

Вдали от насыщения получаются следующие соотношения в случаях слабой и сильной связи соответственно:

$$\frac{W_{\text{вын}}}{W_{\text{сп}}} \simeq \frac{9\pi n_e}{2\omega^3} \frac{g}{(m_e)^2} \left(8\pi e^2 \frac{n_e E}{\omega^4} \frac{g}{m_e} - 1 \right)^2,$$

$$\frac{W_{\text{вын}}}{W_{\text{сп}}} \simeq 2\pi \frac{n_e}{\omega^3} \frac{g}{(m_e)^2}.$$

Предполагается, что толщина кристалла совпадает с длиной поглощения. Как видно из приведенных формул, отношение спектральных плотностей когерентного и спонтанного черенковского излучения пропорционально плотности частиц в пучке.

Таким образом, в нулевом приближении операторного метода можно получить равномерно пригодное по величине амплитуды поля описание квантовых эффектов при генерации коллективного излучения пучком релятивистских электронов.

Список литературы

1. Ахизер А. И., Файнберг Я. Б. // Докл. АН СССР. 1949. Т. 69. № 3. С. 555.
2. Bohm D., Gross E. // Phys. Rev. 1949. V. 75. № 11. P. 1864.
3. Baryshevsky V. G., Feranchuk I. D. // Phys. Lett. A. 1984. V. 102. № 3. P. 141.
4. Нгуен Тху Жанг // Автореф. дис. ...канд. физ.-мат. наук. Мн., 1990.
5. Feranchuk I. D., Komarov L. I., Neshpor I. V. // Journ. Phys. A: Math. Gen. 1987. V. 20. № 12. P. 3849.

Поступила в редакцию 20.05.91.

УДК 530.145

О. З. ОЛЕНДСКИЙ

ПРОХОЖДЕНИЕ ЧАСТИЦ ЧЕРЕЗ СИСТЕМУ ПОТЕНЦИАЛЬНЫХ БАРЬЕРОВ С ПЕРИОДИЧЕСКИ МЕНЯЮЩЕЙСЯ ВЫСОТОЙ

Как известно, микрочастица, туннелирующая через два близко расположенных одинаковых статических потенциальных барьера, может проходить их без уменьшения амплитуды своей волновой функции [1—3]. Это явление, получившее название резонансного туннелирования (или эффекта Рамзауера), происходит при совпадении энергии налетающей частицы с квазиуровнем энергии в яме между барьерами. Если же барьеры отличаются по высоте или по ширине, то коэффициент прохождения как функция энергии падающей частицы также может иметь один или несколько резонансов, но его величина в резонансе меньше единицы [4]. Однако туннелируя, частица может возбуждать различные колебания и взаимодействовать с ними. В работе [5] в первом порядке теории возмущений рассмотрено взаимодействие электрона, туннелирующего через систему двух потенциальных барьеров, и поверхностной электромагнитной волны. Отмечалось существенное влияние резонансных эффектов на процессы излучения и поглощения волн в многослойных туннельных структурах.

На основе строгого квантовомеханического анализа рассмотрим прохождение микрочастицы, первоначально имеющей энергию $E = \hbar\omega_0$, через систему двух одномерных потенциальных барьеров, высота которых меняется по гармоническому закону. Один из барьеров расположен в области $0 < x < a_1$, второй — в области $s + a_1 < x < s + a_1 + a_2$, где a_1 , a_2 , s представляют собой соответственно толщину первого и второго барьеров и ширину ямы. Тогда в уравнении Шредингера

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m_0} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + U(x, t) \Psi. \quad (1)$$

$U(x, t)$ имеет вид:

$$U(x, t) = U_1(x, t) + U_2(x, t), \quad (2)$$

$$U_1(x, t) = \begin{cases} \hbar(V_{01} + V_1 \cos \omega t), & 0 < x < a_1, \\ 0, & x < 0, \quad x > a_1, \end{cases} \quad (3)$$

$$U_2(x, t) = \begin{cases} \hbar[V_{02} + V_2 \cos(\omega t + \varphi)], & s + a_1 < x < s + a_1 + a_2 \\ 0, & x < s + a_1, \quad x > s + a_1 + a_2. \end{cases} \quad (4)$$

Здесь $\hbar V_{01}$, $\hbar V_{02}$ — высоты первого и второго барьеров; $\hbar V_1$ и $\hbar V_2$ — амплитуды модуляции; ω — частота модуляции; φ — разность фаз; m_0 — масса частицы. Условимся обозначать решения уравнения Шредингера в областях $x < 0$, $0 < x < a_1$, $a_1 < x < s + a_1$, $s + a_1 < x < s + a_1 + a_2$, $x > s + a_1 + a_2$ соответственно индексами 1, 2, 3, 4, 5. В области $x < 0$ решение уравнения Шредингера имеет вид:

$$\psi_1(x, t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \{\delta_{n0} e^{i\kappa_n x} + A_n e^{-i\kappa_n x}\} e^{-i(\omega_0 + \omega n)t}, \quad (5)$$

где $\kappa_n = \sqrt{2m_0(\omega_0 + \omega n)}/\hbar$.

В области $x > s + a_1 + a_2$ имеем следующее решение:

$$\psi_5(x, t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n \exp\{i[\kappa_n(x - s - a_1 - a_2) - (\omega_0 + \omega n)t]\}. \quad (6)$$

В областях $0 < x < a_1$ и $s + a_1 < x < s + a_1 + a_2$ решения уравнения Шредингера имеют вид:

$$\psi_2(x, t) = e^{i\frac{V_1}{\omega} \sin \omega t} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \{B_n e^{i\xi_n x} + D_n e^{-i\xi_n x}\} e^{-i(\omega_0 + \omega n)t}, \quad (7)$$

$$\psi_4(x, t) = e^{-i\frac{V_2}{\omega} \sin(\omega t + \varphi)} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \{G_n e^{ip_n(x-s-a_1)} + F_n e^{-ip_n(x-s-a_1)}\} e^{-i(\omega_0 + \omega n)t}, \quad (8)$$

где $\xi_n = \sqrt{2m_0(\omega_0 + \omega n - V_{01})}/\hbar$, $p_n = \sqrt{2m_0(\omega_0 + \omega n - V_{02})}/\hbar$.

Обычные условия непрерывности волновой функции и ее первой пространственной производной приводят к следующей системе линейных уравнений с комплексными коэффициентами для определения C_n :

$$\sum_{m=-\infty}^{\infty} F_{nm}^{(+)} C_m = \delta_{n0}. \quad (9)$$

Коэффициенты A_n выражаются через C_n :

$$A_n = \sum_{m=-\infty}^{\infty} F_{nm}^{(-)} C_m. \quad (10)$$

При этом

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} \{|A_n|^2 + |C_n|^2\} = 1. \quad (11)$$

Здесь

$$F_{nm}^{(\pm)} = \sum_{e, k, i} J_{n+i}(V_1/\omega) J_{j+k}(V_1/\omega) J_{k+e}(V_2/\omega) J_{e+m}(V_2/\omega) \times \\ \times \exp[i(m-k)\varphi] f_{nmek}^{\pm}, \quad (12)$$

$J_n(x)$ — функция Бесселя n -го порядка,

$$f_{nmek}^{\pm} = \frac{1}{2} \left\{ \left(1 \pm \frac{\kappa_m}{\kappa_n} \right) \cos(p_{-e} a_2) \cos(\kappa_n s) \cos(\xi_{-j} a_1) - \right.$$

$$\begin{aligned}
& - \left(\frac{\kappa_k}{\xi_{-j}} \pm \frac{\xi_{-j}}{\kappa_k} \cdot \frac{\omega_m}{\omega_n} \right) \cos(p_{-e} a_2) \cdot \sin(\kappa_k s) \cdot \sin(\xi_{-j} a_1) - \\
& - \left(\frac{p_{-e}}{\xi_{-j}} \pm \frac{\xi_{-j}}{p_{-e}} \cdot \frac{\kappa_m}{\kappa_n} \right) \sin(p_{-e} a_2) \cdot \cos(\kappa_k s) \cdot \sin(\xi_{-j} a_1) - \\
& - \left(\frac{p_{-e}}{\kappa_k} \pm \frac{\kappa_k}{p_{-e}} \cdot \frac{\kappa_m}{\kappa_n} \right) \sin(p_{-e} a_2) \cdot \sin(\kappa_k s) \cdot \cos(\xi_{-j} a_1) + \\
& + i \left[\left(\frac{\kappa_k \kappa_m}{\xi_{-j} p_{-e}} \pm \frac{\xi_{-j} p_{-e}}{\kappa_k \kappa_n} \right) \sin(p_{-e} a_2) \cdot \sin(\kappa_k s) \cdot \sin(\xi_{-j} a_1) - \right. \\
& - \left(\frac{\kappa_m}{p_{-e}} \pm \frac{p_{-e}}{\kappa_n} \right) \sin(p_{-e} a_2) \cdot \cos(\kappa_k s) \cdot \cos(\xi_{-j} a_1) - \\
& - \left(\frac{\kappa_m}{\kappa_k} \pm \frac{\kappa_k}{\kappa_n} \right) \cos(p_{-e} a_2) \sin(\kappa_k s) \cdot \cos(\xi_{-j} a_1) - \\
& \left. - \left(\frac{\kappa_m}{\xi_{-j}} \pm \frac{\xi_{-j}}{\kappa_n} \right) \cos(p_{-e} a_2) \cdot \cos(\kappa_k s) \cdot \sin(\xi_{-j} a_1) \right]. \quad (13)
\end{aligned}$$

Если положить a_2, s, V_{02}, V_2 равными нулю, то формулы (9) — (13) переходят, как и следовало ожидать, в формулы для туннелирования частицы через одиночный потенциальный барьер с периодически меняющейся высотой [6].

На рис. 1 приводится зависимость $|C_0|^2$ от $\hbar\omega_0$, рассчитанная по формулам (9) — (13), для случая $\hbar V_{01} = \hbar V_{02} = 1,8$ эВ, $a_1 = a_2 = 1$ нм, $s = 3$ нм, $\hbar\omega = 0,1$ эВ, $V_1/\omega = V_2/\omega = 0,5$, $\varphi = 0$, $m_0 = m_e$, m_e — масса электрона. Там же для сравнения приведен и участок кривой для статических барьеров той же высоты и ширины. На рисунке показана часть кривой вблизи шестого резонансного уровня. Аналогичные резонансы имеют место и на других уровнях. Как и в случае статических барьеров, коэффициент прохождения для основного канала (без изменения энергии, $n = 0$) обладает рядом резко выраженных максимумов, полуширина которых возрастает с возрастанием номера квазиуровня. Вместе с тем наложение колебаний на барьеры приводит к изменению резонансной

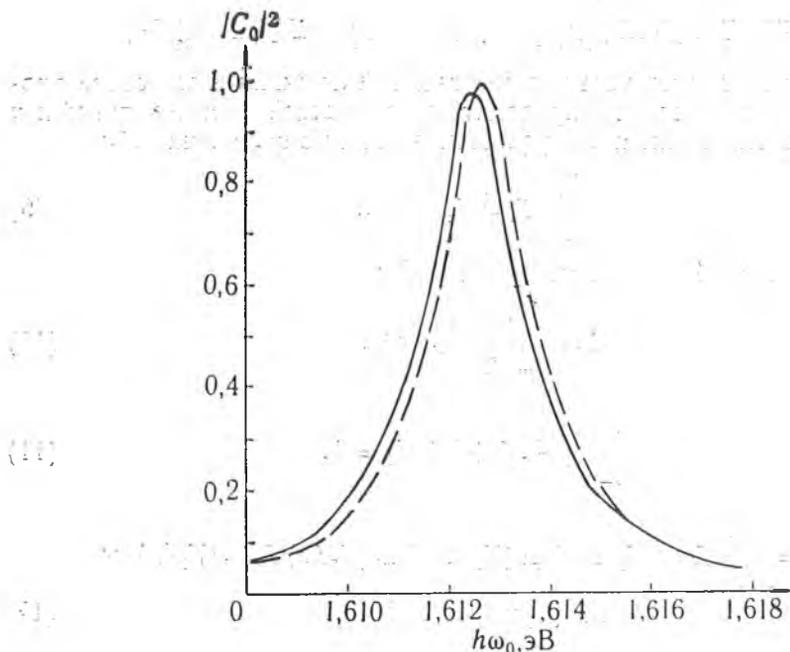


Рис. 1. Зависимость $|C_0|^2$ от энергии частицы $\hbar\omega_0$:
— $\hbar\omega = 0,1$ эВ; --- $\hbar\omega = 0$ эВ (статический случай)

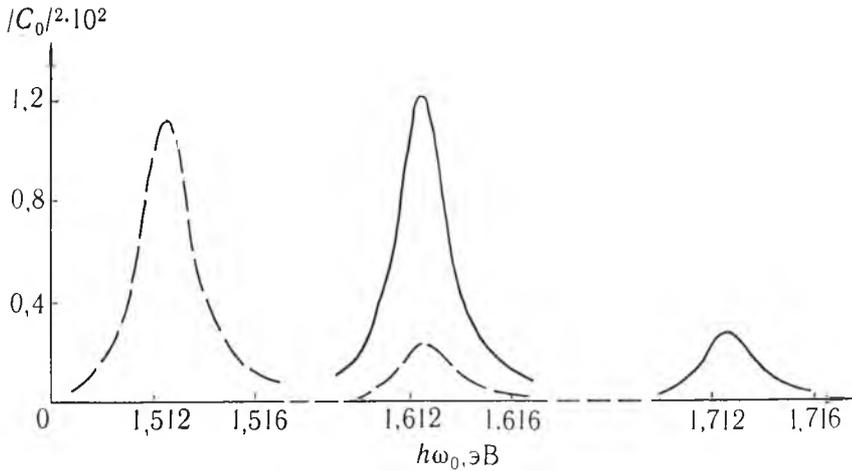


Рис. 2. Зависимость $|C_n|^2$ от энергии частицы $\hbar\omega_0$:
 - - - - $n = 1$; ——— $n = -1$

кривой. В исследуемом диапазоне энергий модуляции ($0 \leq \hbar\omega \leq 0,3$ эВ) увеличение $\hbar\omega$ (при неизменности V_1/ω и V_2/ω) приводит к уменьшению максимального значения $|C_0|^2$ и его смещению в область меньших значений энергии частицы. Так, если $\hbar\omega = 0,015$ эВ, то шестой резонанс наблюдается при $\hbar\omega_0 = 1,6127$ эВ и $|C_0|_{\max}^2 = 0,990$. Если $\hbar\omega = 0,3$ эВ, то максимальное значение $|C_0|_{\max}^2$, равное 0,575, достигается при $\hbar\omega_0 = 1,6105$ эВ. Отметим, что изменение резонансной кривой существенно зависит также от номера квазиуровня и отношений V_1/ω и V_2/ω .

Прохождение частицы по каналу с $n \neq 0$ (с изменением энергии) определяется величинами V_1/ω , V_2/ω , ω_0 , ω , а также знаком и величиной n . На рис. 2 приведена зависимость $|C_n|^2$ от энергии частиц для $n = 1$ и $n = -1$. Величина $|C_1|^2$ проходит через максимум при $\hbar\omega_{res}$ и $\hbar\omega_{res} - \hbar\omega$, а $|C_{-1}|^2$ — при $\hbar\omega_{res}$ и $\hbar\omega_{res} + \hbar\omega$, где $\hbar\omega_{res}$ — значение энергии падающей частицы, при которой достигается максимум для канала с $n = 0$. Величина $|C_n|^2$ в максимуме на несколько порядков превосходит нерезонансные значения и зависит от $\hbar\omega_0$, $\hbar\omega$, V_1/ω , V_2/ω , а также от n . В интервале $0 \leq \hbar\omega \leq 0,3$ эВ увеличение $\hbar\omega$ приводит к увеличению значения $|C_1|^2$ в максимуме при $\hbar\omega_{res}$, в то время как максимальное значение $|C_1|^2$ при $\hbar\omega_{res} - \hbar\omega$ с ростом $\hbar\omega$ сначала увеличивается, а затем уменьшается. Величина $|C_{-1}|^2$ в максимуме при $\hbar\omega_{res} + \hbar\omega$ возрастает с ростом $\hbar\omega$, а максимальное значение $|C_{-1}|^2$ при $\hbar\omega_{res}$ сначала растет, а затем уменьшается.

Таким образом, изменение энергии электронов, падающих на систему двух потенциальных барьеров с переменной высотой, позволяет значительно варьировать величину туннельного тока как при энергии $\hbar\omega_0$, так и на гармониках $\hbar\omega_0 \pm \hbar\omega$. Указанное свойство может быть использовано в устройствах интегральной и оптоэлектроники.

Список литературы

1. Бом Д. Квантовая теория. М., 1965.
2. Йогансен Л. В. // ЖЭТФ. 1963. Т. 45. № 2. С. 207.
3. Йогансен Л. В. // ЖЭТФ. 1964. Т. 47. № 1. С. 270.
4. Ricco V., Azbel M. Y. // Phys. Rev. B. 1984. V. 29. № 4. P. 1970.
5. Беленов Э. М., Лускинович П. Н. и др. // Письма в ЖТФ. 1986. Т. 12. № 8. С. 491.
6. Кузнецов В. С. // Письма в ЖТФ. 1988. Т. 14. № 6. С. 502.