

секстета на спектрах ПВО по сравнению со спектрами МСКЭ, что, вероятно, связано с большей диффузионной подвижностью атомов железа на поверхности пленки. Последняя, как известно [8], может приводить к существенному уширению мессбауэровских линий. Кроме того, в спектре ПВО присутствует секстет линий металлического железа α -Fe (положение линий α -Fe на спектре (рис. 3, а) показано вертикальными линиями), которое находится на поверхности в виде кластеров и его наличие дает интересный физико-химический эффект, требующий своего объяснения.

На рис. 4, а, б изображены спектры, полученные с пленки после ее отжига при температуре 550 °С. Обращает на себя внимание полное превращение парамагнитного железа в окисное, что проявляется в исчезновении центрального дублета квадрупольного расщепления. Сравнение спектров позволяет сделать качественный вывод об уширении линий спектра ПВО по сравнению со спектром МСКЭ. Причиной этого могут быть как диффузионные процессы на поверхности, так и наличие дополнительных фаз окисного железа в слое ~ 2 нм. К сожалению, рентгеноструктурные исследования, которые помогли бы ответить на этот вопрос, в таком тонком слое невозможны. В спектре ПВО наблюдается также исчезновение линий от металлического железа, что связано с переходом последнего в окисные формы при отжиге.

Таким образом, проведенные исследования доказали возможность реализации экспериментов по ПВО мессбауэровского излучения с помощью воздушного сцинтилляционного детектора конверсионных электронов и одновременно продемонстрировали эффективность метода в изучении тонких поверхностных слоев материалов.

Список литературы

1. Иркаев С. М., Кузьмин Р. Н., Опаленко А. А. Ядерный гамма-резонанс. М., 1970.
2. Андреева М. А., Кузьмин Р. Н. Мессбауэровская гамма-оптика. М., 1982.
3. Frost J. S. // Appl. Phys. Lett. 1985. V. 47. № 6. P. 581.
4. Белозерский Г. Н., Семенов В. Г., Соколов А. Ю. Конверсионная мессбауэровская спектроскопия в геометрии полного внешнего отражения: Тез. докл. IV Всесоюз. совещ. по когерентному взаимодействию излучения с веществом. М., 1988. С. 236.
5. Гурачевский В. Л. и др. // ПТЭ. 1985. № 6. С. 38.
6. Бильдюкевич Е. В. и др. Там же. С. 62.
7. Химические применения мессбауэровской спектроскопии / Под ред. В. И. Гольданского. М., 1970.
8. Суздалев И. П. Динамические эффекты в гамма-резонансной спектроскопии. М., 1979.

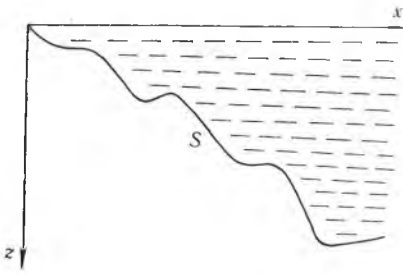
Поступила в редакцию 23.04.90.

УДК 534.23

А. К. БЕЛЯВСКИЙ, И. К. ДАНЕЙКО

ОБОБЩЕНИЕ МЕТОДА КОНФОРМНОГО ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ДЛЯ ЗАДАЧИ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ВОЛН В ПРОИЗВОЛЬНОМ ВОЛНОВОДЕ

Метод конформного преобразования доказал свою эффективность при решении отдельного класса задач, связанных с расчетом акустических полей в клиновидных областях [1, 2]. Однако при переходе от идеально ровного дна к реальным поверхностям и учете горизонтальной неоднородности океана данный подход становится трудноприменимым. Это объясняется как сложностями в подборе новой ортогональной координатной системы, приводящей границы к более простому виду, так и необходимостью ограничиться узким классом зависимостей скорости звука от глубины. Прямоугольные же волноводы вообще исключаются



Клинообразный волновод, моделирующий условия прибрежного шельфа (S — поверхность дна)

из области применения указанного метода. Большинство этих проблем можно решить лишь при использовании неортогональных систем координат.

Рассмотрим клинообразный горизонтально-стратифицированный волновод с абсолютно мягкой верхней границей и произвольной нижней (см. рисунок). Задача нахождения двухмерного акустического поля в такой области имеет вид:

$$\begin{aligned} \nabla^2 \psi(x, z) + k^2(z) \psi(x, z) &= 0, \\ \psi|_{z=0} &= 0, \quad \psi'_n + g\psi|_{z=\gamma(z)} = 0, \end{aligned} \quad (1)$$

где $k^2(z) = \omega^2/c^2(z)$; c — скорость звука; ω — частота; ψ'_n — производная по внешней нормали; g — адмитанс дна. Функция $\gamma(t)$, описывающая нижнюю границу клина, может быть построена с помощью интерполяционного полинома Лагранжа. Если известны $N+1$, точка с координатами x_i, z_i , причем $(x_i, z_i) \in S$, то

$$\begin{aligned} x = \gamma(z) &= \sum_{i=1}^N a_i z^i + a_0, \quad a_i = \sum_{n=0}^N (-1)^n C_N^n \prod_{m=0}^{N*} (z_n - z_m), \\ a_0 &= (-1)^N \sum_{n=0}^N x_n \prod_{m=0}^{N*} z_m \prod_{m=0}^{N*} (z_n - z_m), \end{aligned}$$

$m \neq n$, C_N^n — сочетание из N элементов z_i по n , индекс «*» обозначает, что из произведения исключается член, для которого $m=n$ [3]. В частности, профиль дна (см. рисунок) может быть однозначно задан с помощью 15 точек. Перейдем в новый координатный базис $x = \mu(u) + v$, $z = q(u)$. Тогда задача (1) примет вид:

$$\begin{aligned} q'^2 \psi_{uu} - q'' \psi_u + q'(\mu'^2 + q'^2) \psi_{vv} - (\mu''q' - \mu'q'') \psi_v - 2q'\mu' \psi_{uv} + \\ + q'^3 k^2(q) \psi = 0, \quad \psi = 0, \quad q = 0; \end{aligned}$$

$$\psi'_v(q' + b\mu') - \psi'_u b + gq'(1 + b^2)^{\frac{1}{2}} \psi = 0, \quad \mu + v = \gamma(q);$$

(здесь и в дальнейшем штрих без индекса при μ и q означает дифференцирование по u , а при f — по v , $b = \gamma'_z$). Пусть $\mu(u) = \sum_{i=1}^N a_i q^i + a_0$, тогда, применяя стандартный метод разделения переменных, получим:

$$\psi(u, v) = (q')^{\frac{1}{2}} \exp[\alpha(q + \mu - iv + \int b d\mu) + g \int (1 + b^2)^{\frac{1}{2}} dq],$$

где α — постоянная разделения, а функция $q(u)$ является решением уравнения

$$QQ'' - \frac{3}{4}Q'^2 + Q^2Q'A + Q^4B + Q^3D + Q^2P = 0,$$

$$\begin{aligned} Q = q', \quad A = \alpha + g(1 + b^2)^{\frac{1}{2}}, \quad B = k^2(q) + 2\alpha^2 + 2\alpha g(1 + b^2)^{\frac{1}{2}} + \\ + g^2(1 + b^2), \quad D = 2\alpha g(1 + b^2)^{\frac{1}{2}} b\mu' + 2\alpha^2 b\mu' + g(1 + b^2)^{\frac{1}{2}}, \\ p = \alpha^2(b\mu')^2 + \alpha(b\mu')', \end{aligned} \quad (2)$$

способ решения которого будет обсуждаться в последующих публикациях. Остается добавить, что данный подход, избавляя от необходимости решения задачи на собственные функции и собственные значения, приводит к не менее сложному уравнению (2).

Перейдем теперь к задаче нахождения акустического поля в прямоугольном нестратифицированном волноводе. В качестве функций, аппроксимирующих реальные профили скорости звука, выберем аналогичные использовавшимся в [4]. Тогда уравнение

$$\nabla^2 \psi(x, z) + k^2(x, z) \psi(x, z) = 0$$

с граничными условиями

$$\psi|_{z=0} = 0, \quad \psi'_z + g\psi|_{z=H} = 0,$$

с помощью преобразования координат $x = \mu(u)f(v)$, $z = q(u)$ может быть приведено к виду:

$$\begin{aligned} & \mu^2 f'^3 (q' \psi''_{uu} - q'' \psi'_u) - 2\mu \mu' q' f f'^2 \psi''_{uv} + \mu'^2 q' (f^2 f' \psi''_{vv} + (2ff'^2 - f^2 f'') \psi'_v) + \\ & + q'^3 (f' \psi''_{vv} - f'' \psi'_v) - \mu (\mu'' q' - \mu' q'') f'^2 \psi'_u + q'^3 f'^3 k^2(v) \psi = 0, \\ & \psi|_{q=0} = 0, \quad \psi'_v f \mu' - \psi'_u \mu f' - \psi g q' \mu f'|_{q=H} = 0. \end{aligned}$$

Если искать решение последней задачи как произведения $\psi(u, v) = U(u)V(v)$, после несложных преобразований получим:

$$\psi(u, v) = \sum_{n=0}^{\infty} A_n \varphi_n(u) (q')^{\frac{1}{2}} (\mu f)^{\alpha_n}, \quad (3)$$

где α_n и φ_n — собственные значения и собственные функции задачи

$$\begin{aligned} & 4\mu^2 q'^2 \varphi'' + (8\alpha^2 \mu'^2 q'^2 + \mu^2 (2q''' q' - 3q''^2)) \varphi = 0, \\ & \varphi|_{q=0} = 0, \quad \varphi|_{q=H} = \mu^\alpha \exp(-gH); \end{aligned} \quad (4)$$

A_n — коэффициент возбуждения n -й моды; $f(v) = [(\alpha_n^2 - \alpha_n)/k^2(v)]^{\frac{1}{2}}$, а $q(u)$ и $\mu(u)$ выбираются так, чтобы наилучшим образом удовлетворить условию $k^2(x, z) \rightarrow k^2(v)/\mu^2$ [4].

Значение $\varphi(u)$ может быть получено как методом фазовой функции, детально разработанным в [5], так и с помощью любого другого подхода, применимого в данном случае.

В заключение отметим, что при соответствующем выборе функции q и μ можно получить решение задачи (4) аналитически, что существенно упростит процесс отыскания общего решения (3).

Список литературы

1. Завадский В. Ю. О некоторых вопросах дифракции в соприкасающихся жидких и упругих клиньях // Акуст. журн. 1966. Т. 12. Вып. 2. С. 192.
2. Комиссарова Н. Н. Поле точечного источника в клиновидной области, моделирующей условия распространения подводного звука в прибрежной зоне // Акуст. журн. 1973. Т. 19. Вып. 4. С. 552.
3. Гончаров В. Л. Теория интерполирования и приближения функций. М., 1954. С. 43.
4. Белявский А. К., Данейко И. К. Распространение волн в неоднородном клине. Метод конформного преобразования // Вестн. Белорус. ун-та. Сер. 1: Физ. Мат. Мех. 1990. № 2. С. 62.
5. Крупин В. Д. Вычисление звуковых полей в волноводах на основе метода фазовой функции // Вопросы судостроения. Сер.: Акустика. 1977. Вып. 9. С. 3.

Поступила в редакцию 25.07.90.