

$$E_0^{(2)} = - \frac{|\langle n | \hat{H} | 0 \rangle|^2}{E_n - E_0}. \quad (18)$$

Здесь вектор состояния $|0\rangle$ для рассматриваемой системы определяется формулой (3), вектор состояния $|n\rangle$ соответствует ближайшему возбужденному состоянию, для которого матричный элемент $\langle n | \hat{H} | 0 \rangle$ отличен от 0.

Для конкретной молекулы H^+_{21} , которой соответствует случай $\frac{M_0}{m_0} \gg 1$,

с точностью до слагаемых $\sim (\frac{M_0}{m_0})^{-1}$ необходимо учитывать только такие

переходы, которые соответствуют изменению электронного состояния молекулы, чему отвечает изменение функции $\Phi_{00}(r, R)$ в формуле (3). Отметим, что эти возбужденные состояния должны рассматриваться при значениях параметров ν_0 и ρ_0 , соответствующих основному состоянию системы. Волновые функции $\Phi_{n_1, n_2}(r, R)$, описывающие такие состояния, могут быть найдены на основе базисных функций $\Phi_{00}(r, R)$ по следующему алгоритму:

$$|n_1, n_2\rangle = \Phi_{n_1, n_2} = P_{n_1}(\lambda) e^{-\lambda} P_{n_2}(\mu) \text{ch}(\mu\nu) e^{i\varphi}, \quad (19)$$

где φ — угол поворота относительно оси, соединяющей Z_1 и Z_2 , а $P_n(x)$ — полином степени n , причем коэффициенты соответствующих полиномов определяются с помощью условий ортонормировки

$$\langle n'_1, n'_2 | n_1, n_2 \rangle = \delta_{n'_1 n_1} \delta_{n'_2 n_2}. \quad (20)$$

Список литературы

1. Feranchuk I. D., Komarov L. I. // Journ. Phys. A: Math. Gen. 1984. V. 17. № 16. P. 3111.
2. Feranchuk I. D., Komarov L. I., Nichipor I. V. // Journ. Phys. A: Math. Gen. 1987. V. 20. № 12. P. 3849.
3. Комаров И. В., Пономарев Л. И., Смирнов С. Ю. Сфероидальные и кулоновские сфероидальные функции. М., 1976.
4. Давыдов А. С. Квантовая механика. М., 1973.
5. McKenna D., Webster B. // Journ. Chem. Soc., Faraday Trans. 2. 1985. V. 81. P. 225.

Поступила в редакцию 25. 03. 91.

УДК 535.35

Н. С. ОНИЩЕНКО

НЕМАРКОВСТЬ ДЕФАЗИРОВКИ КВАНТОВЫХ СИСТЕМ В КОГЕРЕНТНОЙ СПЕКТРОСКОПИИ. Ч. II

В первой части статьи сформулированы основные положения и дан теоретический анализ немарковости дефазировки квантовых систем. Этот подход позволил объяснить результаты ряда новых экспериментов когерентной спектроскопии [1–3]. В них использовались низкотемпературные ($T \sim 2^\circ\text{K}$) разбавленные (0,0034 вес. % Cr_2O_3) образцы рубина, помещенного в постоянное магнитное поле напряженностью $\sim 3,5$ кГс, направленное вдоль с-оси. Излучением ультраузкополосного (ширина линии ~ 1 кГц) лазера на красителе возбуждался переход $^4A_2(-1/2) \rightarrow E(-1/2)$ иона Cr^{3+} . Неоднородная ширина перехода была порядка 1 ГГц. Однородная же ширина его в полях $\sim 3,5$ кГс определялась по затуханию эхо-сигнала в [4], где на основе использования блоховских уравнений было получено значение $T_2 = 15$ мкс. Вследствие отнесения кристалла $\text{Cr}^{3+} : \text{Al}_2\text{O}_3$ к системам γ -типа, для описания которых уравнения Блоха не применимы даже при отсутствии излучения, нам потребовалось переосмыслить информацию, извлеченную в экспериментах по затуханию эхо-сигнала. Как известно, интенсивность возникающего в момент времени $2T$ эхо-сигнала при его возбуждении двумя импульсами, действующими в моменты времени 0 и T , пропорциональна

$$\text{характеристическому функционалу } \Psi(\epsilon_T) = \langle \exp \left\{ -i \int_0^T d\tau \tilde{\epsilon}, + i \int_0^{2T} d\tau \tilde{\epsilon} \right\} \rangle$$

дефазирющих возмущений $\tilde{\epsilon}$. В случае телеграфного процесса $\tilde{\epsilon}$ этот функционал удастся вычислить точно, и для эхо-сигнала получаем

$$A_{\text{эхо}}^{2T} = A_0 e^{-\sigma T} \left[\left(\frac{2\sigma}{\eta} \right)^2 - \frac{\nu}{\eta} (\text{sh}(\eta T) + \frac{\nu}{\eta} \text{ch}(\eta T)) \right], \quad (5)$$

где $\eta = (\nu^2 - 4\sigma^2)^{1/2}$. В блоховском пределе ($\lim_{\sigma \rightarrow \infty} \frac{\sigma^2}{\nu} = K_0$) выражение (5) дает обычный результат: $A_{\text{эхо}}^{2T} = A_0 \exp(-2K_0 T)$. Если же $\sigma^2/\nu^2 = K \geq 1/4$ (для рассматриваемых образцов $\text{Cr}^{3+}:\text{Al}_2\text{O}_3$ $\sigma^2/\nu^2 = 20$, см. ниже), то члены $\exp(\pm \eta T)$ становятся осциллирующими (что приводит к модуляции сигнала эха [4]), а затухание происходит с константой $\nu/2$.

Вторым примером, демонстрирующим специфику процессов дефазировки для систем γ -типа, является распад поляризации σ_{21}^i после выключения излучения. Расчеты показывают, что для модели ТП

$$\sigma_{21}^i = \sigma_{21}^0 e^{-\nu t/2} [\text{ch}(\eta t/2) + \frac{\nu}{\eta} \text{sh}(\eta t/2)]. \quad (6)$$

Для блоховского предела отсюда снова имеем обычный результат $\sigma_{21}^i = \sigma_{21}^0 \exp(-K_0 t)$, тогда как при $K \geq 1/4$ затухание характеризуется постоянной $\nu/2$. Таким образом, в случае систем γ -типа роль времени T_2 ($= K_0^{-1}$) в рамках модели ТП выполняет удвоенное время корреляции $2\tau_c = (\frac{\nu}{2})^{-1}$. Поэтому при анализе экспериментов [1–3] в соответствии с полученным в [4] значением $T_2 = 15$ мкс мы приняли $\tau_c = 7,5$ мкс. Вторым параметр ТП, его дисперсия σ , остается неизвестным и подлежит определению посредством варьирования и подгонки теоретических зависимостей к экспериментальным данным.

Нестационарное выжигание провалов [3]. Форма провала, нестационарно выжигаемого излучением в неоднородно уширенном контуре перехода $2 \rightarrow 1$, определяется зависимостью от расстройки ϵ заселенности возбужденного состояния σ_{22} , возникающей к моменту времени T за счет вынужденных переходов $1 \rightarrow 2$. В случае телеграфной модуляции частоты резонансного перехода ω_{21} соответственно двум ее значениям $\omega_{21} \pm \sigma$ контур провала при $2V \ll \sigma$ и $\nu \ll \sigma$, очевидно, является двугорбым. По мере роста интенсивности излучения эти две спектральные компоненты испытывают полевое уширение и при $2V \sim \sigma$ начинают перекрываться. Эти общие соображения подтверждаются результатами численного расчета контура провалов $\sigma_{22}(\epsilon)$ по формулам (1) — (4). На рис. 1 представлена зависимость полуширины провала Γ (на уровне полумаксима) от частоты Раби $2V$, рассчитанная при $T = 400$ мкс, $\nu^{-1} = \tau_c = 7,5$ мкс и соответствующая выбору $K = 20$. Видно, что в области больших V такое значение отношения $K = \sigma^2/\nu^2$ дает удов-

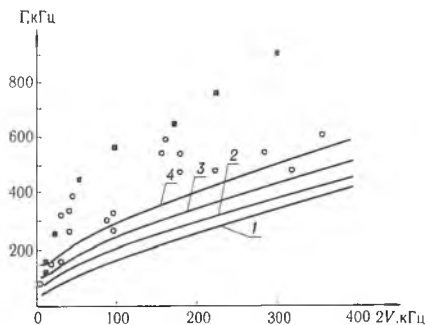


Рис. 1. Зависимость полуширины спектрального провала Γ от частоты Раби. Теоретические кривые получены в рамках телеграфной модели при $\nu \times (7,5 \text{ мкс}) = 1$ и $K = 2(1); 5(2); 10(3); 20(4)$. Экспериментальные точки взяты из работы [3]

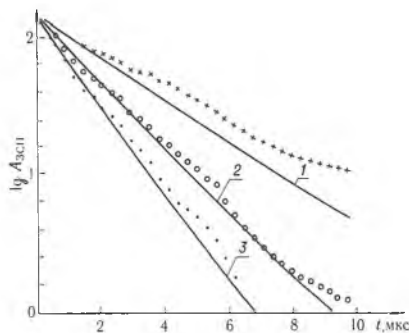


Рис. 2. Зависимость интенсивности сигнала затухания свободной поляризации $(A_{\text{эхо}}(1))^2$ от времени, где $A_{\text{эхо}}$ рассчитана по формуле (8) для следующих значений частоты Раби: 20 кГц(1); 50,2 кГц(2); 79,6 кГц(3) при $(\nu/2)^{-1} = 15$ мкс, $K = 20$. Экспериментальные точки из [2]

летворительное совпадение с экспериментальными данными работы [3]. Отметим асимптотику $\Gamma \sim 2V$ при больших V . В области малых V , однако, имеют место расхождения с экспериментом. Эти расхождения, по-видимому, связаны с «бедностью» модели ТП, не учитывающей реального сложного спектра дефазированных взаимодействий в рубине. Действительно, ион Cr^{3+} в рубине связан суперсверхтонким (ССТ) взаимодействием с окружающими ядрами Al , благодаря чему его резонансные уровни приобретают вид полос [5] с плотным распределением подуровней k , характеризующихся энергиями $E_1 + \epsilon_k^{(1)}$ и $E_2 + \epsilon_k^{(2)}$. Переходы между этими подуровнями, аналогичные скачкам в ТП, могут происходить за счет недиагональной по состояниям спинов ядер Al части гамильтониана ССТ взаимодействия ближайших к Cr^{3+} ядер Al , образующих его «замороженное ядро», с ядрами Al в объеме кристалла Al_2O_3 . Анализ выжигания провалов, выполненный на основе двухполосной модели [5] в предположении отсутствия перескоков в пределах полос, дает

$$\sigma_{22}^I(\epsilon) = 4V^2 \sum_k W_k (1 - \cos \Omega_k T) / \Omega_k^2, \quad (7)$$

где $\Omega_k = [(\epsilon + \epsilon_k)^2 + 4V^2]^{1/2}$, $\epsilon_k = \epsilon_k^{(2)} - \epsilon_k^{(1)}$, W_k — распределение энергий ϵ_k в полосах. Переходя в (7) от суммирования к интегрированию и считая распределение W_k лоренцевским $W_k = (\Gamma_0 / \pi) d\epsilon_k / (\Gamma_0^2 + \epsilon_k^2)$, можно показать, что приближенно форма провала имеет вид

$$\sigma_{22}^T(\epsilon) \sim 2V(\Gamma_0 + 2V) / [\epsilon^2 + (\Gamma_0 + 2V)^2],$$

т. е. является лоренцевской с шириной $\Gamma_0 + 2V$. Наличие перескоков в пределах распределения W_k , очевидно, приведет к уменьшению ширины провала вследствие эффекта «сужения за счет движения». Таким образом, из сказанного следует, что при малых значениях частоты Раби ширина провала определяется шириной Γ_0 распределения W_k и поэтому отступления от предсказаний модели ТП могут иметь место. При больших же значениях V , когда уширение провала обусловлено в основном эффектом насыщения, конкретная структура спектра дефазированных взаимодействий в рубине становится несущественной и модель ТП предсказывает правильные результаты при надлежащем выборе параметров σ и ν .

В эксперименте [2] затухание свободной поляризации (СП), наведенной в образце $\text{Cr}^{3+}:\text{Al}_2\text{O}_3$ импульсами лазерного излучения длительностью $T = 200$ мкс, изучалось посредством наблюдения затухающего сигнала биений поля СП и поля лазерного излучения после штатковского переключения его частоты на нерезонансную. Теоретический анализ временного спада сигнала биений при $t > T$ проводился следующим образом. Нестационарная поляризация σ_{21}^I для моментов времени $t > T$ рассчитывалась на основе соотношений (1) — (4) при ступенчатом поле V , отличном от нуля, для времен $0 \rightarrow T$. Это позволило, в отличие от проведенного в [2] рассмотрения, корректно учесть существенные для γ -систем эффекты «памяти» о предыдущем воздействии на него уже выключенного излучения. Полученное решение для σ_{12}^I усреднялось по ϵ (гауссовскому контуру неоднородного уширения частоты перехода ω_{21}) и интегрировалось по V от нуля до V_0 с целью учета гауссовского пространственного профиля пучка лазерного излучения, фокусируемого в кристалле рубина [1].

Анализ полученного аналитически общего выражения для амплитуды сигнала затухания СП показал, что при $\sigma^2 \gg \nu^2$ оно принимает простой вид:

$$A_{\text{зсп}}(t) = \frac{e^{-\sigma^2 t/2}}{t^2 A_{\text{зсп}}(0)} [e^{-\nu t/2} (1 + \frac{\nu t}{2}) - e^{-\sigma^2 t} (1 + \mu t)], \quad (8)$$

где

$$\mu = \{ 4V_0^2 + \nu^2 [1 + 4V_0^2 / (\sigma^2 + 4V_0^2)] / 4 \}^{1/2} \approx (4V_0^2 + \nu^2 / 4)^{1/2},$$

$$A_{\text{зсп}}^{(0)} = (\mu^2 - \nu^2 / 4) / 2.$$

Кроме того, в общем выражении для $A_{\text{зсп}}(t)$ имеются малые осциллирующие слагаемые, описывающие слабую медленную модуляцию сигнала ЗСП,

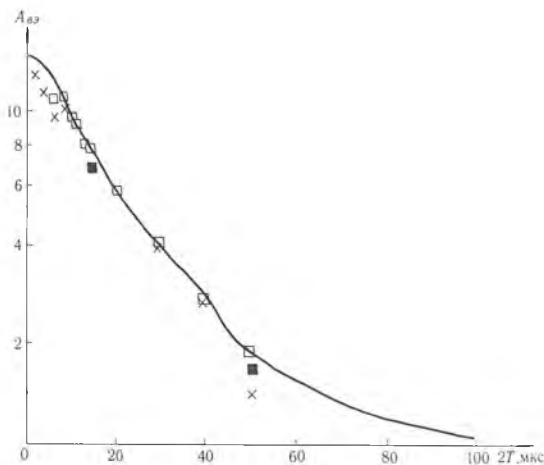


Рис. 3. Затухание амплитуды вращающегося светового эха $A_{вз}(t)$ при увеличении времени задержки. Теоретическая кривая получена при $(\nu/2)^{-1} = 15$ мкс. Экспериментальные точки получены в [1] для различных значений частоты Раби

между их подуровнями. На рис. 2 приведены результаты расчета по (8) временного поведения сигнала ЗСП для трех значений частоты Раби, выполненных при $\tau_c = 7,5$ мкс ($\nu = 21,2$ кГц) и $K = \sigma^2/\nu^2 = 20$. Видно, что соотношение (8) вполне удовлетворительно описывает экспериментальные данные. Особенно хорошее совпадение имеет место в случае больших частот Раби.

Вращательное эхо [1]. В отличие от рассмотренных выше выжигания провалов и затухания свободной поляризации сигнал вращательного эха, возникающий при $t \approx 2T$ в результате изменения в момент времени T фазы сильного поля на π , описывается корнями p_1, p_2 характеристического уравнения (4), причем $p_{1-} \approx i\Omega - \nu/2 - G\nu$, $G = (1/4 + x_0/\nu^2 - 4c^2K)^{1/2}$, где $c = \epsilon/\Omega$, а x_0 определяется приближенным соотношением, приведенным после (4). Амплитуда вращательного эха в пределе сильного поля ($\Omega \gg \nu, \sigma$) имеет вид:

$$A_{вз}(t) = \int d\epsilon \sin[\Omega(t - 2T)] \bar{A}_{вз}(\epsilon, V, t, T), \quad (9)$$

где $\bar{A}_{вз}(\epsilon, V, t, T)$ — «спектр» сигнала вращательного эха:

$$\begin{aligned} \bar{A}_{вз}(\epsilon, V, t, T) = & -4i(V/\Omega)^3/G^2 \{ [(1+G)^2 + 4c^2K] e^{Gt} + \\ & + [(1-G)^2 + 4c^2K] e^{-Gt} - \\ & - 2(1 - G^2 + 4c^2K) \operatorname{sh}[G(t - 2T)] \} e^{-\nu t/2}. \end{aligned} \quad (10)$$

Из (10) следует, что в зависимости от знака $g = 1/4 + x_0/\nu^2 - 4c^2K$ скорость затухания $A_{вз}(t)$ различна: при $g < 0$ ($\epsilon > \epsilon_{гп} \approx V\nu/\sigma$) она равна $\nu/2$, а при $g > 0$ изменяется от $\nu/2$ при $\epsilon = \epsilon_{гп}$ до $-2x_0/\nu \approx 2\nu(2V\sigma/(4V^2 + \sigma^2))^2$ при $\epsilon = 0$. Следовательно, сигнал $A_{вз}(t)$ будет иметь биэкспоненциальный характер и характеризоваться константами затухания $\gamma_1 = \nu/2$ и $\gamma_2 \approx \sigma^2\nu/2V^2$. Вес первой экспоненты будет преобладающим, так как область интегрирования по ϵ в (9), дающая вклад во вторую экспоненту, при $\sigma^2 \gg \nu^2$ много меньше области, соответствующей первой экспоненте, что подтверждается численными расчетами. Из сказанного следует, что затухание вращательного эха в случае систем γ -типа будет слабо зависеть от частоты Раби, что и наблюдалось в работе [1] (рис. 3).

даваемого (8). Отметим, что в соответствии с (8) при заданном значении частоты Раби $2V_0$ временное поведение сигнала ЗСП в основном определяется частотой скачков ν и практически не зависит от σ . Последнее связано с тем, что при $\sigma^2 \gg \nu^2$ дефазировка становится квазиобратимой, т. е. связанной с квазиоднородным распределением квантовой системы по частотам $\omega_{21} \pm \sigma$, которое не проявляется в сигнале ЗСП вследствие усреднения по широкому неоднородному распределению частот ω_{21} в кристалле рубина. Аналогичная независимость сигнала ЗСП от значений частот ϵ_k и распределения W_k получается и в рамках модели двух полос при отсутствии скачков

Заключение

Показано, что процесс дефазировки состояний квантовых систем при медленной стохастической модуляции частоты их оптических переходов, близкий по характеру к обратимой дефазировке в неоднородно-уширенных системах, имеет ряд характерных особенностей, проявляющихся в когерентной спектроскопии: 1) ширина выжигаемых провалов в таких системах определяется шириной разброса возможных значений (подуровней) частоты резонансного оптического перехода при стохастических флуктуациях и частотой Раби; 2) зависимость затухания сигнала свободной поляризации носит универсальный характер, не связанный с расположением данных подуровней и определяющийся частотой Раби и частотой скачков; 3) затухание сигнала вращательного эха не зависит от частоты Раби и определяется только частотой скачков между подуровнями. Эти выводы позволяют сделать заключение, что особенности, наблюдаемые в экспериментах [1–5] по исследованию нестационарных когерентных оптических явлений в рубине, могут быть объяснены согласованным образом на основе представления о $\text{Cr}^{3+}:\text{Al}_2\text{O}_3$ как о системе с медленной и сильной модуляцией частоты перехода.

Автор выражает благодарность П. А. Апанасевичу, С. Я. Килину и А. П. Низовцеву за большую помощь в работе.

Список литературы

1. Muramoto T., Szabo A. // Phys. Rev. A. 1988. V. 38. № 11. P. 5928.
2. Szabo A., Muramoto T. // Phys. Rev. A. 1989. V. 39. № 8. P. 3992.
3. Szabo A., Muramoto T., Kaarli R. // Coherence and Quantum Optics VI/edited by J. H. Eberly, L. Mandel, E. Wolf. Plenum. New York, 1990. P. 1131.
4. Szabo A. // Journ. Opt. Soc. Am. B. 1986. V. 3. P. 514.
5. Endo T., Muramoto T., Hashi T. // Opt. Comm. 1984. V. 51. P. 163.

Поступила в редакцию 28.11.91.

УДК 530.12; 535

А. И. ЛАВРИНЕНКО

ОПЕРАТОР АДМИТАНСА В ГРАНИЧНЫХ ЗАДАЧАХ ЭЛЕКТРОДИНАМИКИ ДВИЖУЩИХСЯ СРЕД

Решение граничных задач оптики и электродинамики в случае равномерно движущихся сред представляет актуальную область исследования. Несмотря на значительное число работ по этой тематике [1–4], ряд вопросов остается до сих пор не рассмотренным. Например, в литературе отсутствуют общие соотношения для коэффициентов отражения и пропускания световых волн при произвольных состояниях волнового вектора падающей волны, при произвольных направлениях скоростей движения обеих граничащих сред и границы раздела. В указанных случаях, как отмечалось в [3], рационально проводить все вычисления в лабораторной системе отсчета. Это позволяет избегать многократных преобразований полевых и волновых векторов при переходах из одной системы в другую, например, из системы покоя среды в систему покоя границы раздела. При таком способе решения граничных задач в оптике движущихся сред легко прослеживается аналогия с оптикой покоящихся анизотропных гиротропных сред [5]. Естественно поэтому обобщить бескоординатный импедансный метод кристаллооптики [5–7] на движущиеся среды, что позволяет дать общее решение граничных задач в компактной аналитической форме. При этом вводятся операторы (тензоры 2-го ранга) поверхностных адмитансов (адмитанс-волновая проводимость — величина, обратная импедансу [8]) и френелевские операторы отражения и пропускания, связывающие полевые векторы падающих, отраженных и преломленных волн [9].

В настоящей работе мы следуем подходам и терминологии, изложенным в [5]. Введем тензор поверхностных адмитансов. Предположим, что среда и плоская граница раздела, отделяющая ее от другой среды, движутся с различными скоростями v и u относительно лабораторной системы отсчета,