лее значительным уменьшением концентрации носителей заряда, чем ростом их подвижности. Увеличение концентрации электронов и дырок при повышении температуры приводит к уменьшению абсолютных величин коэффициента Холла и дифференциальной термо-ЭДС. Некоторое падение $|\alpha|$ при $T<110$ К, по-видимому, вызвано сближением подвижностей электронов и дырок.

Легирование сплава Bi—8%Sb теллуром приводит к повышению концентрации электронов, которые и определяют кинетические свойства в области низких температур. При $T>200$ К появляются дырки, которые из-за их низкой подвижности незначительно влияют на процессы переноса. Поэтому $\rho(T)$ и $|\alpha(T)|$ монотонно увеличиваются, а $R(T)$ изменяется незначительно, достигая экстремума при 210 К.

В тройном сплаве Bi—8%Sb—0,05%Sn кинетические свойства в области низких температур определяются только дырками. Поэтому при $T<120$К $\alpha(T)$ и $\rho(T)$ увеличиваются с повышением температуры, а $R(T)$ почти не изменяется. Дальнейший рост температуры приводит к появлению высокоподвижных электронов в зоне проводимости, и вблизи 160 К удельное электросопротивление имеет максимум, а дифференциальная термо-ЭДС и коэффициент Холла меняют знак с положительного на отрицательный.

Список литературы

1. Иорданишвили Е. К. Термоэлектрические источники питания. М., 1968.
2. Прокошин В. И., Шепелевич В. Г., Ярмолович В. А. // Вестн. Белорус. ун-та. Сер. 1: Физ. Мат. Мех. 1983. № 2. С. 24.
3. Шепелевич В. Г. // Изв. АН БССР. Неорганические материалы. 1986. Т. 22. № 3. С. 378.
4. Мирошниченко И. С. Закалка из жидкого состояния. М., 1982.
5. Вассерман Г., Гревен И. Текстуры металлических материалов. М., 1969.
6. Кребс Г. Основы кристаллохимии неорганических соединений. М., 1971.
7. Иванов Г. А., Попов А. М. // ФТТ. 1963. Т. 5. № 9. С. 2409.
8. Абросимов В. М., Егоров Б. Н., Карандашев В. А., Крыкин М. А. // Радиотехника и электроника. 1973. Т. 18. № 7. С. 1449.
9. Прокошин В. И., Шепелевич В. Г. // Докл. АН БССР. 1981. Т. 25. № 7. С. 609.

Поступила в редакцию 21.05.90.

УДК 538.123+621.3.083.8

В. И. ПРОКОШИН, В. А. ЯРМОЛОВИЧ, Т. М. РАБКЕВИЧ

ФУНКЦИОНАЛЬНАЯ МОДЕЛЬ ПЛЕНОЧНОГО ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ ХОЛЛА В НЕОДНОРОДНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Преобразователи Холла широко применяются в метрологии для топографии неоднородных магнитных полей, в разнообразных технических устройствах, регистрирующих перемещение, вращение объекта и др. Миниатюризация используемых при этом магнитных систем, необходимость в регистрации полей, создаваемых цилиндрическими магнитными доменами, требуют оценки погрешности измерений в условиях локализации неоднородных магнитных полей. При этом преобразователь Холла (ПХ) уже нельзя считать точечным. Влияние технических характеристик ПХ, его геометрии и других параметров, определяемых технологией производства, на работоспособность в неоднородном магнитном поле практически не исследовано. Таким образом, разработка функциональной модели реального ПХ является весьма актуальной.

Рассмотрим основные физические приближения, используемые для построения функциональной модели с учетом современных технологий в производстве ПХ. Наиболее совершенными являются пленочные преобразователи Холла, обычно изготавливаемые с применением фотолитографической технологии. Толщина пленки d варьируется в широких пределах от 0,01 до 10 мкм. Пусть область локализации поля такова, что изменение составляющей индукции B, перпендикулярной пластине Холла, незначительно по толщине пленки. Тем самым считаем преобразователь бесконечно тонким по оси Z, что допустимо для большинства пленочных ПХ. Зависимостью электрической проводимости пленки σ от индукции магнитного поля пренебрежем, т. е. $\sigma(B)=\sigma(0)=\sigma$. Это допущение корректно, так как материал пленки обычно легированный полупроводник, например, InSb или InAs с уровнем концентрации носителей заряда $(1-5)\cdot 10^{23}$ м$^{-3}$. Такая конструкция считается оптимальной [1].

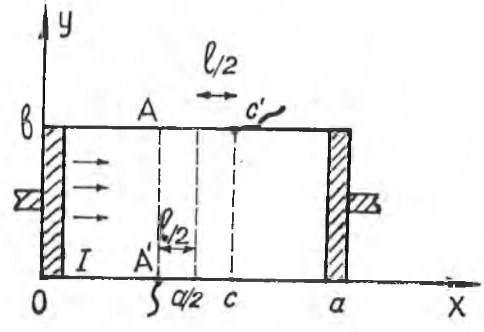

Рис. 1. Преобразователь Холла прямоугольной формы в неоднородном магнитном поле

Указанная модель позволяет рассматривать функционирование преобразователя Холла в двухмерно-неоднородном магнитном поле, т. е. $\vec{B}=(0, 0, B)$, где $B(x, y)$ — функция координат x и y.

Конфигурацию преобразователя выберем, как показано на рис. 1, в виде прямоугольника, что соответствует достаточно распространенной форме ПХ. Холловские контакты считаем точечными. В отсутствие магнитного поля на выходе ПХ появляется ЭДС, которую называют остаточным напряжением $U_c(0)$. Напряжение $U_c(0)$ зависит от нескольких факторов: технологии производства, режимов эксплуатации, от тока J, проходящего через ПХ. Использовав разложение U_c в ряд по J [2], получаем:

$$U_c(0) = r_1 J + r_2 J^2 + r_3 J^3 + \ldots r_n J^n. \quad (1)$$

$U_{нэ}=r_1 J$ — напряжение неэквипотенциальности, которое возникает вследствие асимметрии холловских зондов, при этом r_1 имеет смысл электросопротивления между линиями AA' и CC'. Если ввести параметр асимметрии l, то $U_{нэ}=r_1 J=Ul/a$, где U — разность потенциалов при длине ПХ, равной a. Фактически же U — ЭДС внешнего генератора напряжения. При питании ПХ от источника постоянного тока величиной J имеем $U_{нэ}=JR_{вх}l/a$, где $R_{вх}$ — электрическое сопротивление входа ПХ. При номинальном токе управления и неэкстремальных температурных режимах эксплуатации, как правило, $|U_{нэ}|>|r_2J^2+r_3J^3+\ldots|$. Роль слагаемых в разложении (1) возрастает при увеличении тока, причем некоторые коэффициенты могут равняться нулю. Их природа связана с комплексом практически неконтролируемых термогальваномагнитных эффектов в полупроводниках [3].

Уменьшение остаточного напряжения является актуальной задачей при производстве промышленных ПХ. Применяемые способы (механическое подцарапывание, лазерная подгонка и др.) существенно уменьшают асимметрию, но полностью компенсировать $U_{нэ}$ не могут. Значения $|U_{нэ}|$ зависят от материала и способа изготовления и составляют 10 мкВ—10 мВ.

В рассматриваемой модели допускается, что остаточное напряжение в основном обусловлено $U_{нэ}$, т. е. $U_c(0)\approx U_{нэ}$, которое определяется экспериментально по величине сигнала в отсутствие магнитного поля. Измеряемая в магнитном поле величина

$$U_c(B)=U_c(0)+U_x, \quad (2)$$

где U_x — ЭДС Холла. Основным параметром ПХ является чувствительность к магнитному полю при фиксированном токе:

$$\gamma = \left.\frac{U_x}{B_0}\right|_{J=\mathrm{const}}. \quad (3)$$

Она определяется в однородном постоянном магнитном поле B_0 и является индивидуальной характеристикой преобразователя. Естественно, что γ прямо пропорциональна коэффициенту Холла R материала преобразователя. Таким образом, можно считать известными σ, R, γ, U, $U_{\text{нэ}}$, геометрические размеры преобразователя, распределение индукции магнитного поля $B(x, y)$.

Проведем расчет $U_c(B)$ — выходного сигнала реального преобразователя Холла (см. рис. 1) в магнитном поле $B(x, y)$. Для этого воспользуемся уравнениями Максвелла:

$$\operatorname{rot} \vec{E} = 0, \tag{4}$$

$$\operatorname{div} \vec{j} = 0, \tag{5}$$

где $\vec{j}$ — вектор плотности электрического тока; $\vec{E}$ — напряженность электрического поля, связанная со скалярным потенциалом φ следующим уравнением:

$$\vec{E} = -\operatorname{grad} \varphi. \tag{6}$$

Систему уравнений (4—6) следует дополнить законом Ома, который запишем в виде [4]:

$$\vec{j} = \sigma \vec{E} + \sigma r R\, [\vec{E} \times \vec{B}]. \tag{7}$$

Выражение (7) справедливо как для изотропного материала, так и для анизотропного полупроводника с несколькими максимумами или минимумами энергии при условии, что время релаксации изотропно и зависит лишь от энергии [4]. Поле предполагается слабым, т. е. $\mu B \ll 1$, где μ — холловская подвижность носителей заряда. Оценка величины μB при $B = 0{,}2$ Тл и $\mu = 0{,}1$ В/м^2 с для гетероэпитаксиальных структур n — —InSb—i—GaAs [5] подтверждает предположение слабого поля и корректность выражения (7).

С учетом $\vec{B} = (0, 0, B)$ из (4—7) следует уравнение для φ:

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \sigma R \left(\frac{\partial \varphi}{\partial y} \frac{\partial B}{\partial x} - \frac{\partial \varphi}{\partial x} \frac{\partial B}{\partial y} \right) = 0. \tag{8}$$

Условие отсутствия протекания тока через боковые поверхности электродов ($\vec{j}_y = 0$) может быть записано:

$$\left(\frac{\partial \varphi}{\partial y} - \sigma R B \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right)_{\substack{y=0 \\ y=b}} = 0. \tag{9}$$

Потенциалы на токовых электродах считаются постоянными:

$$\varphi(0, y) = U, \tag{10}$$

$$\varphi(a, y) = 0. \tag{11}$$

Решение данной задачи будем искать в виде: $\varphi = U(1 - x/a) + \varphi_1$, где первое слагаемое — потенциал в отсутствие магнитного поля, а φ_1 — малая добавка, которая в приближении слабого поля выполняет роль потенциала возмущения.

Из (8)—(11) получаем следующие условия для отыскания функции φ_1, которые совпадают с [6]:

$$\frac{\partial^2 \varphi_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi_1}{\partial y^2} = A \frac{\partial B}{\partial y}, \tag{12}$$

$$\varphi_1(0, y) = \varphi_1(a, y) = 0, \tag{13}$$

$$\left. \frac{\partial \varphi_1}{\partial y} \right|_{y=0} = AB(x, 0), \tag{14}$$

$$\left. \frac{\partial \varphi_1}{\partial y} \right|_{y=b} = AB(x, b), \tag{15}$$

где $A = -\sigma U R / a$.

Для решения уравнения (12) с граничными условиями (13—15) воспользуемся методом конечных интегральных преобразований [7]:

$$\varphi_1(x,\ y) = \varphi_{\text{одн.}} + \sum_{\lambda_n} \frac{D_n(y)\cdot Q_n(x)}{N_n^2}, \tag{16}$$

где $\varphi_{\text{одн.}}$ — решение вспомогательной однородной задачи, которое получают методом разделения переменных при устранении распределенных источников; λ_n, $Q_n(x)$ и N_n^2—собственные числа, собственные функции и квадрат нормы, определяемые из [7]; $D_n(y)$— вспомогательные функции, учитывающие неоднородные граничные условия и заданные источники.

$$\varphi_{\text{одн.}} = 2A\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin\left(\frac{n\pi}{a}x\right)}{n\pi\,\mathrm{sh}\left(\frac{n\pi}{a}b\right)}\left\{\mathrm{ch}\,\frac{n\pi}{a}y\int_0^a B(x,\ b)\sin\left(\frac{n\pi}{a}x\right)dx - \right.$$

$$\left. - \mathrm{ch}\left[\frac{n\pi}{a}(b-y)\right]\int_0^a B(x,\ 0)\sin\left(\frac{n\pi}{a}x\right)dx\right\}. \tag{17}$$

Используя таблицы, приведенные в [7], можно записать выражение для второго слагаемого в соотношении (16):

$$\sum_{\lambda_n}\frac{D_n(y)\,Q_n(x)}{N_n^2} = -2A\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sin\left(\frac{n\pi}{a}x\right)}{n\pi\,\mathrm{sh}\left(\frac{n\pi}{a}b\right)}\left\{\mathrm{ch}\,\frac{n\pi}{a}y\int_0^a\frac{\partial B(x,\ s)}{\partial s}\sin\left(\frac{n\pi}{a}x\right)\times\right.$$

$$\times\,\mathrm{ch}\left[\frac{n\pi}{a}(b-s)\right]dx\,ds + \mathrm{ch}\left[\frac{n\pi}{a}(b-y)\right]\int_0^a\int_0^y\frac{\partial B(x,\ s)}{\partial s}\sin\left(\frac{n\pi}{a}x\right)\times$$

$$\left.\times\,\mathrm{ch}\left(\frac{n\pi}{a}s\right)dx\,dS\right\}. \tag{18}$$

Окончательно потенциал $\varphi(x,\ y)$ получается в виде:

$$\varphi(x,\ y) = U\left(1-\frac{x}{a}\right) - \frac{2\sigma RU}{a}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sin\left(\frac{n\pi}{a}x\right)}{n\pi\,\mathrm{sh}\left(\frac{n\pi}{a}b\right)}\left\{\mathrm{ch}\left(\frac{n\pi}{a}y\right)\cdot\left[\int_0^a B(x,\ b)\times\right.\right.$$

$$\left.\times\sin\frac{n\pi}{a}x\,dx - \int_0^a\int_y^b\frac{\partial B(x,\ s)}{\partial s}\sin\left(\frac{n\pi}{a}x\right)\cdot\mathrm{ch}\,\frac{n\pi}{a}(b-s)\,dx\,ds\right] -$$

$$-\,\mathrm{ch}\left[\frac{n\pi}{a}(b-y)\right]\cdot\left[\int_0^a B(x,\ 0)\sin\left(\frac{n\pi}{a}x\right)dx + \int_0^a\int_0^y\frac{\partial B(x,\ s)}{\partial s}\sin\left(\frac{n\pi}{a}x\right)\times\right.$$

$$\left.\left.\times\,\mathrm{ch}\left(\frac{n\pi}{a}s\right)dx\,ds\right]\right\}. \tag{19}$$

Величина сигнала с ПХ будет равна разности потенциалов в точках $\left(\frac{a-l}{2},\ b\right)$ и $\left(\frac{a+l}{2},\ 0\right)$:

$$U_c = \varphi\left(\frac{a-l}{2},\ b\right) - \varphi\left(\frac{a+l}{2},\ 0\right) = U\frac{l}{a} + 2A\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n\pi\,\mathrm{sh}\left(\frac{n\pi}{a}b\right)}\times$$

$$\times\left\{\left[\sin\frac{n\pi}{a}\left(\frac{a}{2}-\frac{l}{2}\right)\mathrm{ch}\left(\frac{n\pi}{a}b\right) - \sin\frac{n\pi}{a}\left(\frac{a}{2}+\frac{l}{2}\right)\right]\cdot\int_0^a B(x,\ b)\sin\left(\frac{n\pi}{a}x\right)dx - \right.$$

$$-\left[\sin\frac{n\pi}{a}\left(\frac{a}{2}-\frac{l}{2}\right) - \sin\frac{n\pi}{a}\left(\frac{a}{2}+\frac{l}{2}\right)\mathrm{ch}\,\frac{n\pi}{a}b\right]\int_0^a B(x,0)\sin\left(\frac{n\pi}{a}x\right)dx +$$

$$+ \sin\frac{n\pi}{a}\left(\frac{a}{2}+\frac{l}{2}\right)\int_0^a\int_0^b \frac{\partial B(x,\ s)}{\partial s}\sin\left(\frac{n\pi}{a}x\right)\operatorname{ch}\frac{n\pi}{a}(b-s)\,dx\,ds -$$

$$-\sin\frac{n\pi}{a}\left(\frac{a}{2}-\frac{l}{2}\right)\int_0^a\int_0^b \frac{\partial B(x,\ s)}{\partial s}\sin\left(\frac{n\pi}{a}x\right)\operatorname{ch}\left(\frac{n\pi}{a}s\right)dx\,ds\Big\}. \qquad (20)$$

Если учесть, что смещение холловских зондов невелико, т. е. $l/a \ll 1$, то можно использовать приближение $\sin\frac{n\pi}{a}\left(\frac{a}{2}\pm\frac{l}{2}\right)\approx \sin\frac{n\pi}{2}\pm\frac{n\pi}{2}\frac{l}{a}\cos\frac{n\pi}{2}$ и представить выражение (20) следующим образом:

$$U_c = U\frac{l}{a} + 2A\sum_{n=1,\,3,\,5}^{\infty}\frac{(-1)^{\frac{n-1}{2}}}{n\pi}\operatorname{th}\left(\frac{n\pi}{2a}b\right)\Big\{\int_0^a [B(x,\ b)+B(x,\ 0)]\times$$

$$\times\sin\left(\frac{n\pi}{a}x\right)dx - \frac{1}{\operatorname{sh}\left(\frac{n\pi}{2a}b\right)}\int_0^a\int_0^b\frac{\partial B}{\partial y}\sin\left(\frac{n\pi}{a}x\right)\cdot\operatorname{sh}\frac{n\pi}{a}\left(y-\frac{b}{2}\right)dx\,dy\Big\} +$$

$$+ A\frac{l}{a}\sum_{n=2,\,4,\,6,\,8}^{\infty}(-1)^{n/2}\operatorname{cth}\left(\frac{n\pi}{2a}b\right)\Big\{\int_0^a[B(x,\ 0)-B(x,\ b)]\sin\left(\frac{n\pi}{a}x\right)dx +$$

$$+\frac{1}{\operatorname{ch}\left(\frac{n\pi}{2a}b\right)}\int_0^a\int_0^b\frac{\partial B}{\partial y}\sin\left(\frac{n\pi}{a}x\right)\operatorname{ch}\left(y-\frac{b}{2}\right)dx\,dy\Big\}. \qquad (21)$$

Для экспериментальной проверки (21) проводились измерения выходного сигнала преобразователя Холла в неоднородном магнитном поле (рис. 2). Магнитное поле изменялось только по оси x. Выходной сигнал, измеренный точечным элементом Холла с $a=0{,}2$ мм, $b=0{,}1$ мм, показан сплошной линией. Кривая *1* соответствует выходному сигналу преобразователя, имеющего ту же чувствительность, что и точечный элемент Холла, но значительно большие размеры ($a=15$ мм, $b=1$ мм). Кривая *2* — результаты расчета по формуле (21) при условии $l/a\approx 0$. При $l/a\approx$ $\approx 0{,}1$ экспериментальная зависимость $U_c(x)$ представлена кривой *3*. Практически кривые 2 и 3 оказываются параллельно сдвинутыми, что и подтверждает (21). Следовательно, данная формула хорошо описывает реальный сигнал преобразователя Холла.

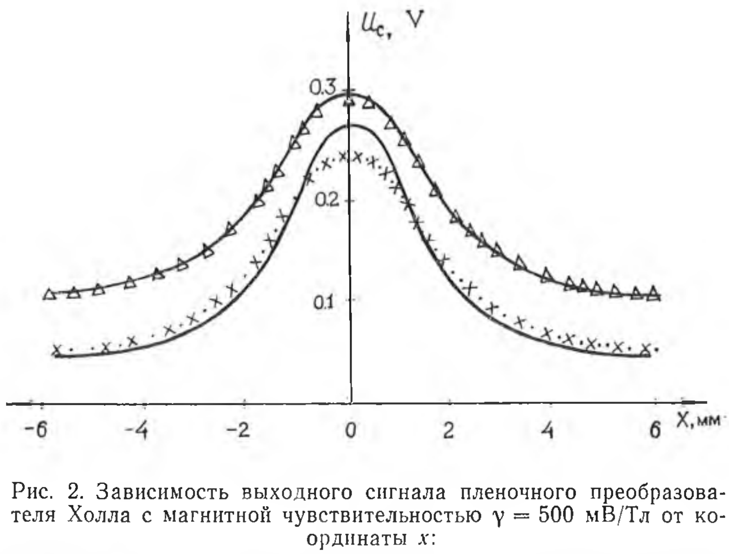

Рис. 2. Зависимость выходного сигнала пленочного преобразователя Холла с магнитной чувствительностью $\gamma = 500$ мВ/Тл от координаты x:

сплошная линия — экспериментальная, полученная с помощью точечного ПХ; *1* (×) — экспериментальная, размеры ПХ: $a = 15$ мм, $b = 1$ мм; *2* (•) — расчет по формуле (21) с учетом $l/a \approx 0$; *3* (△) — экспериментальная при $l/a \approx 0{,}1$

Исходя из выражений (20, 21), можно сделать следующие выводы:

— величина выходного сигнала преобразователя Холла в неоднородном магнитном поле зависит от ориентации потенциальных и токовых электродов относительно магнитного поля (т. е. потенциальные и холловские контакты неэквивалентны даже в симметричных ПХ);

— подгонка ПХ, связанная с уменьшением l (механическое подцарапывание, лазерная подгонка и др.), более предпочтительна по сравнению с электрическими способами компенсации остаточного напряжения неэквипотенциальности, например, путем подключения встроенной ЭДС;

— полученные выражения можно использовать для оценки влияния размеров ПХ на точность измерения распределения индукции магнитного поля.

Список литературы

1. Болванович Э. И. Полупроводниковые пленки и миниатюрные измерительные преобразователи. Минск, 1971.
2. Вайсс Г. Физика гальваномагнитных полупроводниковых приборов и их применение. М., 1974.
3. Кучис Е. В. Методы исследования эффекта Холла. М., 1974.
4. Смит Р. Полупроводники. М., 1982.
5. Шепелевич В. Г., Прокошин В. И., Ярмолович В. А. Свойства пленок антимонида индия и миниатюрных преобразователей Холла на их основе / Редкол. журн. «Изв. вузов МВиССО СССР». Сер. Физика. Томск, 1988. 19 с. Деп. в ВИНИТИ от 11.01.87. № 105—В88.
6. Коровкин В. Ю. // Измерительная техника. 1988. № 8. С. 50.
7. Иоссель Ю. Я. Расчет потенциальных полей в энергетике. Л., 1978.

Поступила в редакцию 28.09.90.

УДК 539.062

А. Р. ЛОПАТИК, О. В. МИСЕВИЧ,
А. К. ХАДЖО (САР), А. Л. ХОЛМЕЦКИЙ

МСКЭ ПРИ ПОЛНОМ ВНЕШНЕМ ОТРАЖЕНИИ МЕССБАУЭРОВСКОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

Интегральная мессбауэровская спектроскопия конверсионных электронов (МСКЭ) позволяет во многих случаях повысить производительность гамма-резонансных измерений по сравнению с традиционным вариантом [1]. Это преимущество становится особенно важным при исследовании когерентных процессов взаимодействия мессбауэровского излучения с веществом, когда необходима жесткая коллимация первичного пучка, в частности, при полном внешнем отражении (ПВО) мессбауэровского излучения. Последнее представляет большой интерес не только с точки зрения физики самого явления, но главным образом для исследования тонких поверхностных слоев материалов (2—3 нм), поскольку именно такова глубина проникновения мессбауэровского излучения в вещество при ПВО.

Известно, что зеркально отраженная волна возникает в результате интерференции когерентно рассеянных волн, когда рассеивающие центры равномерно заполняют полупространство [2]. Заметной величины зеркально отраженная волна достигает, когда угол падения приближается к углу полного внешнего отражения φ, определяемому условием $\sin^2\varphi = 1-n^2$.

Для мессбауэровского излучения $n<1$, величина $(1-n^2)$ имеет порядок 10^{-6}; угол φ составляет несколько минут. С увеличением угла скольжения амплитуда зеркально отраженной волны быстро уменьшается (пропорционально $[(1-n^2)/\sin^2\varphi]^2$) и становится неразличимой на некогерентном фоне.

При реализации условий ПВО расходимость пучка гамма-квантов должна быть меньше φ. Это требует его жесткой коллимации, что