$(i = \overline{1, n})$, и ведут себя так же, как ряды (33), числа $V_\nu (\nu = \overline{2, m})$ определяются из условия (24), обладающая свойством (29);

б) условие (B), то решением является система рядов вида (30), где N_i $(i = \overline{1, n})$ определяются из (34), обладающая свойством (31);

$\tilde{N}_\eta (\eta = \overline{\sigma + 1, n})$ в каждом из случаев 2, 3, 4 (подслучай а)) зависят от тех же переменных, что и соответствующие $N_i (i = \overline{1, n})$ и удовлетворяют условию (25), $\beta_1 \equiv 1$, τ всюду определяется по формуле

$$\tau = \left[(q^{(1)} - p^{(1)} + 1) \frac{P^{(1)}_{p^{(1)}} (1, \bar{\beta}, \bar{0})}{Q^{(1)}_{q^{(1)}} (1, \bar{\beta}, \bar{0})} \int\limits_{z_0}^{z} f(z)\, dz \right]^{(p^{(1)} - q^{(1)} - 1)^{-1}}. \qquad (35)$$

Запишем еще одно условие:

$$Q^{(\xi)}_{q^{(\xi)}-1} (1, \bar{\beta}, \bar{0})'_\mu = 0, \; P^{(1)}_{p^{(1)}-1} (1, \bar{\beta}, \bar{0})'_\mu = 0 \; (\xi = \overline{2, \sigma}; \; \mu = \overline{2, n}). \qquad (36)$$

При выполнении хотя бы одной из пар условий ((36) и одно из условий (11)—(14)) $\Delta(s)$ системы (10) имеет вид $(1 - \lambda)^n$.

Теорема 2. Пусть задана дифференциальная система (2). Если для системы (1) выполнены условия (4), (6), (7), а для системы (10) — хотя бы одна пара условий ((36), (11))—((36), (14)), то решением системы (2) является система рядов вида: 1) (27) при выполненном условии (A); 2) (29) при выполненном условии (B), где $N_i = N_i(\tau, [M_2 + h_2 \ln \tau]\tau, \ldots, [M_n + h_n \ln \tau]\tau)$ $(i = \overline{1, n})$ — n-кратные степенные ряды, сходящиеся в окрестности точки $(0, 0, \ldots, 0)$, M_j, h_j $(j = \overline{2, n})$ — постоянные; τ определяется по формуле (35); $\tilde{N}_\eta$ $(\eta = \overline{\sigma + 1, n})$ зависят от тех же переменных, что и N_i $(i = \overline{1, n})$, и удовлетворяют условию (25).

Очевидно, что в первом случае решение будет обладать свойством (29), во втором — свойством (31).

Список литературы

1. Будько Т. С., Чичурин А. В. Существование полярных и псевдополярных решений автономных дифференциальных систем произвольного конечного порядка. Мн., 1989. 11 с. Деп. в ВИНИТИ 11.12.89. № 7319-В89.
2. Будько Т. С., Яблонский А. И. // Дифференц. уравнения. 1989. Т. 25. № 11. С. 1852.
3. Там же. 1985. Т. 21. № 11. С. 1849.
4. Там же. 1987. Т. 23. № 5. С. 754.
5. Зубов В. И. Методы А. М. Ляпунова и их применение. Л., 1957.
6. Horn J. // Journ. fur M. 1896. V. 116. P. 265; 1897. V. 117. P. 104.

Поступила в редакцию 25.02.91.

УДК 519.852.67

В. Г. МЕДВЕДЕВ

ЧИСЛЕННЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ ПО РЕШЕНИЮ ЛИНЕЙНЫХ ПОЛУБЕСКОНЕЧНЫХ ЭКСТРЕМАЛЬНЫХ ЗАДАЧ

Численные решения на ЭВМ и ППЭВМ двух линейных полубесконечных экстремальных задач проводились с помощью метода опорных задач [1] и пакета ЛП АСУ [2].

I. Алгоритм решения. Целью эксперимента была проверка эффективности метода опорных задач [1] для решения полубесконечной задачи линейного программирования:

$$c'x \to \max, \; b_*(t) \leqslant A(t)\, x \leqslant b^*(t), \; t \in T; \; d_* \leqslant x \leqslant d^*. \qquad (1)$$

Здесь c, x, d^* $d_* \in \mathbf{R}^n$; $b^*(.)$, $b^*(.) \in \mathbf{R}^m$; $A(.) \in \mathbf{R}^{m \times n}$; $T = \{t \mid a \leqslant t \leqslant b\}$; $b_*(.)$, $b^*(.)$, $A(.) \in C^p(T)$, $p \geqslant 2$ — целое число.

Предполагается, что в задаче (1) выполняется условие Слейтера:

$$\exists\, v,\ d_* \leqslant v \leqslant d^*,\ \text{такой, что}\ b_*(t) < A(t)v < b^*(t),\ \text{для всех}\ t \in T. \quad (2)$$

В основу метода опорных задач положены понятия: опорный план, опора, структура опорного плана, уравнения доводки [1]. Он состоит из двух частей: 1) процедуры формирования и решения последовательности конечномерных задач линейного программирования и 2) процедуры доводки.

Первая часть алгоритма предназначена для получения приближенных значений элементов оптимального опорного плана и идентификации его структуры.

Вторая процедура алгоритма строит точные значения элементов оптимального плана путем решения специальным образом сформированной системы нелинейных уравнений (уравнений доводки) методом Ньютона.

II. В эксперименте сравнивался метод опорных задач с методом математического программирования, использующим пакет ЛП АСУ (первый пример). В качестве второго примера была взята известная задача односторонней аппроксимации в пространстве $L_1(T)$ [3].

Вычисления производились на ЕС-1035 (программа MLSI1D и ППП ЛП АСУ) и на ППЭВМ IBM AT-286 (тактовая частота 12 МГц) — программа SIP. Программа MLSI1D написана на языке Фортран, программа SIP — на TURBO PASCAL 5.5. Они реализуют метод опорных задач [1].

Первый тестовый пример был предложен Костюковой О. И.:

$$\begin{gathered} -13x_1 + 18x_2 \to \max, \\ -4t \leqslant t^3(4-t)x_1 - 6t^2x_2 \leqslant 1 - 4t, \quad t \in [0.5,\ t^*], \\ -10 \leqslant x_i \leqslant 10, \quad i = 1, 2. \end{gathered} \quad (3)$$

Результаты решения помещены в табл. 1.

Таблица 1

t^*	1,99			2,00			2,01		
	ЛП АСУ	MLSI1D	SIP	ЛП АСУ	MLSI1D	SIP	ЛП АСУ	MLSI1D	SIP
ε^*	$2\cdot10^{-3}$	10^{-14}	10^{-7}	10^{-3}	10^{-14}	10^{-7}	$2\cdot10^{-3}$	10^{-14}	10^{-7}
M	1	1	1	1	1	1	1	2	1
N	746	23	20	1502	19	19	756	21	20
P	366	4	4	475	5	3	298	7	4
S	—	4	2	—	4	3	—	4	3
$c'x^0$	5,04564	5,037905	5,037905	5,00218	5,0	5,0	4,96543	4,955865	4,955865
τ	1020	7,323	0,49	3824,8	7,561	0,56	870	7,803	0,43
x^0	0,99039 0,99560	0,991949 0,996291	0,991949 0,996291	0,99949 0,99975	1,0 1,0	1,0 1,0	1,01072 1,00582	1,013980 1,007644	1,013980 1,007644
Q^0	0,850 1,990	0,854177 1,990	0,854177 1,990	0,943 2,000	1,000 2,000	1,000 2,000	1,188 2,010	1,20669 2,010	1,20669 2,010

Примечания: ε^* — точность локализации опорных моментов; M — количество решенных опорных задач; N — среднее количество основных ограничений в опорных задачах; P — количество итераций адаптивного метода при решении опорных задач; S — количество итераций в доводке; τ — время решения задачи в секундах; x^0 — оптимальный план; Q^0 — оптимальные опорные моменты; ε — шаг сетки $S_\varepsilon(T)$, наложенной на множество T, на которой проверялось выполнение ограниченной задачи на оптимальном плане.

Таблица 2

n	3		6		8		9	10	11
	MLSI1D	SIP	MLSI1D	SIP	MLSI1D	SIP	SIP	SIP	SIP
ε	10^{-2}	10^{-2}	10^{-2}	10^{-2}	10^{-2}	10^{-2}	10^{-2}	$3\cdot10^{-3}$	$2\cdot10^{-3}$
ε^*	10^{-14}	10^{-7}	10^{-14}	10^{-7}	10^{-14}	10^{-7}	10^{-7}	10^{-7}	10^{-5}
M	10	1	11	2	15	2	2	2	1
N	16	13	19	28	27	26	28	53	58
P	28	5	36	14	60	23	32	42	41
L	2	2	4	4	5	5	5	6	6
S	4	4	6	4	8	4	5	19	6
$c'x^0$	0,649042	0,649042	0,616085	0,616085	0,615663	0,615653	0,615632	0,615628	0,615626
τ	13	0,49	25,5	3,1	38	5,6	7,85	23,17	21,14
Q^0	0,333333 1,0	0,333333 1,0	0,0 0,276393 0,723607 1,0	0,0 0,276389 0,723604 1,0	0,0 0,5 0,172673 0,827327 1,0	0,0 0,499691 0,172464 0,827176 1,0	0,057674 0,278662 0,585406 0,861004 1,0	0,0 0,112888 0,349560 0,636596 0,880271 1,0	0,047157 0,227523 0,482712 0,734704 0,918828 1,0
x^0	0,089096 0,423652 1,045259	0,089096 0,423052 1,045259	0,0 1,023268 —0,240687 1,221962 —1,388633 0,941498	0,0 1,023267 —0,240677 1,221934 —1,388602 0,941485	0,0 1,002913 —0,053486 0,709010 —1,299414 2,499343 —2,205327 0,903576	0,0 1,002897 —0,053252 0,708457 —1,295654 2,493864 —2,201331 0,902425	0,000039 0,998120 0,032616 0,072977 1,109614 —2,563445 3,768226 —2,796046 0,935306	0,0 1,000263 —0,007682 0,421688 —0,522817 1,906660 —3,594561 4,377179 —2,869606 0,846283	0,000009 0,999439 0,012586 0,197844 0,817676 —2,871419 6,997137 —10,352188 9,619342 —5,051575 1,188556

Примечания: обозначения те же, что и в табл. 1.

Второй тестовый пример представляет задачу односторонней аппроксимации функции $\operatorname{tg}(t)$ полиномом $(n-1)$-й степени $\sum_{i=1}^{n} x_i t^{i-1}$ на отрезке $T=[0,1]$ в пространстве $L_1(T)$ [3]:

$$\sum_{i=1}^{n} x_i/i \to \min,$$

$$x_1 + tx_2 + \ldots + t^{n-1}x_n \geqslant \operatorname{tg}(t),\ t \in T,\ x \in \mathbf{R}^n. \qquad (4)$$

В [3] задачу (4) не удалось решить при $n>8$ из-за потери точности в вычислениях. Она не была решена и процедурой MLSI1D при $n>8$ из-за того, что опорная задача не смогла идентифицировать структуру опоры. Процедура SIP решила задачу при $n \leqslant 11$. Результаты решения задачи (4) приведены в табл. 2.

Замечания.

1. В программе MLSI1D значения $A(t)$, $b^*(t)$, $b_*(t)$, $t \in T$, в узлах сетки $S_\varepsilon(T)$, в которых проверялись основные ограничения, каждый раз вычислялись заново, а в программе SIP — хранились в памяти.

2. Время решения задачи (1) программой SIP не включает времени создания сетки $S_\varepsilon(\mathrm{T})$.

Список литературы

1. Медведев В. Г. Линейные полубесконечные экстремальные задачи. Теория, алгоритмы и численный эксперимент // Междунар. советско-польский семинар: Тез. докл. Мн., 1989. С. 190.

2. Курицкий Б. Я., Алексеенко Г. П., Виткин Ю. В. Применение пакетов прикладных программ по экономико-математическим методам в АСУ. М., 1980.

3. Watson G. A. // Lect. Notes Econ. and Math. Systems. 1983. V. 215. P. 193.

Поступила в редакцию 05.04.91.

УДК 517.577

Л. Е. ЗАБЕЛЛО, В. М. РАЧОК

ОДНО РЕШЕНИЕ ВЫРОЖДЕННОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ СИСТЕМ С РАСПРЕДЕЛЕННЫМ ЗАПАЗДЫВАНИЕМ

Исследуется специальный класс дискретных управлений типа обратной связи. Метод определения параметров управления близок к известному методу А. Манитиуса для исследования невырожденных задач в классе кусочно-непрерывных управлений. Отметим, что в этом классе решение вырожденной задачи не существует.

Рассмотрим систему управления:

$$\dot{x}(t) = A(t)\,x(t) + \int_0^h K_1(s)x(t-s)\,ds + B(t)\,u(t),\ t \in T = [t_0,\ t_1], \qquad (1)$$

$$x_0(\cdot) = \{\gamma(\tau)\,|\,\tau \in [t_0-h,\ t_0),\ x(t_0)=x_0\}, \qquad (2)$$

где x — n-вектор, u — m-вектор, $m<n$; $\gamma(t)$ — заданная кусочно-непрерывная n-векторная функция на $[t_0-h,\ t_0]$, x_0 — заданный n-вектор; $A(t)$, $K_1(s)$, $B(t)$ — непрерывные матрицы своих размерностей, $\operatorname{rank} B(t) \equiv m$, $t \in T$; под $u(t)$, $t \in T$, будем понимать кусочно-постоянные управления с заданными точками разрыва p_i, $i=\overline{1,\ N-1}$, $p_{i+1} = p_i + \Delta$, $\Delta > 0$, $p_0 = t_0$, $p_N = t_1$; $h>0$ — постоянное запаздывание.

Качество процесса управления оценивается функционалом

$$I(u) = \int_{t_0}^{t_1} x'(t)\,D(t)\,x(t)\,dt \to \min, \qquad (3)$$

где $D(t) > 0$, $D'(t) = D(t)$ — непрерывная матричная функция, $t \in T$.