

$$f_0(\lambda) = 4\sqrt{2} \lambda^3 \frac{1 + 3\sqrt{1 + 8\lambda^2}}{(12\lambda^2 + 1 - \sqrt{1 + 8\lambda^2})^{3/2}},$$

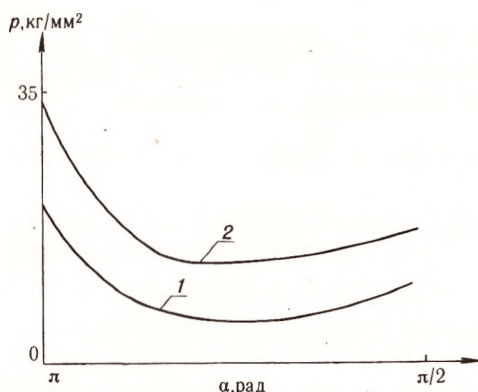


Рис. 3. Зависимость критической нагрузки от направления сжимающей силы (1—в точке В, 2—в точке А)

$K_{Ic} = 273 \frac{\text{кг}}{\text{мм}^{3/2}}$ — вязкость разрушения стали [1. С. 607]; $l = 1 \text{ мм}$ — половина длины трещины; $(N_1, N_2) = (-p_{1,2}(\alpha), 0)$, $p_{1,2}(\alpha)$ — критическая нагрузка на бесконечности, при которой происходит хрупкое разрушение [1. С. 151] в точках В и А соответственно. Графики показывают, что разрушение происходит в точке В.

Список литературы

1. Черепанов Г. П. Механика хрупкого разрушения. М., 1974.
 2. Механика разрушения и прочность материалов: Справочное пособ. Киев, 1988. Т. 1.
 3. Мусхелишвили Н. И. Некоторые основные задачи математической теории упругости. М., 1966.
 4. Лаврентьев М. А., Шабат Б. В. Методы теории функций комплексного переменного. М., 1973.
 5. Черепанов Г. П. //ПММ. 1966. Т. 30. № 1. С. 82.
 6. Механика разрушения и прочность материалов: Справочное пособ. Киев, 1988. Т. 2.
- Поступила в редакцию 30.09.91.

УДК 517.538.3

И. Н. БРУЙ

О КЛАССАХ НАСЫЩЕНИЯ НЕКОТОРЫХ МЕТОДОВ СУММИРОВАНИЯ РЯДОВ ФАБЕРА

Пусть метод суммирования μ определен последовательностью $\mu_m(\xi)$, $m \in \mathbb{Z}_0$, функций, заданных на некотором множестве Ξ изменения параметра ξ с точкой сгущения ω . Например, для метода Фейера $\mu_m(\xi) = \max(0; 1 - m(\xi + 1)^{-1})$, где параметр ξ пробегает множество $\Xi = \mathbb{Z}_0$ с точкой сгущения $\omega = +\infty$, а для метода Абеля — Пуассона $\mu_m(\xi) = \xi^m$, где множество $\Xi = [0; 1[$ и точка сгущения $\omega = 1$.

И пусть функции $\mu_m(\xi)$ удовлетворяют условию

$$\forall m \in \mathbb{N} 1 - \mu_m(\xi) = \left(\sum_{l=0}^r b_l(\mu) \cdot m^l \right) \cdot \epsilon_r(\xi) + o(\epsilon_r(\xi)), \quad \xi \rightarrow \omega, \quad (1)$$

где число $r \in \mathbb{N}$, коэффициент $b_r(\mu) \neq 0$ и положительная функция $\epsilon_r(\xi)$ монотонно стремится к нулю при $\xi \rightarrow \omega$.

Теорема. Пусть $G \subset \mathbb{C}$ — жорданова область со спрямляемой границей. И пусть метод суммирования μ рядов Фабера

$$f \sim \sum_{m=0}^{\infty} a_m(f; \bar{G}) p_m(\bar{G}; z) \quad (2)$$

(определение последних см. в [1. С. 366] или [2. С. 107]) удовлетворяет условию (1). Тогда:

1) Если для некоторой последовательности $\xi_n \rightarrow \omega$ и функции $f \in C_A(\bar{G})$ имеет место предельное соотношение

$$\max_{z \in \bar{G}} |f(z) - \sum_{m=0}^{+\infty} \mu_m(\xi) a_m(f; \bar{G}) p_m(\bar{G}; z)| = o(\epsilon_n(\xi_n)), n \rightarrow +\infty,$$

то функция $f(z) \equiv a_0(f; \bar{G})$.

2) Если ограничен обратный $F_0^{-1}: C_A(\bar{G}) \rightarrow C_A(D)$ [2. С. 160] оператор Фабера и справедливо предельное соотношение

$$\max_{z \in \bar{G}} |f(z) - \sum_{m=0}^{+\infty} \mu_m(\xi) a_m(f; \bar{G}) p_m(\bar{G}; z)| = O(\epsilon_n(\xi)), \xi \rightarrow \omega, \quad (3)$$

то 2π -периодическая функция $f(\psi(e^{ix})) + i.f(\psi(e^{ix}))$ имеет производную функцию $(r-1)$ -го порядка, непрерывную на $\mathbb{R}$ по Липшицу:

$$\forall x_1 \in \mathbb{R} \quad \forall x_2 \in \mathbb{R} \quad |(f(\psi(e^{ix})) + i.f(\psi(e^{ix})))^{(r-1)}|_{x_1}^{x_2} \leq \quad (4)$$

$$\leq c_1(f; \bar{G}) \cdot |x_1 - x_2|,$$

где ψ - конформный гомеоморфизм $\bar{G} \setminus D$ на $\bar{\mathbb{C}} \setminus G$ [2. С. 54], а $\bar{g}$ - функция, тригонометрически сопряженная с функцией g .

3) Если ограничен прямой $F_0: C_A(D) \rightarrow C_A(\bar{G})$ [2. С. 154] оператор Фабера и для метода суммирования μ рядов Фабера (2) существует постоянная $c_2(\bar{G}) > 0$, такая, что $\forall \xi \in \Xi$

$$\max_{-\pi < x < \pi} \left| \sum_{m=0}^{+\infty} \mu_m(\xi) a_m(f; \bar{G}) e^{imx} \right| \leq c_2(\bar{G}) \cdot \max_{-\pi < x < \pi} |a_0(f; \bar{G}) + \quad (5)$$

$$+ f(\psi(e^{ix})) + i.f(\psi(e^{ix}))|,$$

и функция $f(\psi(e^{ix})) + i.f(\psi(e^{ix}))$ удовлетворяет условию (4), то выполняется соотношение (3).

Таким образом, если метод суммирования μ рядов Фабера (2) удовлетворяет условиям (1) и (5), а жорданова область $G \subset \mathbb{C}$ со спрямляемой границей такова, что нормы операторов Фабера

$$\|F_0\|_{C_A(D) \rightarrow C_A(\bar{G})} < +\infty$$

и $\|F_0^{-1}\|_{C_A(\bar{G}) \rightarrow C_A(D)} < +\infty$ (G - inverse Faber set [3. С. 3]), то этот метод суммирования μ является (опр. см. в [1, С. 282] или [4, С. 411]) насыщенным с приближением насыщения порядка $O(\epsilon_n(\xi))$ и классом насыщения, состоящим из всех непрерывных на G и аналитических в G функций, которые удовлетворяют условию (4).

Следствие. Пусть $G \subset \mathbb{C}$ - жорданова область с гладкой границей, удовлетворяющей ограничению С. Я. Альпера [2, С. 179; 5, С. 428]. И пусть метод суммирования μ рядов Фабера (2) удовлетворяет условию (1) с $r = 1$ и условию (5) (примеры - методы Фейера [6, С. 19], Абеля - Пуассона, Чезаро (С, r) при любом $r > 0$, Гельдера H^r при любом $r \geq 1$). Тогда класс насыщения состоит из всех функций, которые непрерывны на G по Липшицу

$$\forall z_1 \in \bar{G} \quad \forall z_2 \in \bar{G} \quad |f(z_1) - f(z_2)| \leq c_3(f; \bar{G}) \cdot |z_1 - z_2|$$

и аналитичны в G .

Список литературы

1. Дзядык В. К. Введение в теорию равномерного приближения функций полиномами. М., 1977.
2. Сустин П. К. Ряды по многочленам Фабера. М., 1984.
3. Anderson J. M. // Lecture Notes in Mathematik. 1984. № 1105. Р. 1.
4. Турецкий А. Х. // Изв. АН СССР. Сер. мат. 1961. Т. 25. № 3. С. 411.
5. Альпер С. Я. // Изв. АН СССР. Сер. мат. 1955. Т. 19. № 6. С. 423.
6. Бруй И. Н. // Матем. заметки. 1990. Т. 47. № 5. С. 14.

Поступила в редакцию 11.10.91.