)=1$; 4) $\mathrm{P}\left(A|B\right)+\mathrm{P}\left(A|\bar{B}\right)=1$

7. События A и B несовместны и независимы. Тогда верно: 1) хотя бы одно из событий является невозможным; 2) хотя бы одно из событий имеет нулевую вероятность; 3) каждое из событий имеет нулевую вероятность; 4) каждая из вероятностей этих событий отлична от нуля; 5) каждое из событий невозможно

8. Пусть $\mathrm{P}(A)=0$, а B — произвольное случайное событие, рассматриваемое на том же вероятностном пространстве, что и A. Тогда: 1) события A и B несовместны; 2) события A и B независимы; 3) наступление события A влечет наступление события B; 4) события A и B противоположны

9. Монета брошена 100 раз. Тогда вероятность выпадения 50 гербов равна: 1) 0,5; 2) 0, 25; 3) $\frac{C_{100}^{50}}{2^{100}}$; 4) $\frac{C_{100}^{1}}{2^{100}}$ 5) $\frac{C_{150}^{50}}{2^{100}}$

10. Монета брошена 50 раз. Тогда вероятность выпадения 25 гербов равна: 1) 0,5; 2) 0, 25; 3) $\frac{C_{50}^{25}}{2^{50}}$; 4) $\frac{C_{50}^{1}}{2^{50}}$ 5) $\frac{C_{50}^{25}}{2^{25}}$

11. Пусть случайная величина ξ равномерно распределена на отрезке $[0,1]$. Тогда случайная величина $ln\left(\frac{1}{\xi}\right)$ имеет: 1) экспоненциальное распределение; 2) распределение Коши; 3) пуассоновское распределение; 4) нормальное распределение; 5) биномиальное распределение

12. Пусть случайная величина ξ равномерно распределена на отрезке $\left(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right)$. Тогда случайная величина $tg(\xi)$ имеет: 1) экспоненциальное распределение; 2) распределение Коши; 3) пуассоновское распределение; 4) нормальное распределение; 5) биномиальное распределение

13. Случайная величина имеет пуассоновское распределение. Ошибочно следующее утверждение: 1) ее математическое ожидание равно дисперсии; 2) ее математическое ожидание положительно; 3) случайная

величина имеет дискретный закон распределения; 4) её математическое ожидание отрицательно

14. Случайная величина ξ стандартно нормально распределена. Тогда $\mathrm{M}\xi^{2009}$ равно: 1) 2009; 2) –2009; 3) 1; 4) 1004,5; 5) 0

15. Случайная величина ξ стандартно нормально распределена. Тогда $\mathrm{M}(\xi+3)$ равно: 1) 1,5; 2) 6; 3) 1; 4) 3; 5) 0

16. Закон распределения биномиальной случайной величины имеет следующий вид $\mathrm{P}(\xi=k)=C_{50}^{k}\left(\frac{1}{2}\right)^{50}, k=0,1,...,50.$ Тогда $\mathrm{M}\xi$ равно: 1) 0; 2) 1; 3) 25; 4) 50; 5)100

17. Закон распределения биномиальной случайной величины имеет следующий вид $\mathrm{P}(\xi=k)=C_{50}^{k}\left(\frac{1}{2}\right)^{50}, k=0,1,...,50.$ Тогда $D\xi$ равно: 1) 0; 2) 1; 3) 25; 4) 50; 5) 12,5

18. Независимые случайные величины имеют следующие законы распределения $\mathrm{P}(\xi=k)=C_{50}^{k}\left(\frac{1}{2}\right)^{50}, k=0,1,...,50;$ $\mathrm{P}(\eta=i)=C_{150}^{i}\left(\frac{1}{2}\right)^{150}, k=0,1,...,150.$ Тогда случайная величина $\xi+\eta$ имеет следующий закон распределения: 1) $\mathrm{P}(\xi+\eta=k)=C_{200}^{k}\left(\frac{1}{2}\right)^{200}, k=0,1,...,200$; 2) $\mathrm{P}(\xi+\eta=k)=\frac{\lambda^k}{k!}e^{-\lambda}, k=0,1,...$; 3) $\xi+\eta$ не яляется случайной величиной.

19.Из равенства $\mathrm{M}\xi\eta=\mathrm{M}\xi\mathrm{M}\eta$ следует: 1) независимость случайных величин ξ,η; 2) некореллированность случайных величин ξ,η; 3) абсолютная непрерывность случайных величин ξ,η; 4) сингулярность случайных величин ξ,η; 5) дискретность случайных величин ξ,η

20. Из равенства $D(\xi+\eta)=D\xi+D\eta$ следует: 1) независимость случайных величин ξ,η; 2) некореллированность случайных величин ξ,η; 3) абсолютная непрерывность случайных величин ξ,η; 4) сингулярность случайных величин ξ,η; 5) дискретность случайных величин ξ,η

21. Из равенства $D(\xi-\eta)=D\xi+D\eta$ следует: 1) независимость случайных величин ξ,η; 2) некореллированность случайных величин ξ,η; 3) абсолютная непрерывность случайных величин ξ,η; 4) сингулярность случайных величин ξ,η; 5) дискретность случайных величин ξ,η

22. Из равенства $\operatorname{cov}(\xi,\eta)=0$ следует: 1) независимость случайных величин ξ,η; 2) некореллированность случайных величин ξ,η; 3) абсолютная непрерывность случайных величин ξ,η; 4) сингулярность случайных величин ξ,η; 5) дискретность случайных величин ξ,η

23.Из равенства $\rho(\xi,\eta)=0$ следует: 1) независимость случайных величин ξ,η; 2) некореллированность случайных величин ξ,η; 3) абсолютная непрерывность случайных величин ξ,η; 4) сингулярность случайных величин ξ,η; 5) дискретность случайных величин ξ,η

24. Из следующих утверждений верным является: 1) случайные величины ξ и $D\xi$ независимы; 2) у сингулярных случайных величин не существует математическое ожидание; 3) дискретные случайные величины независимы; 4) вырожденная случайная величина абсолютно непрерывна; 5) из равентства нулю дисперсии и математического ожидания следует абсолютная непрерывность случайной величины .

Примерный перечень заданий для контрольной работы

1. Бросаются одновременно две игральные кости. Найти вероятность того, что сумма выпавших очков равна 5.

2. Монета брошена 100 раз. Чему равна вероятность выпадения 10 гербов?

3. Случайные величины ξ и ξ^2 независимы. Можно ли утверждать, что $\xi-$ вырожденная случайная величина? Ответ обосновать.

4. а) Закон распределения биномиальной случайной величины имеет следующий вид $\mathrm{P}(\xi=k)=C_5^k(0,5)^5$, $k=0,1,...,5.$ Найти закон распределения $\eta=-\xi$.

б) Случайная величина ξ принимает значения -1 , 0, 1 с вероятностями 0,25, 0,5 и 0,25 соответственно. Найти её функцию распределения.

5. Характеристическая функция случайной величины ξ равна $f_\xi(t)=\cos t.$ Найти $\mathrm{M}\xi$, $D\xi$.

6. ξ – равномерно распределенная случайная величина на отрезке $[0,1]$. Найти математическое ожидание случайной величины $\eta=e^{-\xi}$.

7. Привести пример случайной величины, имеющей дискретное распределение вероятностей. Найти её математическое ожидание и дисперсию.

8. Последовательность состоит из **независимых** одинаково распределенных случайных величин, принимающих два значения 0 и 1, каждое с вероятностью 0,5. Выполняются ли для этой последовательности закон больших чисел, центральная предельная теорема? Ответы обосновать.

Описание инновационных подходов и методов к преподаванию учебной дисциплины

При организации образовательного процесса могут быть использованы следующие подходы и методы: ***эвристический подход, практико-ориентированный подход, метод проектного обучения, метод учебной дискуссии, методы и приемы развития критического мышления, метод группового обучения.*** Они предполагают**:**

- осуществление студентами значимых открытий;
- демонстрацию многообразия решений большинства профессиональных задач;
- творческую самореализацию обучающихся в процессе создания образовательных продуктов;
- индивидуализацию обучения через возможность самостоятельно ставить цели, осуществлять рефлексию собственной образовательной деятельности;
- освоение содержание образования через решения практических задач;
- приобретение навыков эффективного выполнения разных видов профессиональной деятельности;
- ориентацию на генерирование идей, реализацию групповых студенческих проектов;
- использованию процедур, способов оценивания, фиксирующих сформированность профессиональных компетенций;
- приобретение студентом знаний и умений для решения практических задач;
- анализ ситуации, используя профессиональные знания, собственный опыт, дополнительную литературу и иные источники;
- способ организации учебной деятельности студентов, развивающий актуальные для учебной и профессиональной деятельности навыки планирования, самоорганизации, сотрудничества и предполагающий создание собственного продукта;
- приобретение навыков для решения исследовательских, творческих, социальных, предпринимательских и коммуникационных задач.

Все результаты и достижения группируются на основе основных видов деятельности студентов: учебной, научно-исследовательской и иной. Методы обеспечивают появление нового уровня понимания изучаемой темы, применение знаний (теорий, концепций) при решении проблем, определение способов их решения. Также они представляют собой систему, формирующую навыки работы с информацией в процессе чтения и письма; понимании информации как отправного, а не конечного пункта критического мышления и являются организацией учебно-познавательной деятельности обучающихся, предполагающую функционирование разных типов малых групп, работающих как над общими, так и специфическими учебными заданиями.

Методические рекомендации по организации самостоятельной работы обучающихся

При изучении учебной дисциплины рекомендуется использовать следующие формы самостоятельной работы:

– поиск (подбор) и обзор литературы и электронных источников по изучаемой теме;

– выполнение домашнего задания;

– работы, предусматривающие решение задач и выполнение упражнений;

– изучение материала, вынесенного на самостоятельную проработку;

– подготовка к практическим семинарским занятиям;

– научно-исследовательские работы;

– анализ статистических и фактических материалов по заданной теме, проведение расчетов, составление схем и моделей на основе статистических материалов;

– подготовка и написание рефератов, докладов, эссе и презентаций на заданные темы;

– подготовка к участию в конференциях и конкурсах.

Примерный перечень вопросов к экзамену

1. Пространство элементарных событий. Случайные события, действия над ними.
2. Алгебра и сигма-алгебра событий. Пример алгебры, не являющейся сигма-алгеброй.
3. Правило умножения. Размещения, перестановки, сочетания. Их количество (формулы нужно выводить). Классическое определение вероятности. Свойства сочетаний. Решение задач на классическую вероятность.
4. Аксиоматическое определение вероятности. Вероятностное пространство. Свойства вероятности. Конечное и классическое вероятностные пространства. Дискретное вероятностное пространство. Примеры.
5. Геометрическое вероятностное пространство. Примеры. Задача о встрече. Парадокс Бертрана.
6. Условные вероятности. Теоремы умножения.
7. Формулы полной вероятности и Байеса. Примеры применения этих формул.
8. Попарная независимость событий. Независимость событий в совокупности. Пример Бернштейна. Связь между причинной

независимостью реальных случайных явлений и теоретико-вероятностной независимостью случайных событий.

9. Схема независимых испытаний Бернулли. Теоремы Пуассона и Муавра – Лапласа (без доказательства).
10. Случайная величина. Примеры. Функция распределения случайной величины. Свойства.
11. Полный прообраз отображения. Свойства. Сигма-алгебра, порожденная случайной величиной.
12. Дискретные и абсолютно непрерывные распределения. Плотность случайной величины. Примеры. Борелевские функции от случайных величин.
13. Многомерные случайные величины (случайные векторы). Дискретные многомерные распределения и распределения с плотностью.
14. Независимость случайных величин. Критерии независимости.
15. Математическое ожидание случайной величины. Определение. Свойства.
16. Математическое ожидание произведения независимых случайных величин.
17. Формулы для подсчета математических ожиданий.
18. Дисперсия. Свойства дисперсии.
19. Коэффициент корреляции. Его свойства. Моменты случайных величин.
20. Характеристическая функция. Определение и свойства.
21. Характеристические функции некоторых распределений.
22. Центральная предельная теорема. Теорема Линдеберга (без доказательства).
23. Следствия из теоремы Линдеберга: теорема Ляпунова, центральная предельная теорема для одинаково распределенных случайных величин.
24. Неравенства Чебышёва.
25. Сходимость по вероятности. Закон больших чисел. Теоремы Маркова, Чебышёва, Бернулли. Теорема Хинчина (без доказательства).
26. Усиленный закон больших чисел. Теорема о достаточных условиях для усиленного закона больших чисел и теорема Колмогорова (без доказательства).
27. Предмет и задачи математической статистики. Основные понятия выборочной теории: статистическая модель, выборка, выборка из распределения, гистограмма, полигон частот. Примеры статистических моделей.
28. Эмпирическая функция распределения, её свойства. Теорема Гливенко. Примеры вычисления эмпирической функции распределения.
29. Оценивание неизвестных параметров. Понятие статистики. Состоятельность и несмещенность выборочных моментов.

ПРОТОКОЛ СОГЛАСОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ УВО

Название учебной дисциплины, с которой требуется согласование	Название кафедры	Предложения об изменениях в содержании учебной программы учреждения высшего образования по учебной дисциплине	Решение, принятое кафедрой, разработавшей учебную программу (с указанием даты и номера протокола)
1.Функциональ ный анализ	Кафедра функционального анализа и аналитической экономики	нет	Вносить изменения не требуется (протокол № 12 от 04.06.2020)
2.Уравнения математической физики	Кафедра математической кибернетики	нет	Вносить изменения не требуется (протокол № 12 от 04.06.2020)
3.Экстремальны е задачи и вариационное исчисление	Кафедра функционального анализа и аналитической экономики	нет	Вносить изменения не требуется (протокол № 12 от 04.06.2020)
4.Численные методы	Кафедра веб-технологий и компьютерного моделирования	нет	Вносить изменения не требуется (протокол № 12 от 04.06.2020)

ДОПОЛНЕНИЯ И ИЗМЕНЕНИЯ К УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЕ ПО ИЗУЧАЕМОЙ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ

на _____/_____ учебный год

№ п/п	Дополнения и изменения	Основание

Учебная программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры
________________________________ (протокол № ____ от ________ 201_ г.)

Заведующий кафедрой
_______________________ ________________ ____________________

УТВЕРЖДАЮ
Декан факультета
_______________________ ________________ ____________________