

только тогда, когда ее ядро является согласованным и она не содержит двух правил с равными посылками и несовместимыми заключениями.

Доказательство. Необходимость. Пусть элементарная ЭС с непротиворечивой БЗ является непротиворечивой. Докажем, что ее ядро является согласованным и она не содержит двух правил с равными посылками и несовместимыми заключениями. Допустим противное. Пусть ЭС содержит два правила с равными посылками и несовместимыми заключениями и ее ядро не является согласованным. Тогда, согласно леммам 1 и 2, такая ЭС является противоречивой. Необходимость доказана.

Достаточность. Пусть элементарная ЭС с непротиворечивой БЗ имеет согласованное ядро и в ней нет двух правил с равными посылками и несовместимыми заключениями. Докажем, что такая ЭС является непротиворечивой. Доказательство проведем индукцией по длине выводов, понимая под длиной данного вывода число примененных в нем правил.

Базис индукции. Длина выводов равна нулю. В таком случае все факты совпадают с БЗ, которая является непротиворечивой по условию.

Индуктивное предположение. Пусть во всевозможных выводах длины n ($n \geq 0$) нет противоречий.

Индуктивный переход. Докажем, что и во всевозможных выводах длины $n + 1$ также не будет возникать противоречий. В самом деле, каждый вывод длины $n + 1$ получается из соответствующего вывода длины n при помощи применения какого-либо правила вывода системы. Любой вывод длины n по предположению не дал противоречивых утверждений. Тогда в соответствии с согласованностью ядра системы и отсутствием в ней двух правил с равными посылками и несовместимыми заключениями, какое бы правило вывода «не удлиняло» вывод длины n , мы не получим несовместимых следствий. Достаточность доказана, а вместе с ней и теорема.

Список литературы

1. Уотерман Д. Руководство по экспертным системам. М., 1989.
2. Крисевич В. С. и др. Экспертные системы для персональных компьютеров: методы, средства, реализации. Мн., 1990.

Поступила в редакцию 20.11.90.

УДК 681.3.06

М. К. БУЗА, КАН СЕН ЧЕР (КНДР)

О НОРМАЛИЗОВАННОЙ БЕЗРАНГОВОЙ СИСТЕМЕ В КОДЕ ВЫЧЕТОВ

Безранговая система в коде вычетов (БСКВ) [1] упрощает алгоритмы нахождения позиционных характеристик модулярного кода и значительно расширяет область определения арифметических операций. В БСКВ, однако, надо специальным образом выбирать основания системы. Ниже вводится и исследуется нормализованная БСКВ (НБСКВ), которая может быть построена на множестве оснований, удовлетворяющих требованиям классической системы в коде вычетов и сохраняет достоинства БСКВ. Идея нормализованного кода изучалась в [2, 3].

Основные обозначения: $N = \prod_{i=1}^n P_i$, $N_i = N/P_i$, m_i — веса ортогональных базисов.

Пусть $(\tilde{\alpha}_1, \tilde{\alpha}_2, \dots, \tilde{\alpha}_n, r_A)$ — нормализованный модулярный код, а r_A — нормализованный ранг некоторого числа A [2, 3], где $\tilde{\alpha}_i = |m_i A|_{P_i}$.

Определение 1. Несимметричная НБСКВ — это тройка $C = \langle P_1, S_1, D_1 \rangle$, где $P_1 = \{P_1, P_2, \dots, P_n\}$ — множество оснований системы; $S_1 = \{(\tilde{\alpha}_1, \tilde{\alpha}_2, \dots, \tilde{\alpha}_n;$

$\tilde{r}) | 0 \leq \tilde{\alpha}_i < P_i (i = \overline{1, n}), \tilde{r} \in [0, n] \}$ — множество кодов чисел; $D_1 = \left\{ A | A = \sum_{i=1}^n \tilde{\alpha}_i N_i - \tilde{r} N, (\tilde{\alpha}_1, \tilde{\alpha}_2, \dots, \tilde{\alpha}_n; \tilde{r}) \in S_1 \right\}$ — область определения операций.

Свойство 1. Несимметричная БСКВ, в которой все веса ортогональных базисов равны единице, есть несимметричная НБСКВ.

Свойство 1 следует из того, что $\tilde{\alpha}_i = |m_i A|_P = \alpha_i (i = \overline{1, n})$.

Свойство 2. Область D_1 несимметрична относительно нуля. Это следует из того, что в области D_1 наибольшее и наименьшее значения равны соответственно

$$A_{\max} = \sum_{i=1}^n (P_i - 1) N_i = nN - \sum_{i=1}^n N_i = \left(n - \sum_{i=1}^n \frac{1}{P_i} \right) N, A_{\min} = -nN.$$

Свойство 3. Если $A > 0$ и $A \in D_1$, то $-A \in D_1$.

Свойство справедливо, ибо $(-N, N) \subset D_1$.

Свойство 4. В несимметричной НБСКВ существуют особые точки.

Действительно, $|D_1| = |S_1| = (n + 1)N$.

Определение 2. Симметричная НБСКВ — это тройка $C = \langle P_2, S_2, D_2 \rangle$, где $P_2 = \{P_1, P_2, \dots, P_n\}$ — множество оснований системы; $S_2 = \{(\tilde{\alpha}_1, \tilde{\alpha}_2, \dots, \tilde{\alpha}_n; \tilde{r}) | 0 \leq \tilde{\alpha}_i < P_i (i = \overline{1, n}), 0 \leq \tilde{r} \leq k\}$ — множество кодов чисел, представляющее собой наибольшее множество таких наборов $(\tilde{\alpha}_1, \tilde{\alpha}_2, \dots, \tilde{\alpha}_n, \tilde{r})$, что $0 \leq \tilde{r} \leq k$, где k — число ненулевых цифр в данном наборе; $D_2 = \left\{ A | A = \sum_{i=1}^n \tilde{\alpha}_i N_i - \tilde{r} N, (\tilde{\alpha}_1, \tilde{\alpha}_2, \dots, \tilde{\alpha}_n; \tilde{r}) \in S_2 \right\}$ — область определения операций.

Очевидно, что код $(\tilde{\alpha}_1, \tilde{\alpha}_2, \dots, \tilde{\alpha}_n; \tilde{r})$, соответствующий числу $A \in D_2$, однозначен.

Из определения 2 следует, что количество всех значений $\tilde{r}$ равно количеству целых чисел в интервале $[0, n]$ и для любого $A \in D_2$ существует форма нулевого ранга в смысле БСКВ.

Свойство 5. Симметричная БСКВ есть симметричная НБСКВ.

Свойство 6. Область D_2 симметрична относительно нуля.

Свойство 7. В симметричной НБСКВ существуют особые точки.

Рассмотрим алгоритмы сложения в НБСКВ.

Пусть числа A, B и C в выбранной системе оснований имеют соответственно коды $(\tilde{\alpha}_1, \tilde{\alpha}_2, \dots, \tilde{\alpha}_n; \tilde{r}_A)$, $(\tilde{\beta}_1, \tilde{\beta}_2, \dots, \tilde{\beta}_n; \tilde{r}_B)$ и $(\tilde{\gamma}_1, \tilde{\gamma}_2, \dots, \tilde{\gamma}_n; \tilde{r}_C)$.

Сложение. Пусть $C = A + B$. Тогда $A + B = \sum_{i=1}^n \tilde{\alpha}_i N_i - \tilde{r}_A N + \sum_{i=1}^n \tilde{\beta}_i N_i - \tilde{r}_B N = \sum_{i=1}^n |\tilde{\alpha}_i + \tilde{\beta}_i|_{P_i} N_i - \left(\tilde{r}_A + \tilde{r}_B - \sum_{i=1}^n l_i \right) N$, где $(\tilde{\alpha}_i + \tilde{\beta}_i) = |\tilde{\alpha}_i + \tilde{\beta}_i|_{P_i} + \left[\frac{\tilde{\alpha}_i + \tilde{\beta}_i}{P_i} \right] P_i = |\tilde{\alpha}_i + \tilde{\beta}_i|_{P_i} + l_i P_i$ (l_i — переполнение при сложении в i -м разряде).

По определению кода числа C имеем

$$\tilde{\gamma}_i = |m_i C|_{P_i} = |m_i (A + B)|_{P_i} = |m_i A|_{P_i} + |m_i B|_{P_i} = |\tilde{\alpha}_i + \tilde{\beta}_i|_{P_i}.$$

$$\text{Следовательно, } \tilde{r}_C = \tilde{r}_A + \tilde{r}_B - \sum_{i=1}^n l_i.$$

Таким образом, имеем следующий алгоритм сложения:

1. Вычислить $\tilde{\gamma}_i = |\tilde{\alpha}_i + \tilde{\beta}_i|_{P_i}$ ($i = \overline{1, n}$) и $r' = \tilde{r}_A + \tilde{r}_B$.

2. Вычислить $r'' = \sum_{i=1}^n l_i$.

3. Вычислить $\tilde{r}_C = r' - r''$.

Определим такт как совокупность элементарных операций, которые при неограниченном количестве обрабатывающих устройств могут выполняться одновременно.

Тогда операция сложения может быть выполнена за 3 такта. Меньшее количество тактов не может быть потрачено на эту операцию. Действительно, сумма переполнений при сложении по всем разрядам (т. е.

$\sum_{i=1}^n l_i$) может быть вычислена только после нахождения значений всех разрядов $\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_n$ (после первого такта) и только после этого можно найти $\tilde{r}_C$.

Аналогично рассматривается операция прямого вычитания. Она требует для своей реализации также 3 такта.

В классической системе в коде вычетов эти операции требуют $n + 1$ такт.

Список литературы

1. Буза М. К. Основные операции в безранговых системах // Современные вычислительные и автоматизированные системы. Мн., 1980.
2. Амербаев В. М., Овчинников В. В. // Кибернетика. 1970. № 4.
3. Коляда А. А. // Вестн. Белорус. ун-та. Сер. 1: Физ. Мат. Мех. 1976. № 3.

Поступила в редакцию 19.03.91.